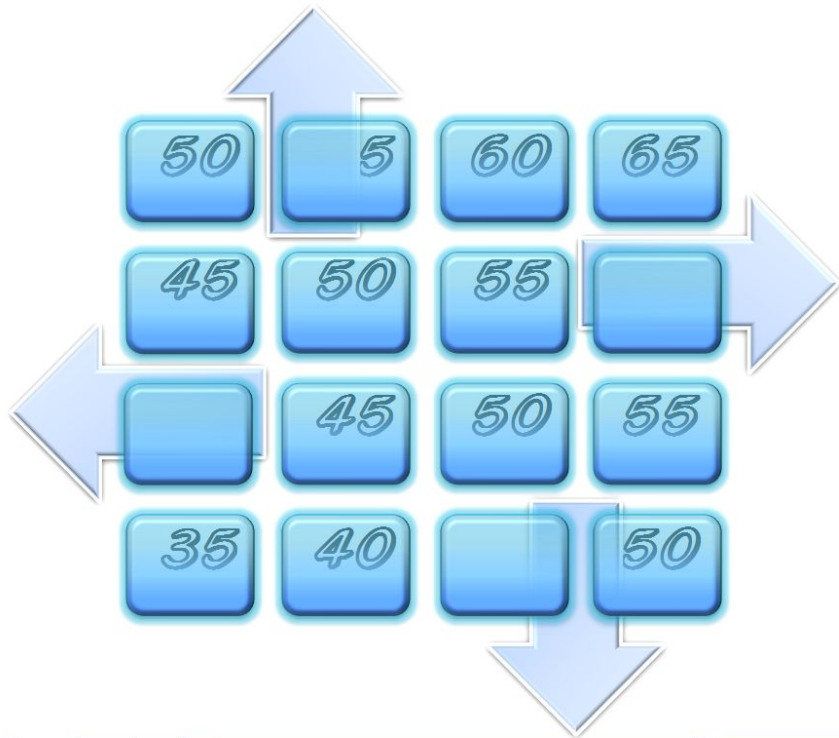


Гидродинамика флюидных систем и моделирование гидродинамических процессов



Лекция № 3
Безнапорный водоносный горизонт

Кафедра гидрогеологии, инженерной геологии и гидрогеоэкологии ИПР ТПУ
доцент Кузеванов К.И.

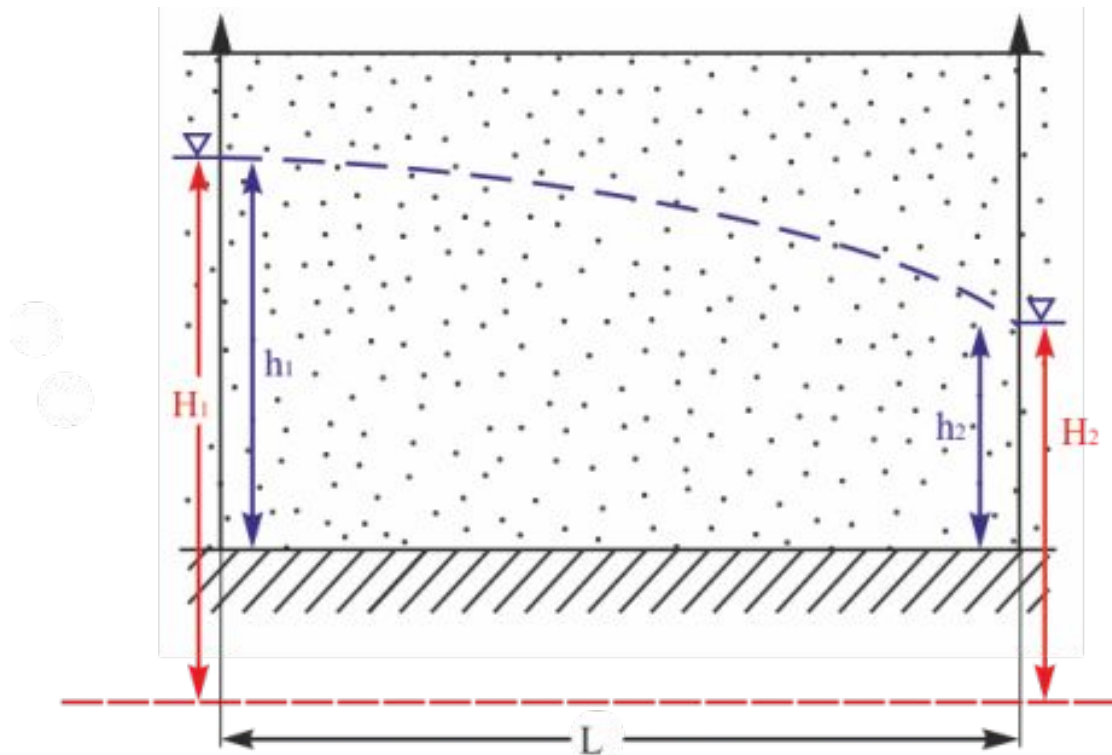
Закон Дарси

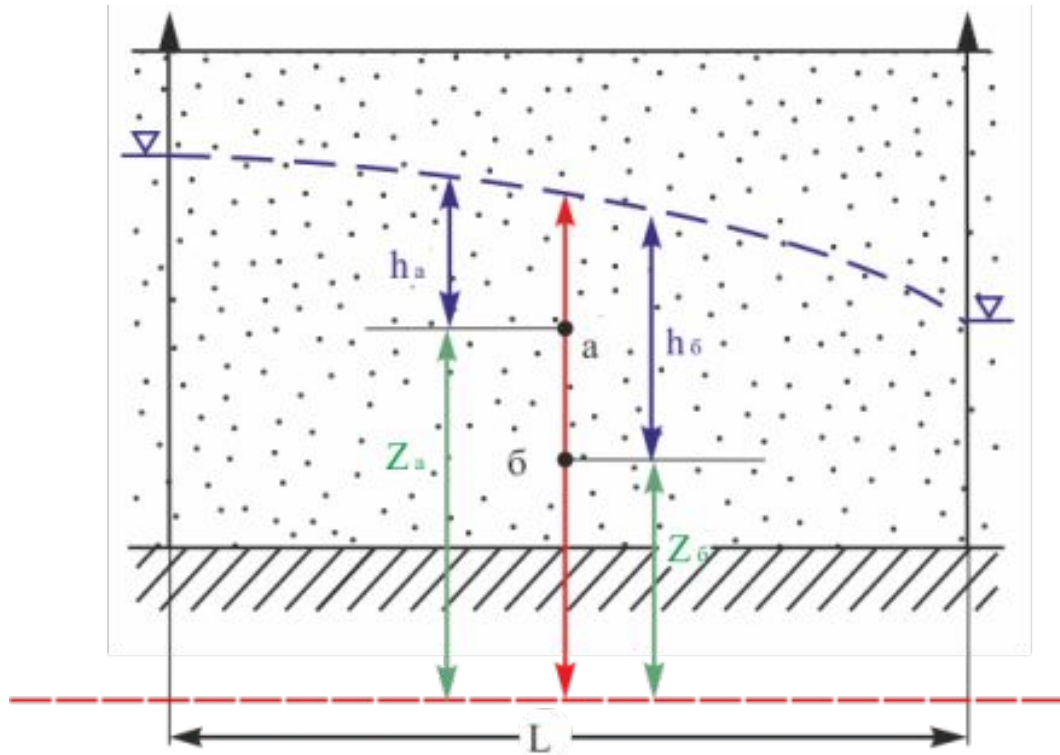
- Скорость фильтрации
- Действительная скорость движения подземных вод
- Верхний предел применимости закона Дарси
- Нижний предел применимости закона Дарси
- Коэффициент фильтрации
- коэффициент проницаемости

Количественная оценка движения подземных вод в естественных условиях напорного водоносного горизонта

- Расход фильтрационного потока
- единичный расход фильтрационного потока
- Метод фрагментов
- Вывод уравнения единичного расхода фильтрационного потока напорного водоносного горизонта
- Вывод уравнения депрессионной кривой напорного водоносного горизонта

Расчётная схема безнапорного водоносного горизонта

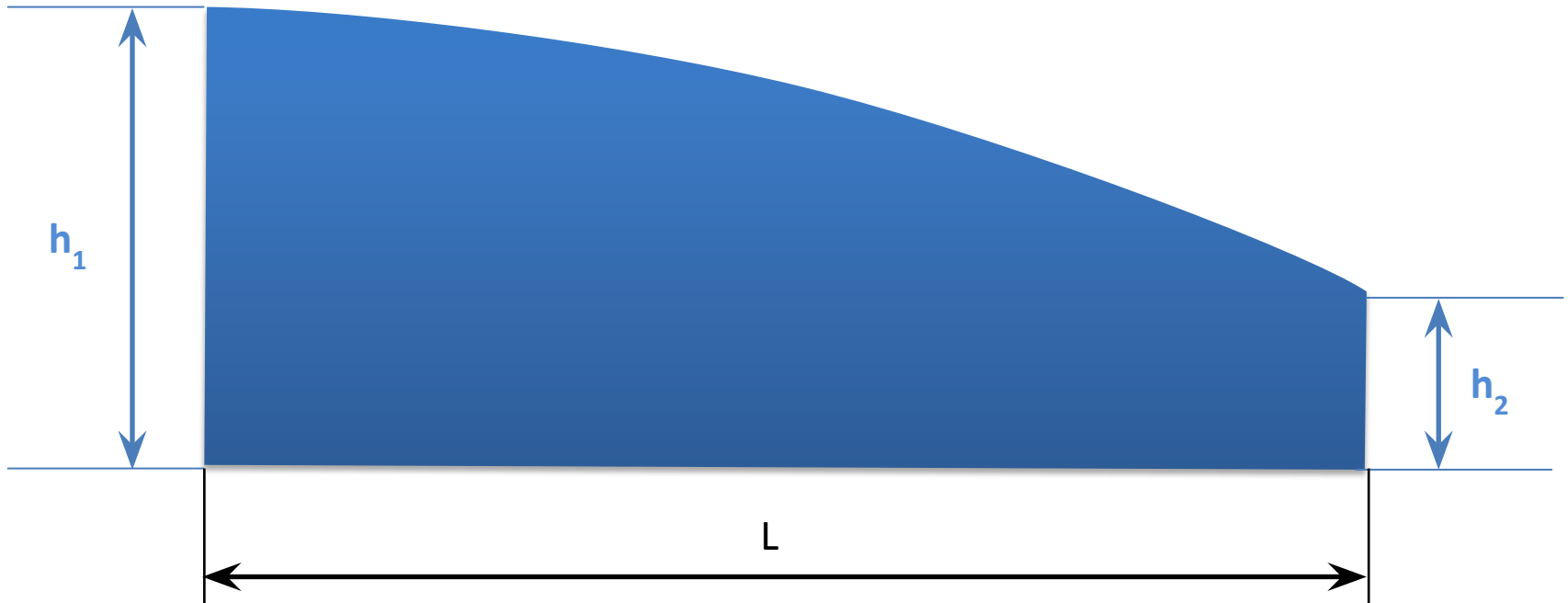




Напор в безнапорном водоносном горизонте

Напор не изменяется с глубиной потока

Средняя мощность безнапорного водоносного горизонта

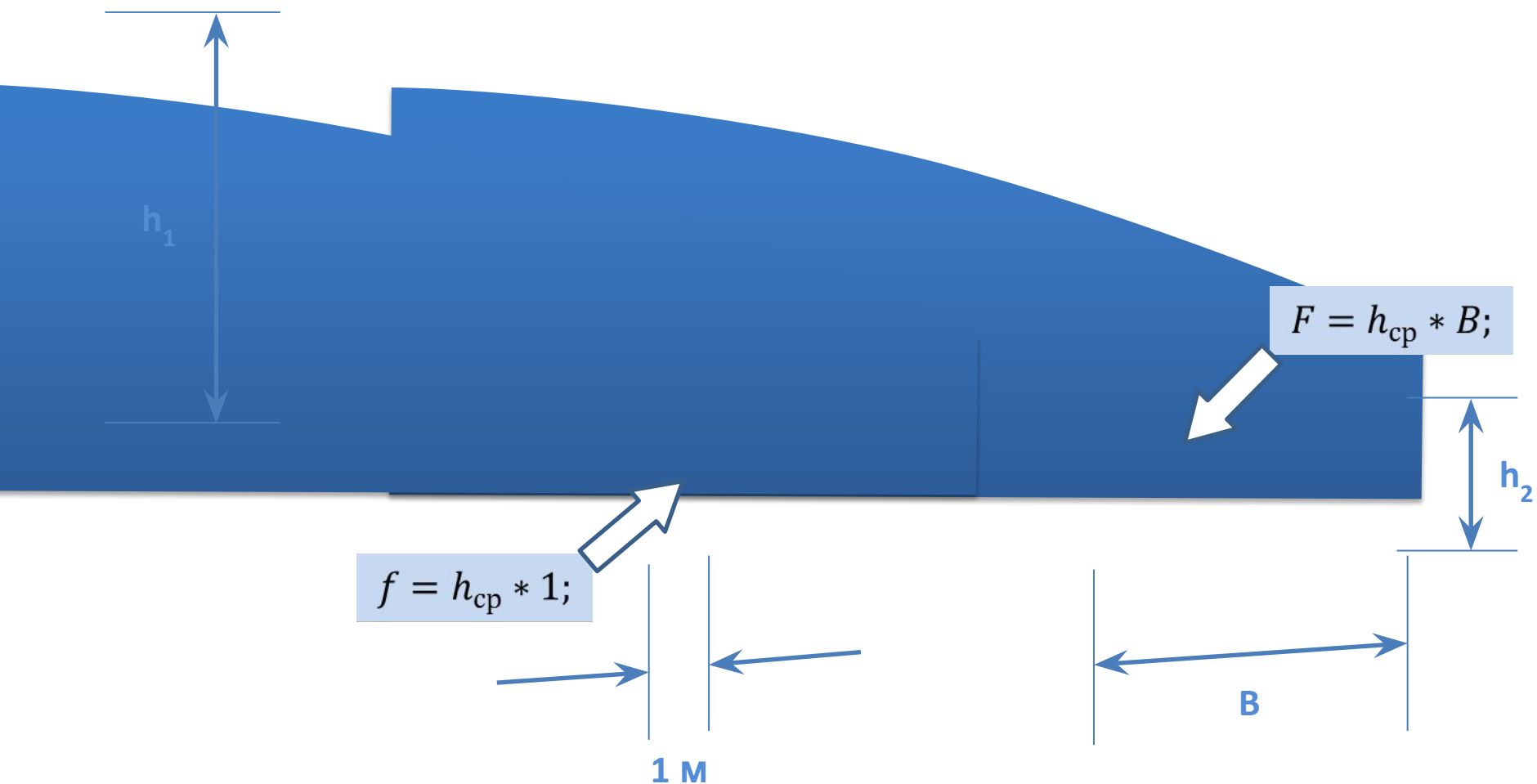


Расчёт средней мощности безнапорного водоносного горизонта

$$h_{\text{cp}} = \frac{h_1 + h_2}{2};$$

Площадь поперечного сечения грунтового потока

Схема к определению ширины безнапорного водоносного горизонта



Скорость фильтрации прямо пропорциональная градиенту напора:

$$V \sim I;$$

$$V = k * I;$$

Градиент – мера изменения какой-либо физической величины в пространстве.

Градиент напора для одномерного фильтрационного потока – изменение напора на один метр длины пути фильтрации или первая производная напора по расстоянию (длине пути фильтрации).

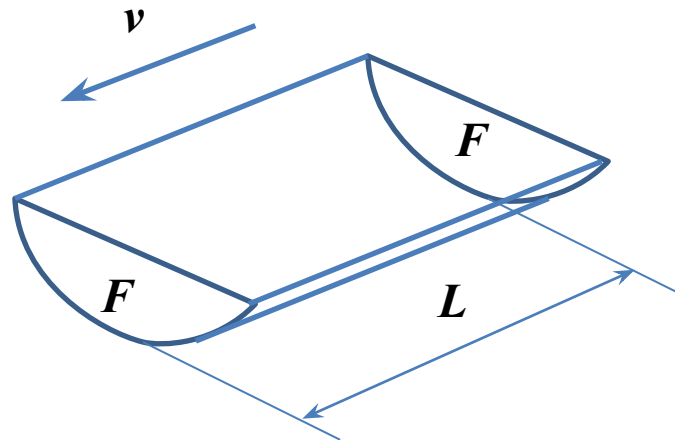
$$\frac{H_1 - H_2}{L}$$

Для любого
потока:

$$Q = v * F;$$

где Q – расход потока (объем в единицу времени);
 v – скорость потока;
 F – площадь поперечного сечения потока.

Схема к расчёту расхода открытого водотока



Безнапорный водоносный горизонт

Для расчёта единичного расхода фильтрационного потока безнапорного водоносного горизонта скорость фильтрации определяется через закон Дарси ($v=k*I$), а площадь поперечного сечения потока задаёт единичная площадка с учётом средней мощности водоносного горизонта ($f = h_{cp} * 1$):

$$q = k * I * h_{cp} * 1 = k * \frac{H_1 - H_2}{L} * \frac{h_1 + h_2}{2} * 1;$$

где q – единичный расход фильтрационного потока;
 k – коэффициент фильтрации водовмещающих пород;
 h_1, h_2 – мощность водоносного горизонта;
 H_1, H_2 – напоры на границах области фильтрации;
 L – длина области фильтрации.

или

$$q = k * \frac{H_1 - H_2}{L} * \frac{h_1 + h_2}{2};$$

Приближённое уравнение Каменского Г.Н. для безнапорного водоносного горизонта на наклонном водоупоре



Каменский Григорий Николаевич [6 (18).1.1892, с. Клеточки, ныне Скопинского района Рязанской области, — 17.7.1959, Москва], советский гидрогеолог, член-корреспондент АН СССР (1953).

В 1916 окончил инженерно-мелиоративное отделение Московского с.-х. института.

Профессор Московского геологоразведочного института (с 1933).

Основные труды по региональной и теоретической гидрогеологии

(фильтрационные свойства горных пород, вопросы режима, динамики, зональности и формирования подземных вод). Для определения коэффициента фильтрации им

предложен ряд приборов, в том числе полевой прибор, получивший название "трубки Каменского" (1932).

Монографии: *Режим подземных вод, М. — Л., 1938 (соавтор);*

Основы динамики подземных вод, 2 изд., М., 1943;

Поиски и разведка подземных вод, М. — Л., 1947;

Гидрогеологические исследования и разведка источников водоснабжения, М. — Л., 1947;

Гидрогеология СССР, М., 1959 (соавтор).

Безнапорный водоносный горизонт на наклонном водоупоре

Решение системы из двух линейных алгебраических уравнений:

$$k \frac{(H_1 - H_2)(h_1 + h_2)}{L} = k \frac{(H_1 - H_3)(h_1 + h_3)}{x};$$

$$(h_1 + h_2) \frac{(H_1 - H_2)}{L} = (h_1 + h_3) \frac{(H_1 - H_3)}{x};$$

$$h_3 = H_3 - z_3; \quad z_3 = i * x;$$

где Z_3 – отметка наклонного водоупора в сечении скважины № 3:

$$(h_1 + h_2) \frac{(H_1 - H_2)}{L} = (h_1 + H_3 - ix) \frac{(H_1 - H_3)}{x};$$

$$(h_1 + h_2) \frac{(H_1 - H_2)}{L} = (h_1 + H_x - ix) \frac{(H_1 - H_x)}{x};$$

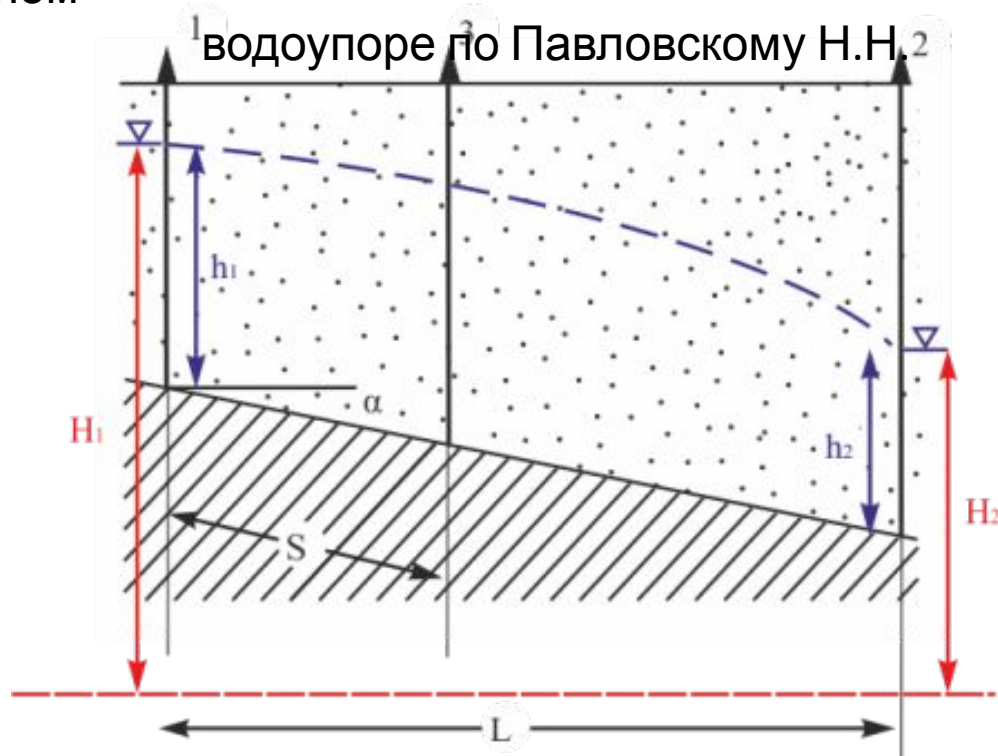
Безнапорный водоносный горизонт на наклонном водоупоре

Уравнение депрессионной кривой безнапорного водоносного горизонта на наклонном водоупоре:

$$h_x = \sqrt{h_1^2 - ix(h_1 - 0,25ix) - 2qx/k} - 0,5x;$$

Безнапорный водоносный горизонт на наклонном водоупоре

Расчётная схема безнапорного водоносного горизонта на наклонном



$$\eta = \frac{h}{h_0};$$

где h – мощность грунтового потока;

h_0 – «нормальная мощность», «нормальная глубина потока»
(соответствует мощности равномерного потока);

η – относительная глубина потока:



Академик АН СССР Н. Н. ПАВЛОВСКИЙ
1884 — 1937

Павловский Николай Николаевич (1884—1937),

учёный в области гидравлики и гидротехники, академик АН СССР (1932).

В 1912 окончил Петербургский институт инженеров путей сообщения;

с 1919 профессор того же института и Лесного института,

с 1921 — Петроградского политехнического института.

Одновременно с 1918 проводил исследования и руководил работами по гидротехнике в ряде

научно-исследовательских учреждений. Основные труды по гидравлике грунтовых вод,

открытых потоков, фильтрации. Разработчик способа гидродинамического моделирования

фильтрационных процессов по методу ЭГДА (электродинамических аналогий).

Им предложены новые принципы проектирования гидротехнических сооружений.

Участник строительства Волховской, Днепровской и Свирской ГЭС, московского метро и др.

Монографии: Основы метода гидромеханического решения задачи о свободной фильтрации из открытого русла",

Известия НИИГ, 1936, т.19;

Свободная фильтрация на бесконечность из открытых русел с круговой основой формы;

О притоке воды к горизонтальным фильтрам", там же, том 21;

Гидравлический расчет плотин системы Сенкова», М: ГСИ, 1937;

Неравномерное движение грунтовых вод", Л., 1930

Безнапорный водоносный горизонт на наклонном водоупоре

Уравнения Павловского Н.

Н.:

уравнения кривой подпора на прямом уклоне:

$$\frac{il}{h_0} = \eta_2 + \ln(\eta_2 - 1) - [\eta_1 + \ln(\eta_1 - 1)];$$

уравнения кривой спада на прямом уклоне:

$$\frac{il}{h_0} = \eta_2 + \ln(1 - \eta_2) - [\eta_1 + \ln(1 + \eta_1)];$$

уравнения кривой спада на обратном уклоне:

$$\frac{il}{h_0} = -\eta_2 + \ln(\eta_2 + 1) - [-\eta_1 + \ln(\eta_1 + 1)];$$

или в обобщённом

виде:

$$\frac{il}{h_0} = f(\eta_2) - f(\eta_1);$$

Значения функций Павловского Н.Н. табулированы

Таблицы функций $f(\eta)$ в уравнениях неравномерного движения грунтовых вод
(по Павловскому Н.Н)

Прямой уклон ($i > 0$). Кривая спада

η	$\varphi(\eta)$	Δ	η	$\varphi(\eta)$	Δ	η	$\varphi(\eta)$	Δ
0,01	-0,00004	0,00016	0,21	-0,0257	0,0028	0,41	-0,1176	0,0071
0,02	-0,0002	0,0002	0,22	-0,0285	0,0029	0,42	-0,1247	0,0074
0,03	-0,0004	0,0004	0,23	-0,0314	0,0031	0,43	-0,1321	0,0077
0,04	-0,0008	0,0005	0,24	-0,0345	0,0032	0,44	-0,1398	0,0080
0,05	-0,0013	0,0006	0,25	-0,0377	0,0034	0,45	-0,1478	0,0083
0,06	-0,0019	0,0007	0,26	-0,0411	0,0036	0,46	-0,1562	0,0086
0,07	-0,0026	0,0008	0,27	-0,0447	0,0038	0,47	-0,1648	0,0090
0,08	-0,0034	0,0009	0,28	-0,0485	0,0040	0,48	-0,1738	0,0095
0,09	-0,0043	0,0010	0,29	-0,0525	0,0042	0,49	-0,1833	0,0099
0,10	-0,0053	0,0012	0,30	-0,0567	0,0044	0,50	-0,1932	0,0102

Примечание: показан фрагмент таблицы

Таблицы функций $f(\eta)$ в уравнениях неравномерного движения грунтовых вод (по Павловскому Н.Н)

Прямой уклон ($i > 0$). Кривая подпора

η	$\varphi(\eta)$	Δ	η	$\varphi(\eta)$	Δ	η	$\varphi(\eta)$	Δ
100,0	104,5951		32,0	35,4340		13,5	16,0257	
		10,1065			1,0328			0,5408
90,0	94,4885		31,0	34,4012		13,0	15,4849	
		10,1191			1,0339			0,5425
80,0	84,3695		30,0	33,3673		12,5	14,9424	
		10,1354			1,0351			0,5445
70,0	74,2341		29,0	32,3322		12,0	14,3979	
		5,0752			1,0364			0,5465
65,0	69,1589		28,0	31,2958		11,5	13,8514	
		5,0814			1,0377			0,5588
60,0	64,0775		27,0	30,2581		11,0	13,3026	
		5,0885			1,0392			0,5513
55,0	58,9890		26,0	29,2189		10,5	12,7513	
		5,0972			1,0408			0,5541
50,0	53,8918		25,0	28,1781		10,0	12,1272	
		1,0206			1,0426			0,2224
49,0	52,8712		24,0	27,1352		9,8	11,2748	
		1,0210			1,0445			0,2230
48,0	51,8502		23,0	26,0910		9,6	11,7518	
		1,0215			1,0465			0,2235
47,0	50,8287		22,0	25,0445		9,4	11,5283	
		1,0220			1,0488			0,2242
46,0	49,8067		21,0	23,9957		9,2	11,3041	
		1,0225			1,0513			0,2247

Примечание: показан фрагмент таблицы

Таблицы функций $f(\eta)$ в уравнениях неравномерного движения грунтовых вод (по Павловскому Н.Н)

Обратный уклон ($i < 0$)

η	$\varphi(\eta)$	Δ	η	$\varphi(\eta)$	Δ	η	$\varphi(\eta)$	Δ
0,010	-0,00005		0,17	-0,0130		0,42	-0,0693	
		0,00005			0,0014			0,0030
0,015	-0,0001		0,18	-0,0144		0,43	-0,0723	
		0,0001			0,0016			0,0031
0,020	-0,0002		0,19	-0,0160		0,44	-0,0754	
		0,0001			0,0017			0,0031
0,025	-0,0003		0,20	-0,0177		0,45	-0,0785	
		0,0001			0,0017			0,0031
0,030	-0,0004		0,21	-0,0194		0,46	-0,0816	
		0,0002			0,0018			0,0031
0,035	-0,0006		0,22	-0,0212		0,47	-0,0847	
		0,0002			0,0018			0,0032
0,040	-0,0008		0,23	-0,0220		0,48	-0,0879	
		0,0002			0,0019			0,0033
0,045	-0,0010		0,24	-0,0249		0,49	-0,0912	
		0,0002			0,0020			0,0033
0,050	-0,0012		0,25	-0,0269		0,50	-0,0925	
		0,0002			0,0020			0,0034
0,055	-0,0014		0,26	-0,0289		0,51	-0,0979	
		0,0003			0,0021			0,0034
0,060	-0,0017		0,27	-0,0310		0,52	-0,1013	
		0,0003			0,0021			0,0034
0,065	-0,0020		0,28	-0,0331		0,53	-0,1047	
		0,0003			0,0022			0,0035

Примечание: показан фрагмент таблицы

Уравнение кривой депрессии решается методом подбора.

Придавая h_0 различные значения, вычисляют η_1 и η_2 с использованием зависимости:

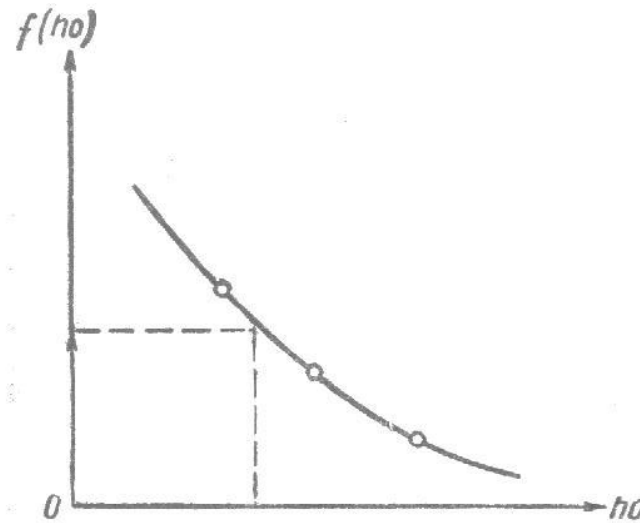
$$\frac{il}{h_0} = f(\eta_2) - f(\eta_1)];$$

По таблицам определяют значения функций $f(\eta_1)$ и $f(\eta_2)$, вычислив разность этих значений и умножив её на h_0 , получают величину $f(h_0)$:

$$f(h_0) = h_0[f(\eta_2) - f(\eta_1)];$$

по результатам серии вычислений строят график зависимости $f(h_0)$ от h_0

График для определения «нормальной глубины» грунтового потока



Вычисляют значение:

$$f(h_0) = il;$$

Выносят на ось ординат и по графику (на оси абсцисс) находят искомое значение h_0 .

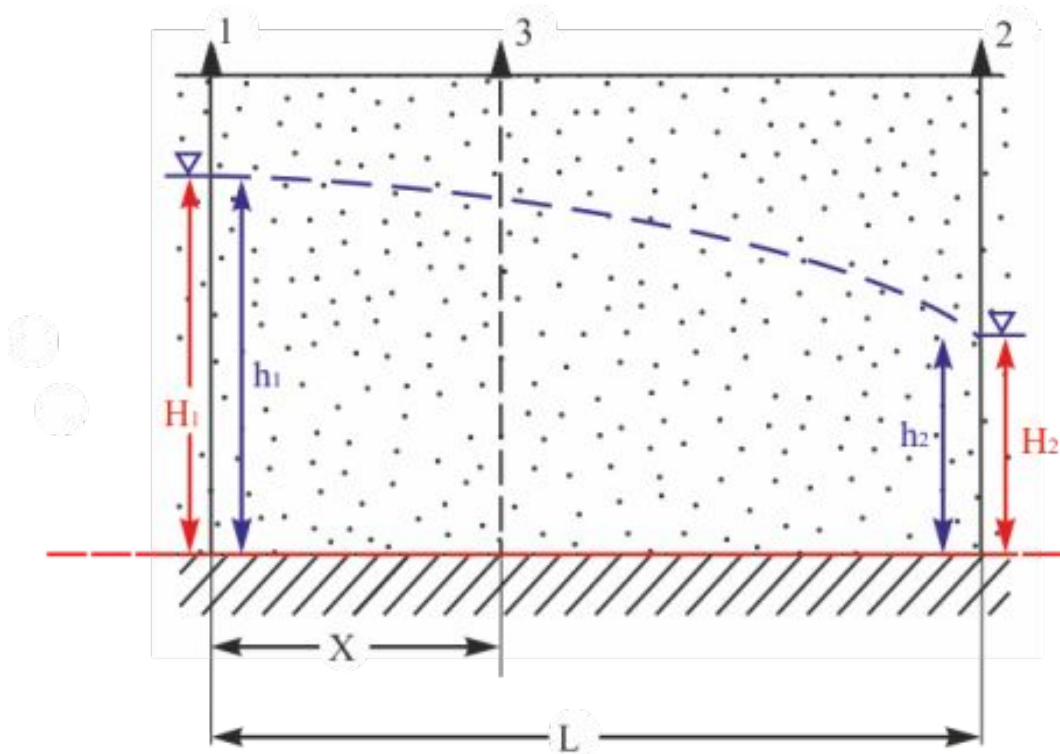
Найденное значение подставляют в уравнение:

$$q = kih_0;$$

и вычисляют единичный расход грунтового потока q .

Безнапорный водоносный горизонт на горизонтальном водоупоре

Расчётная схема безнапорного водоносного горизонта на горизонтальном водоупоре



Безнапорный водоносный горизонт на горизонтальном водоупоре

Для расчёта единичного расхода фильтрационного потока безнапорного водоносного горизонта на горизонтальном водоупоре есть возможность совместить плоскость для отсчёта напоров с горизонтальным водоупором. В этом случае численные значения напора и мощности безнапорного водоносного горизонта будут совпадать:

$$H_1 = h_1; H_2 = h_2;$$

а в уравнении единичного расхода на одну переменную будет меньше:

$$q = k * \frac{h_1 - h_2}{L} * \frac{h_1 + h_2}{2};$$

Безнапорный водоносный горизонт на горизонтальном водоупоре

Уравнение единичного расхода безнапорного водоносного горизонта на горизонтальном водоупоре примет канонический вид:

$$q = k \frac{(h_1^2 - h_2^2)}{2L};$$

где q – единичный расход фильтрационного потока;
 k – коэффициент фильтрации водовмещающих пород;
 h_1, h_2 – мощность и напор водоносного горизонта;
 L – длина области фильтрации.

Метод фрагментов фильтрационного потока основан на фундаментальном принципе неразрывности фильтрационного потока

Согласно этому принципу расход фильтрационного потока остаётся постоянным во всех сечениях (скв. №№ 1, 3, 2) или:

$$q_{1-2} = q_{1-3} = q_{3-2} = q$$

Это означает, что расход попавший в водоносный горизонт со стороны области питания, без изменения движется по области распространения и покидает водоносный горизонт со стороны области разгрузки

Единичный расход напорного водоносного горизонта

На основании принципа неразрывности фильтрационного потока справедливо такое равенство:

$$q_{1-2} = q_{1-3}$$

и, следовательно, может быть составлена простая система уравнений, которая может быть решена относительно неизвестной величины H_3 :

$$\left\{ \begin{array}{l} q_{1-2} = k \frac{(h_1^2 - h_2^2)}{2L}; \\ q_{1-3} = k \frac{(h_1^2 - h_3^2)}{2X}; \end{array} \right.$$

Депрессионная кривая напорного водоносного горизонта

Решение системы из двух линейных уравнений:

$$k \frac{(h_1^2 - h_2^2)}{2L} = k \frac{(h_1^2 - h_3^2)}{2X};$$

$$\frac{(h_1^2 - h_2^2)}{L} = \frac{(h_1^2 - h_3^2)}{X};$$

$$\frac{X}{L} (h_1^2 - h_2^2) = (h_1^2 - h_3^2);$$

$$h_3^2 = h_1^2 - \frac{X}{L} (h_1^2 - h_2^2);$$

Депрессионная кривая напорного водоносного горизонта

Уравнение депрессионной кривой безнапорного водоносного горизонта на горизонтальном водоупоре:

$$h_3 = \sqrt{h_1^2 - \frac{X}{L}(h_1^2 - h_2^2)};$$

$$h_x = \sqrt{h_1^2 - \frac{X}{L}(h_1^2 - h_2^2)};$$

Пример расчёта:

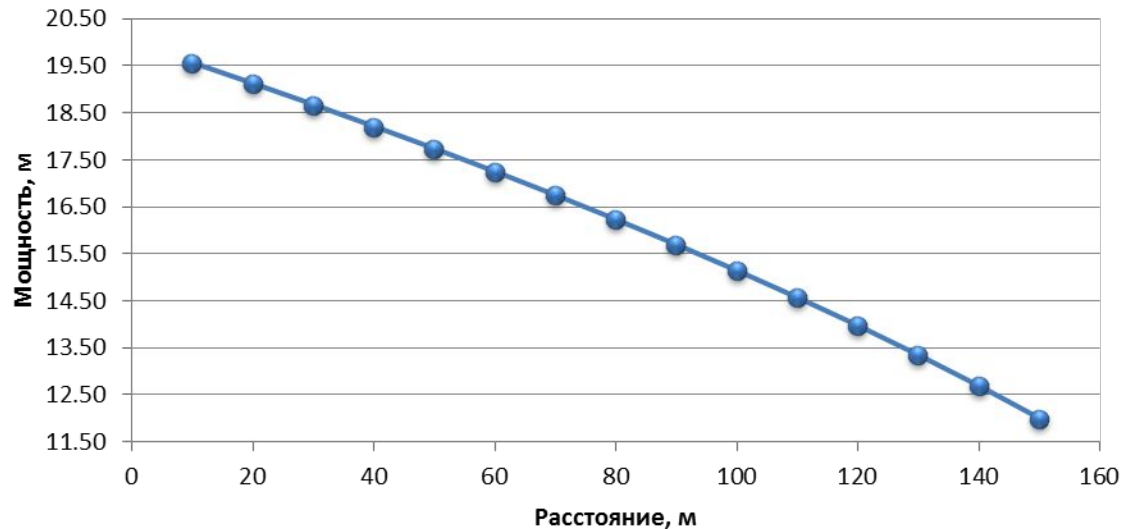
$h_1 = 20 \text{ м}$
 $h_2 = 12 \text{ м}$
 $L = 150 \text{ м}$
 $K = 5 \text{ м/сут}$
 $B = 50 \text{ м}$

$$q = 5 \frac{400 - 144}{150} = 4,267 \text{ м}^3/\text{сут};$$

$$Q = B * q = 50 * 4,267 = 213.33 \text{ м}^3/\text{сут};$$

№	X, м	h, м
1	10	19.57
2	20	19.13
3	30	18.68
4	40	18.21
5	50	17.74
6	60	17.25
7	70	16.75
8	80	16.23
9	90	15.70
10	100	15.14
11	110	14.57
12	120	13.97
13	130	13.35
14	140	12.69
15	150	12.00

График депрессионной кривой безнапорного водоносного горизонта



Расчёты естественного фильтрационного потока позволяют:

определять расход подземных вод в условиях безнапорного водоносного горизонта (непосредственные методы измерения расхода отсутствуют);

определять мощности водоносного горизонта в области фильтрации между пробуренными скважинами

Следует различать расчётные схемы фильтрации в безнапорных водоносных горизонтах на наклонном и горизонтальном водоупоре.

В сложных случаях строения водоносного горизонта используют методы численного моделирования процессов фильтрации для количественной оценки грунтовых потоков с учетом фильтрационной неоднородности водовмещающих пород, инфильтрационного питания подземных вод и других осложняющих факторов