

Знания о системах счисления и
двоичном представлении
информации в памяти компьютера

Сколько единиц содержится в двоичной записи результата

выражения:

$$(2 \cdot 10_8)^{2010} - 4^{2011} + 2^{2012}?$$

16 раздел

Свойство степени с основанием 2

Количество 0:

- $2^0 = 1_2$ **0**
- $2^1 = 10_2$ **1**
- $2^2 = 100_2$ **2**
- $2^n = \underbrace{1000 \dots 000}_n_2$ **n**

Сколько единиц содержится в
двоичной записи результата
выражения:

$$(2 \cdot 10_8)^{2010} - 4^{2011} + 2^{2012}?$$

Приводим все числа к основанию 2

- $10_8 = 8_{10} = 2^3_{10}$
- $4 = 2^2$

$$(2 \cdot 10_8)^{2010} - 4^{2011} + 2^{2012} = (2 \cdot 2^3)^{2010} - (2^2)^{2011} + 2^{2012},$$

учитывая, что $2 \cdot 2^3 = 2^4$, получим:

Сколько единиц содержится в
двоичной записи результата
выражения:

$$(2 \cdot 10_8)^{2010} - 4^{2011} + 2^{2012}?$$

Применяем правило возведения степени в
степень:

$$(2^4)^{2010} - (2^2)^{2011} + 2^{2012} = 2^{8040} - 2^{4022} + 2^{2012}$$

$$2^{8040} = 100000000 \dots 0_2 \quad (8040 \text{ нулей})$$

$$2^{4022} = 100000000 \dots 0_2 \quad (4022 \text{ нуля})$$

$$2^{2012} = 100000000 \dots 0_2 \quad (2012 \text{ нулей})$$

$$2^{8040} - 2^{4022} + 2^{2012}$$

Вычитаем из числа 2^{8040} число 2^{4022} , но сначала рассмотрим пример:

$$\begin{array}{r} 10000_2 \\ - 100_2 \\ \hline 11100_2 \end{array}$$

Видим, что этот пример выполняет $2^5 - 2^2$.

В результате 2 нуля и (5-2) единицы.

Найдите количество нулей и единиц в разности:

$$2^{8040} - 2^{4022}$$

$$2^{8040} - 2^{4022}$$

4018 единицы в начале и 4022 нуля в конце!

Теперь прибавим к результату 2^{2012} .

Заметим, что в этом числе одна единица и остальные 2012 разрядов - нули.

В результате суммы в конечный результат добавляется ещё одна единица.

Следовательно, в двоичной записи выражения получится 4019 единиц.

Ответ: 4019

Ещё пример 16 задания:

**Сколько единиц в двоичной записи
числа**

$$4^{2016} - 2^{2018} + 8^{800} - 80$$

Решение:

1) $(2^2)^{2016} - 2^{2018} + (2^3)^{800} - 2^6 - 2^4$

2) $2^{4032} - 2^{2018} + 2^{2400} - 2^6 - 2^4$

3) **Перестроим слагаемые в порядке
уменьшения степеней двойки:**

$$2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} - 2^6 - 2^4$$

$$2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2018} - 2^6 - 2^4$$

4) Представим $-2^{2018} = -2^{2019} + 2^{2018}$
и $-2^6 = -2^7 + 2^6$

5) Получим выражение:

$$2^{4032} + 2^{2400} - 2^{2019} + 2^{2018} - 2^7 + 2^6 - 2^4$$

1 единица
и
4032 нуля

381
единица
и
2019 нулей

2011
единиц
и
7 нулей

2
единицы
и
4 нуля

6) Общее количество единиц равно:

$$1 + 381 + 2011 + 2 = 2395$$

Упражнение:

Сколько единиц в двоичной записи числа:

$$\begin{aligned} & 2^{2014} - 4^{650} - 38? \\ & 2^{2014} - 4^{650} - 38 = 2^{2014} - 2^{1300} - 2^5 - 2^2 - 2^1 = \\ & = \underbrace{2^{2014} - 2^{1301}}_{713 \text{ единиц}} + \underbrace{2^{1300} - 2^6}_{1294 \text{ единицы}} + \underbrace{2^5 - 2^3}_2 + \underbrace{2^2 - 2^1}_1 = \\ & \underbrace{\hspace{15em}}_{2010 \text{ единиц}} \end{aligned}$$

Упражнение:

Сколько нулей в двоичной записи числа:

$$8^{1234} - 4^{234} + 2^{1620} - 108?$$

$$2^{3702} - 2^{468} + 2^{1620} - 2^6 - 2^5 - 2^3 - 2^2 =$$

$$= 2^{3702} + 2^{1620} - 2^{469} + 2^{468} - 2^7 + 2^6 - 2^6 + 2^5 - 2^4 + 2^3 - 2^2 =$$

$$= 2^{3702} + 2^{1620} - 2^{469} + 2^{468} - 2^7 + 2^5 - 2^4 + 2^3 - 2^2 =$$



Итого: $3702 - 1614 = 2088$

нулей

1614
единиц

Упражнение:

Значение арифметического выражения:

$4 \cdot 25^4 - 5^4 + 14$ записали в системе счисления с основанием 5. Какова сумма цифр содержащихся в этой записи? Ответ укажите в десятичной системе.

$$4 \cdot 5^8 = 400000000_5 \text{ (8 нулей)}$$

$$1 \cdot 5^4 = 10000_5 \text{ (4 нуля)}$$

$$2 \cdot 5^1 = 20_5 \quad 4 \cdot 5^0 = 4_5$$

$$\begin{array}{r} 400000000_5 \\ + \quad \quad \quad 24_5 \\ \hline \cancel{4000000024}_5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 400000024_5 \\ - 10000_5 \\ \hline 344440024_5 \end{array}$$

$$\text{Сумма цифр: } 3+20+2=25$$

Упражнение:

Значение арифметического выражения:

$9^{22} + 3^{66} - 18$ записали в системе счисления с основанием 3. Сколько цифр «2» содержится в этой записи?

Решение:

$$1 * 3^{44} + 1 * 3^{66} - 2 * 3^2$$

Решение:

Сколько цифр «2» содержится в этой

задача? $1*3^{66} - 2*3^2$

$1*3^{66} = 10000000000000000 \dots 0_3$ (66 нулей)

$1*3^{44} = 100000000 \dots 0_3$ (44 нуля)

44 нуля

$2*3^2 = 200_3$

+ $10000000000000000 \dots 0_3$

-

~~$100 \dots 00100 \dots 000_3$~~

$100000000 \dots 0_3$

200_3

1 21 нуля 1

44 нуля

$100 \dots 00022 \dots 2100_3$ (двойка)

двойка

Упражнение:

Раздел 1

Вычислите: $10221211_3 - 3838_9 + 3_{27}$

Ответ запишите в десятичной системе счисления

Девятиричная и троичная системы счисления являются родственными системами записи чисел. Составим таблицу:

3-ая	9-ая
00	0
01	1
02	2
10	3
11	4
12	5
20	6
21	7
22	8

Переведём троичное число в девятиричную систему:

$$\underline{10221211}_3 = 3854_9$$

Вычислим разность:

$$\begin{array}{r} 3854_9 \\ - 3838_9 \\ \hline 15_9 \end{array}$$

Переведём в десятичную систему:

$$= 1 \cdot 9^1 + 5 + 9^0 = 14_{10}$$

$$3_{27} = 3_{10}. \text{ Последнее действие: } 14 + 3 = 17.$$

Для тренировки:

Сколько единиц в двоичной записи числа:

- $(2 \cdot 10_{16})^{2048} + 8^{2048} + 4^{512} - 4$?