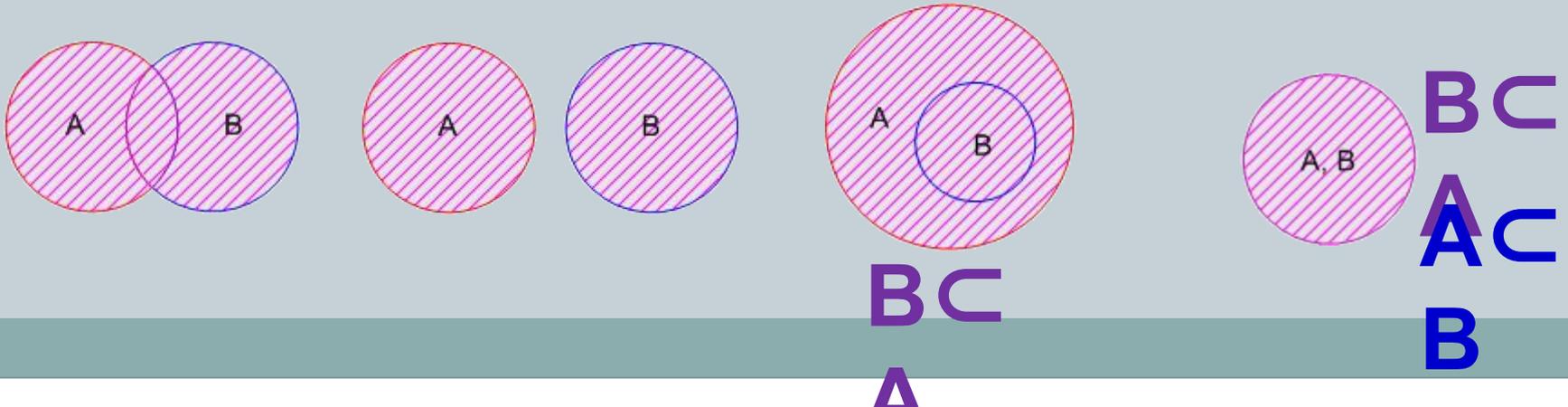


Множества.

- **Объединением (суммой)** множеств A и B называется множество $A \cup B$, элементы которого принадлежат хотя бы одному из этих множеств.

Например, если $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$,

то $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$



Множества.

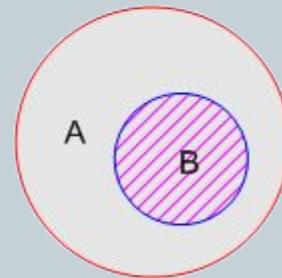
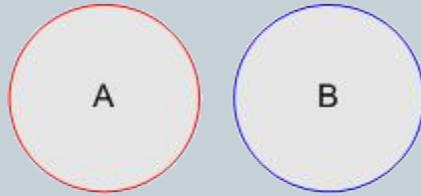
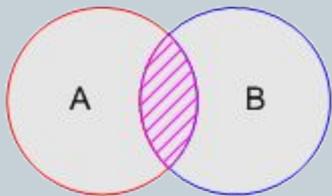


- Пересечением (произведением) множеств A и B называется множество

$A \cap B$, элементы которого принадлежат как множеству A , так и множеству B .

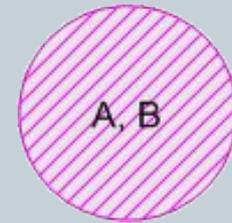
Например, если $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 2\}$,

то $A \cap B = \{2, 4\}$



$B \subset A$

A



$B \subset A \cap B$

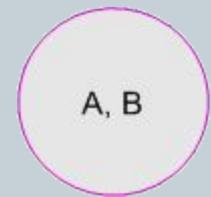
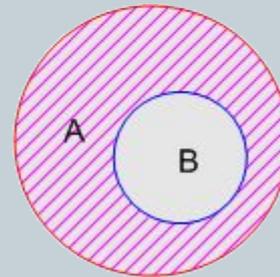
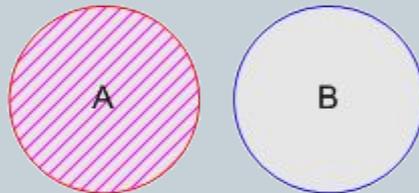
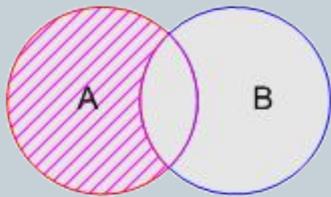
$A \subset A \cap B$

$A \cap B$

Множества.

- **Разностью** множеств A и B называется множество $A \setminus B$, элементы которого принадлежат множеству A , но не принадлежат множеству B .

Например, если $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$, то $A \setminus B = \{1, 2\}$



Комбинаторика



Слово «**комбинаторика**» от латинского **combinare** - «соединять, сочетать»

Комбинаторика – это раздел математики, в котором изучаются вопросы **выбора** или **расположения** элементов множества в **соответствии с заданными правилами.**

Комбинаторика рассматривает **конечные** множества.

Дерево возможных вариантов.

У мамы 2 яблока и 3 груши. Каждый день в течение 5 дней подряд она выдает по одному фрукту. Сколькими способами это может быть сделано?



Простейшие комбинации

Перестановки	Размещения	Сочетания
n элементов n клеток	n элементов k клеток	n элементов k клеток
Порядок имеет значение	Порядок имеет значение	Порядок не имеет значения
$P_n = n!$	$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$	$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$

**Задача: У Минотавра в лабиринте томятся
25 пленников.**

- а) Сколькими способами он может выбрать себе трёх из них на завтрак, обед и ужин?
- б) Сколько существует способов, чтобы отпустить трёх пленников на свободу?

Решение:

А) Порядок важен. $A_{25}^3 = 25 \cdot 24 \cdot 23 = 13800$

Б) Порядок не важен $C_{25}^3 = \frac{25 \cdot 24 \cdot 23}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 2300$

КОМБИНАТОРНЫЕ ЗАДАЧИ



- **Правило суммы:** Если объект А выбран - m способами, а объект В – n способами, то выбор «либо А, либо В» - $m+n$ способами.
- **Правило произведения:** Если объект А выбран m способами, а после каждого из таких выборов объект В выбран n – способами, то выбор «А и В» в указанном порядке $m*n$



Пример ①

Из вазы с цветами, в которой стоят 10 красных роз и 5 белых, выбирают 2 красные розы и 1 белую. Сколькими способами можно сделать такой выбор букета?

Решение C_{10}^2 - выбор двух красных роз из 10

- C_5^1 - выбор белой розы из 5

$$C_{10}^2 \cdot C_5^1 = 45 \cdot 5 = 225$$



Пример 2

В вазе стоят 10 белых роз и 5 красных. Сколькими способами из вазы можно выбрать букет из трех цветов, в котором будет не менее двух белых роз?

Решение C_{10}^2 - выбор двух белых роз из 10
- выбор C_5^1 красной розы из 5
- выбор C_{10}^3 трех белых роз из 10

$$C_{10}^2 \cdot C_5^1 + C_{10}^3 = 45 \cdot 5 + 120 = 345$$



Пример 3



В вазе стоят 10 белых роз и 5 красных. Сколькими способами из вазы можно выбрать букет из трех цветов, в котором была бы хотя бы одна белая роза?

Решение

$$\begin{aligned} C_{10}^1 \cdot C_5^2 + C_{10}^2 \cdot C_5^1 + C_{10}^3 &= \\ &= 10 \cdot 10 + 45 \cdot 5 + 120 = 445 \end{aligned}$$

№

1

Предприятие может предоставить работу по одной специальности **4** **женщинам**, по другой - **6** **мужчинам**, по третьей - **3** работникам независимо от пола. Сколькими способами можно заполнить вакантные места, если имеются **14** претендентов: **6** **женщин** и **8** **мужчин**?

$$C_6^4 \cdot C_8^6 \cdot (C_2^1 + C_2^1)$$

№ 2

Студенческая группа состоит из **23** человек, среди которых **10** юношей и **13** девушек.

Сколькими способами можно выбрать **2-х** человек **одного пола**?

$$C_{10}^2 + C_{13}^2 = 45 + 78 = 123$$

№ 3

Сколько человек участвовало в шахматном турнире, если известно, что каждый участник сыграл с каждым из остальных по одной партии, и всего было сыграно **136** партий?

$$C_n^2 = 136$$

