



3.6. МИНИМИЗАЦИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В КЛАССЕ ДНФ

Будем рассматривать классический базис (И, ИЛИ, НЕ) в классе ДНФ.

ДНФ, содержащая минимальное число букв, называется минимальной (МДНФ). Минимизация булевых функций – это получение МДНФ.



1. Метод склеивания и поглощения

Элементарное склеивание:

$$a \cdot \bar{b} \vee a \cdot b = a$$

Элементарное поглощение:

$$a \vee a \cdot b = a$$

Если к ДНФ применять эти операции, то в конце концов дальнейшие преобразования будут невозможны: получится тупиковая ДНФ. Среди всех тупиковых ДНФ будет МДНФ.



2. Метод Карно

Множество переменных разбивается на группы в таблице по строкам и столбцам. При составлении карты Карно строки нумеруются всеми возможными комбинациями переменных первой группы, чтобы расстояние между ними было равно 1. Это означает, что единицам, расположенным в соседних по вертикали или горизонтали клетках соответствуют конъюнкции, которые можно склеить.

Склеивание двух единиц соответствует 1 переменной, четырех единиц – двум переменным.



Пример. Провести минимизацию функции методом склеивания и поглощения и методом Карно.

$$f = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3 \vee \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \vee x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3 \vee x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$

Метод склеивания и поглощения.

$$\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3$$

$$\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3$$

$$\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3$$

$$\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3$$

$$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$

$$f = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_3 \vee \bar{x}_1 \cdot x_3 \vee \bar{x}_1 \cdot x_2 \vee x_2 \cdot \bar{x}_3 \vee x_2 \cdot x_3 \vee x_1 \cdot x_2 = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_1 \vee x_2 \vee x_1 \cdot x_2 = \bar{x}_1 \vee x_2$$

Метод Карно.

$$f = \underbrace{\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3}_1 \vee \underbrace{\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3}_2 \vee \underbrace{\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3}_3 \vee \underbrace{\bar{x}_1 \cdot x_2 \cdot x_3}_4 \vee \underbrace{x_1 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_3}_5 \vee \underbrace{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3}_7$$

$X_1 X_2 \backslash X_3$	0	1
00	1_1	1_2
01	1_3	1_4
11	1_5	1_6
10		

$$1_1, 1_2, 1_3, 1_4 \rightarrow \bar{x}_1$$

$$1_3, 1_4, 1_5, 1_6 \rightarrow x_2$$

$$f = \bar{x}_1 \vee x_2$$