

рис. 2

# Смежные углы

Проблема 1. Как уравнения помогают решать геометрические задачи?

1.1 По рис. 1 составьте задачу, в которой бы требовалось найти величины смежных углов. Решите её

1.2 составьте задачу на нахождение величин смежных углов, которая бы сводилась к решению уравнения  $x + 1(x - 20) = 180$

1.3 Составьте задачу на нахождение величин смежных углов, которая бы сводилась к решению уравнения  $x + 5x = 180$ .

Проблема 2. Как вычисления подсказывают геометрическую закономерность?

2.1 Смежные углы равны  $a$  и  $180^\circ - a$  (рис. 2). Над этими величинами выполним следующие действия:

1)  $\frac{a}{2}; \frac{180^\circ - a}{2}$ ; Получили угол, равный  $90^\circ$ . Что это за угол? Изобразите его на рис. 2. Какую геометрическую закономерность вы

2)  $\frac{a}{2} + \frac{180^\circ - a}{2}$  заметили? Сформулируйте её.

2.2 Пусть  $a$  и  $b$  — смежные углы (рис. 3). Пусть угол  $a$  измеряется в границах от  $0^\circ$  до  $60^\circ$ . В каких границах измеряется при этом угол  $b$ ?

### Проблема 3. Сколько данных должно быть в задаче?

3.1 Один из смежных углов больше другого на  $60^\circ$  или в 2 раза. Найдите эти углы. Нет ли в задаче лишних данных? Составьте задачу без лишних данных (возможны различные варианты). Решите её.

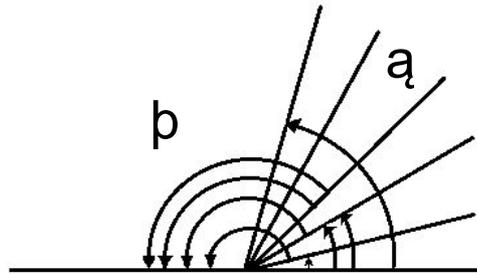


Рис. 3

3.2 Один из смежных углов больше другого на  $60^\circ$  или в 3 раза. Найдите эти углы. Нет ли в задаче лишних данных? Не противоречат ли они друг другу? Составьте задачу, не имеющую указанных недостатков (возможны различные варианты). Решите её.

3.3 Один из смежных углов больше другого на некоторую величину. Найдите эти углы. Хватает ли данных для решения задачи? Дополните условие задачи каким-либо данным и решите её.

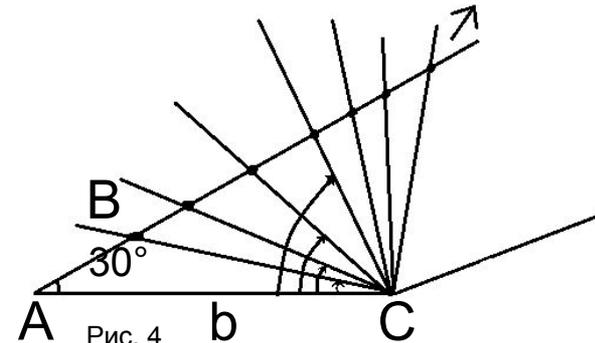


Рис. 4

### Проблема 4. Всегда ли выручает аналогия?

4.1 Один из смежных углов увеличивается на  $35^\circ$  (уменьшится на  $10^\circ$ ). Как изменится второй угол?

4.2 Один из смежных углов увеличится в 3 раза (уменьшится в 2 раза). Как изменится второй угол?

# Признаки параллельности прямых

Проблема. Все ли возможные случаи рассмотрены?

1. (Задача 7, параграф 4 действующего пособия). Угол  $ABC$  равен  $80^\circ$ , а угол  $BCD$  –  $120^\circ$ . Могут ли прямые  $AB$  и  $CD$  быть параллельными? Объясните ответ.
2. Всегда ли прямые  $AB$  и  $CD$  (о которых идет речь в задании 1) непараллельны? Какие случаи необходимо рассмотреть?
3. Угол  $ABC$  равен  $80^\circ$ , а угол  $BCD$  —  $100^\circ$ . Могут ли прямые  $AB$  и  $CD$  быть параллельными?
4. Всегда ли прямые  $AB$  и  $CD$  (о которых идет речь в задании 3) параллельны?
5. Накрест лежащие углы двух прямых  $a$  и  $b$  и секущей  $c$  равны  $a$  и  $180^\circ - a$ . Могут ли прямые  $a$  и  $b$  быть параллельными?
6. Всегда ли прямые  $a$  и  $b$  (о которых идет речь в задании 5) параллельны?
7. Односторонние углы при двух прямых  $a$  и  $b$  и секущей  $c$  равны  $a$  и  $180^\circ - a$ . Могут ли прямые  $a$  и  $b$  быть параллельными?
8. Всегда ли прямые  $a$  и  $b$  (о которых идет речь в задании 7) параллельны?
9. Прямые  $AB$  и  $CD$  параллельны. Угол  $ABC$  равен  $80^\circ$ . Чему равен угол  $BCD$ ?
10. Прямые  $AB$  и  $CD$  параллельны. Угол  $ABC$  равен  $a$ . Чему равен угол  $BCD$ ?

# Сумма углов треугольника. Равнобедренный треугольник

Проблема. Сколько решений имеет задача?

1. (задача № 2, параграф 4 действующего пособия). Один из углов равнобедренного треугольника равен  $70^\circ$ . Найдите остальные углы. Сколько решений имеет задача?
2. Один из углов равнобедренного треугольника равен  $a$ . Найдите остальные углы.
3. Один из углов треугольника равен  $50^\circ$ . При каком условии этот треугольник окажется равнобедренным?
4. Один из углов треугольника равен  $a$ . При каком условии этот треугольник окажется равнобедренным?
5. Один из внешних углов треугольника равен  $130^\circ$ . При каком условии этот треугольник окажется равнобедренным?
6. Один из внешних углов треугольника равен  $a$ . При каком условии этот треугольник окажется равнобедренным?
7. Угол между биссектрисами двух углов равнобедренного треугольника равен  $130^\circ$ . Определите углы этого треугольника. Рассмотрите различные варианты выбора биссектрис.
8. Составить и решить задачу, аналогичную предыдущей, положив угол между биссектрисами равными  $120^\circ$ .

Признаки параллельности прямых.

Теорема о сумме углов треугольника.

Свойство катета, лежащего против угла  $30^\circ$ .

Проблема 1. Изменение одних элементов треугольника вызывает изменение других его элементов. Какие закономерности при этом можно заметить?

1.1 будем изменять угол  $C$  треугольника  $ABC$  (рис. 4), оставляя при этом неизменными угол  $A$  и сторону  $AC$ : угол  $A = 30^\circ$ ,  $AC = b$ . Изменение угла  $C$  вызывает изменение треугольника  $ABC$ : его сторон  $AB, BC$  и угла  $B$ . В каких границах может изменяться величина угла  $C$ ? Может ли угол  $C$  быть равным  $150^\circ, 160^\circ, 120^\circ$ ?

1.2 Справедливо ли для данного треугольника  $ABC$  (см. предыдущее задание) равенство: угол  $B = 150^\circ - \text{угол } C$ ?

1.3 Пользуясь предыдущим равенством, выясните: а) если величина угла  $C$  стремится к нулю, то к какому значению стремится величина угла  $B$ ; б) если величина угла  $C$  стремится к  $150^\circ$ , то к какому значению стремится величина угла  $B$ .

1.4 В каких границах измеряется величина угла  $B$ ?

1.5 Как изменится длина стороны  $AB$ ?

1.6 Более сложной является закономерность в изменении стороны  $BC$ . В чем состоит эта закономерность?

1.7 Вычислите наименьшее значение стороны  $BC$ .

1.8 Выполните предыдущие задания, положив угол  $A$  равным  $45^\circ$ .

1.9 Составьте и решите аналогичную задачу

Проблема 2. Всегда ли по стороне и двум прилежащим к ней углам можно построить треугольник?

Пусть  $AC=c$ , угол  $A=a$ , угол  $C=\beta$ . При каком условии по этим двум данным можно построить треугольник  $ABC$ ?