

1. Предмет физики

Физика – наука о наиболее простых и общих формах движения материи.

Неживая материя существует в двух видах – **вещества** (атомы, молекулы и построенные из них тела) **и поля** (электромагнитное и гравитационное поля, а также поля сильных и слабых взаимодействий).

Вещество и поле могут превращаться друг в друга.

Например, в результате аннигиляции электрона и позитрона рождаются фотоны – кванты электромагнитного поля.

Существует и обратный процесс: при движении фотона вблизи ядер может рождаться пара частиц **электрон + позитрон**.

Основным методом исследования в физике является опыт. В результате обобщения опытных фактов устанавливаются физические законы в виде соотношений между физическими величинами.

Физический закон – это устойчивая, повторяющаяся закономерность, существующая в природе.

По мере накопления опытных данных происходит уточнение законов, смена физических теорий.

Физика тесно связана с другими естественными науками – химией, биологией, астрономией, геологией и т.д.

Механика делится на 3 части:

- 1) кинематику** - изучает движение тел, отвлекаясь от причин, его вызывающих
- 2) динамику** - изучает законы движения тел и причины, вызывающие их движение
- 3) статику** - изучает законы равновесия тел

Рассмотрим сначала основные законы кинематики.

2. Кинематика материальной точки

2.1 *Понятия системы отсчета и материальной точки*

Ньютон считал пространство и время *абсолютными*, не зависящими друг от друга и от присутствующих в них тел.

Пространство – это вместителище вещей, которое везде и всегда одинаковое и неподвижное.

Время – течет равномерно безотносительно к чему-либо.

Согласно специальной теории относительности пространство и время *неразрывно связаны друг с другом* и образуют единое 4-х мерное пространство-время.

В общей теории относительности показывается, что *массы искривляют пространство и влияют на ход времени.*

Для описания движения какого-либо тела необходимо указать по отношению к какому телу рассматривается его движение.

Для измерения времени надо иметь часы.

Роль часов может выполнять любое устройство, повторяющее многократно один и тот же процесс.

Совокупность неподвижных друг относительно друга тел и отсчитывающих время часов образуют **систему отсчета.**

Описать движение тела – значит указать для каждого момента времени положение тела в пространстве и его скорость.

Для системы тел – надо задать положения и скорости всех входящих в систему тел.

Задание положений и скоростей тел полностью определяет состояние механической системы.

Для описания движения тел используют приближения. Часто можно пренебречь размерами тела.

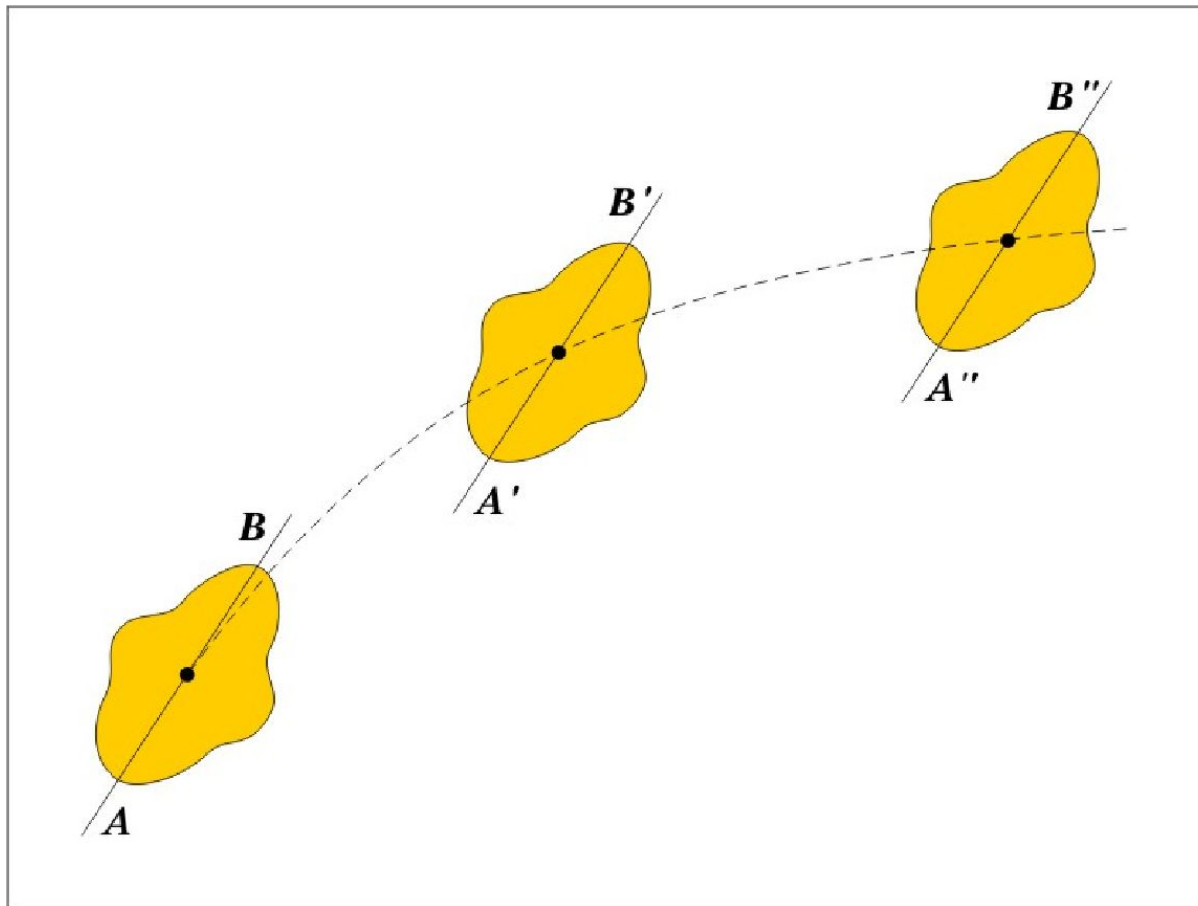
Тело, размерами которого в условиях решаемой задачи можно пренебречь, называется материальной точкой.

Одно и то же тело в одних условиях можно рассматривать как материальную точку, а в других нельзя.

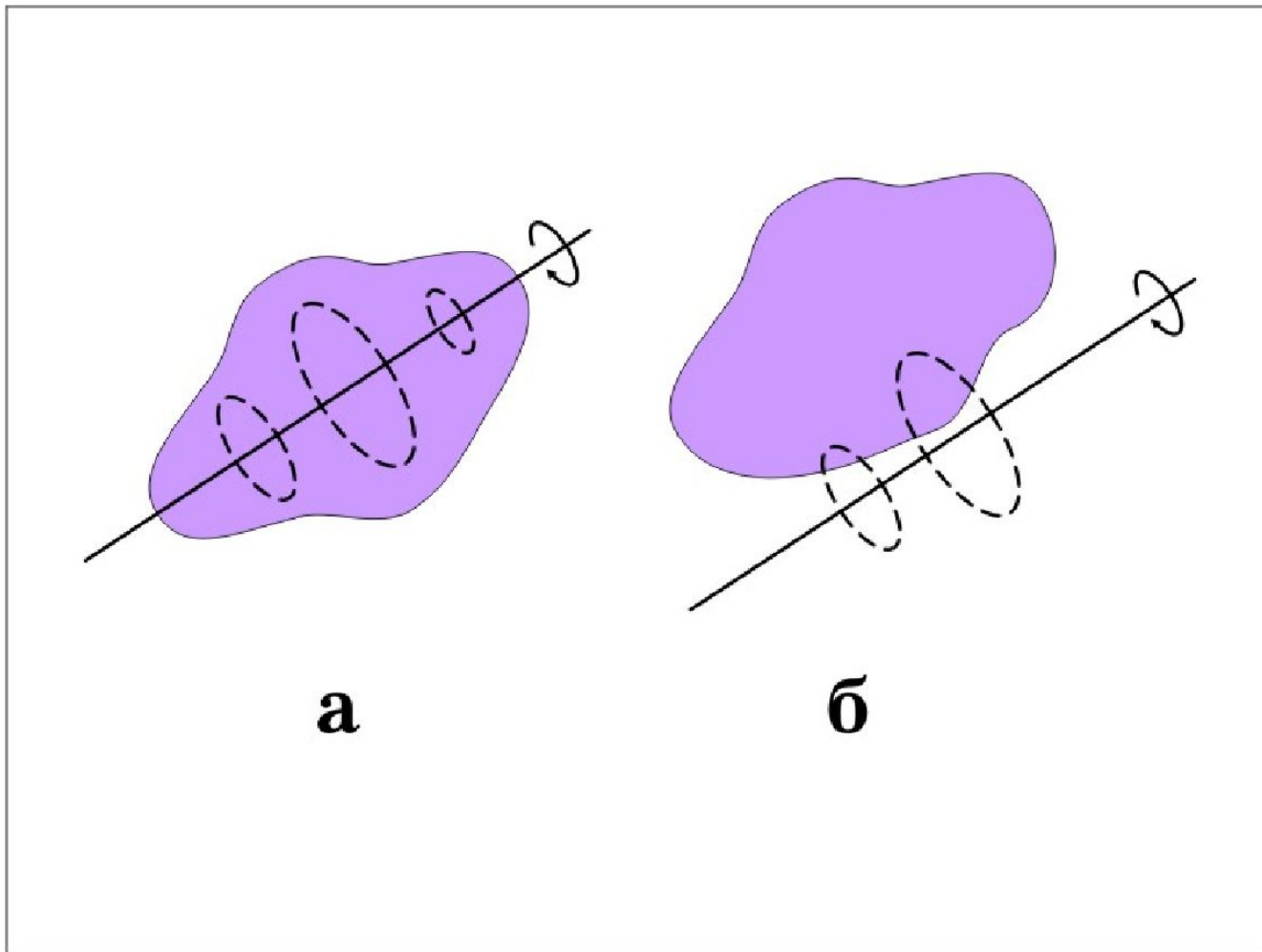
Материальную точку далее будем называть частицей.

Всякое движение можно разложить на два основных вида движения – поступательное и вращательное.

Поступательное движение - такое движение, при котором любая прямая, связанная с телом, остается параллельной самой себе при движении тела.

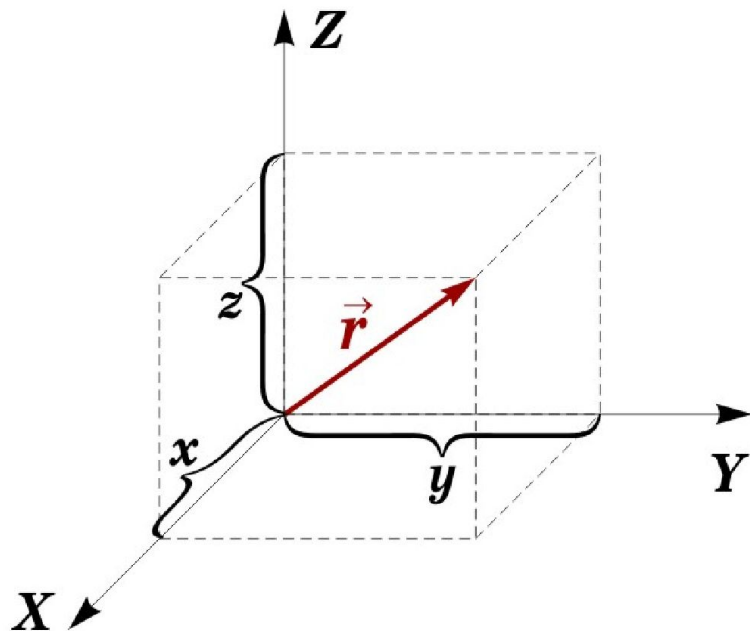


При вращательном движении все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же **оси вращения** (а). Ось вращения может **находиться и вне тела** (б).



Для описания движения вводят **систему координат**, которая связана с телами, образующими систему отсчета.

В **прямоугольной декартовой системе координат** положение точки определяется 3-мя проекциями (x, y, z) на декартовы оси радиус-вектора \vec{r} , проведенного из начала координат в данную точку



$$\vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$$

где $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ - базисные векторы.

(орты), имеющие единичную длину

$$|\vec{e}_x| = |\vec{e}_y| = |\vec{e}_z| = 1$$

и ортогональные друг к другу

$$|\vec{r}|^2 = r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

2.2 Перемещение и скорость материальной точки

При своем движении материальная точка описывает некоторую линию, которая называется *траекторией*.

В зависимости от формы траектории движение может быть прямолинейным или криволинейным.

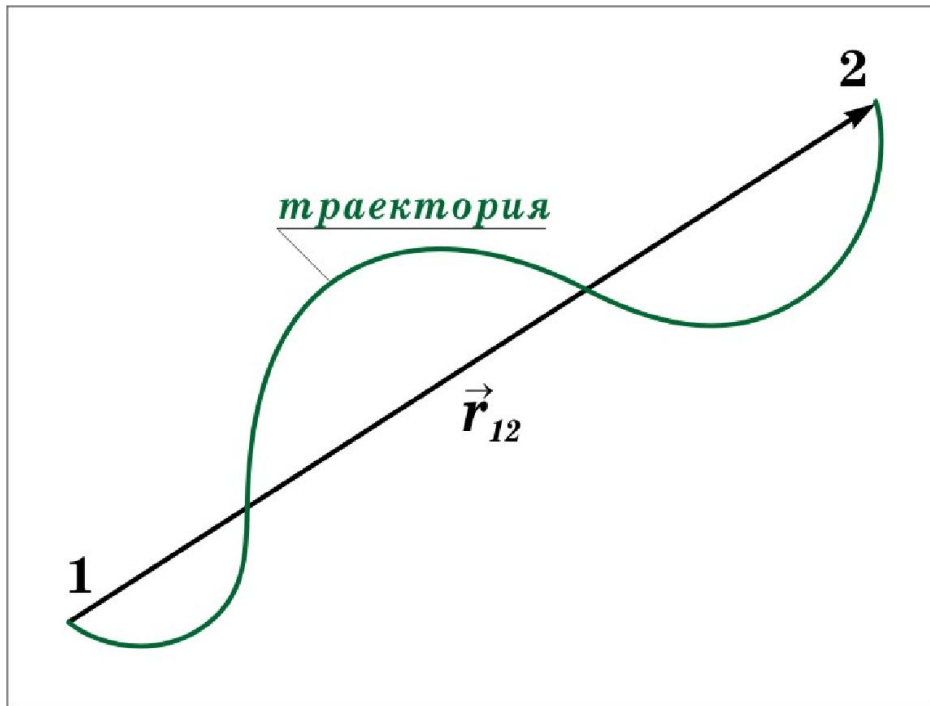
Координаты точки меняются со временем согласно *кинематическим уравнениям движения*

$$x = x(t) ; y = y(t) ; z = z(t) \quad (2.2.1)$$

которые можно записать в векторном виде

Уравнение траектории получается из уравнений (2.2.1) путем исключения времени t .

Пусть частица движется вдоль некоторой траектории и за время t перемещается из точки **1** с радиус-вектором r_1 в точку **2** с радиус-вектором r_2 . Вектор r_{12} , соединяющий начальную точку **1** с конечной точкой **2**, называется **перемещением**



$$r_{12} = r_2 - r_1$$

Длина траектории **S**
путем,
частицей

Быстроту и направление движения частицы
характеризует векторная величина – **скорость**.

Направление скорости совпадает с направлением вектора бесконечно малого перемещения $d\mathbf{r}$, который направлен вдоль касательной к траектории.

Модуль скорости равен

$$v = |\mathbf{v}| = \frac{d|\mathbf{r}|}{dt} = \frac{dr}{dt}$$

2.3 Ускорение материальной точки

При неравномерном движении скорость частицы может меняться как по величине, так и по направлению. Быстрота изменения скорости определяется **ускорением**, которое равно первой производной от скорости по времени

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

Проекция вектора ускорения на декартовую ось x равна

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = v_x = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right)$$

Для a_y и a_z надо сделать замены $x \rightarrow y$ и $x \rightarrow z$.

Выделим из ускорения нормальную и тангенциальную составляющие. Для этого подставим в (2.3.1) формулу для скорости $\vec{v} = v\vec{\tau}$ получим

$$\vec{a} = \frac{dv\vec{\tau}}{dt} = \frac{d(v\vec{\tau})}{dt} = \frac{dv}{dt}\vec{\tau} + v\frac{d(\vec{\tau})}{dt}$$

Обозначим $a_\tau = \frac{dv}{dt}$; $a_n = v\frac{d\tau}{dt}$

Тогда $\vec{a} = a_\tau + a_n$ (2.3.2)

$$a_\tau$$

- тангенциальное ускорение

$$a_n$$

- нормальное ускорение

Тангенциальное ускорение \vec{a}_τ направлено вдоль единичного вектора $\vec{\tau}$, поэтому оно направлено по касательной к траектории и характеризует изменение модуля скорости.

При этом если $\dot{v} > 0$, то модуль скорости со временем увеличивается, а вектор тангенциального ускорения \vec{a}_τ направлен в ту же сторону, что и вектор скорости \vec{v} .

Если $\dot{v} < 0$, то модуль скорости со временем уменьшается, а векторы \vec{a}_τ и \vec{v} направлены в противоположные стороны.

При равномерном движении $\dot{v} = 0$ тангенциального ускорения нет.

С учетом выражений для тангенциального и нормального ускорений, вектор полного ускорения принимает окончательный вид

$$\vec{a} = \omega \vec{\tau} + \frac{v^2}{R} \vec{n}$$

Поскольку $\vec{n} \perp \vec{\tau}$ и $|\vec{n}| = |\vec{\tau}| = 1$, то модуль полного ускорения равен

$$a = \sqrt{(\omega)^2 + \left(\frac{v^2}{R}\right)^2}$$

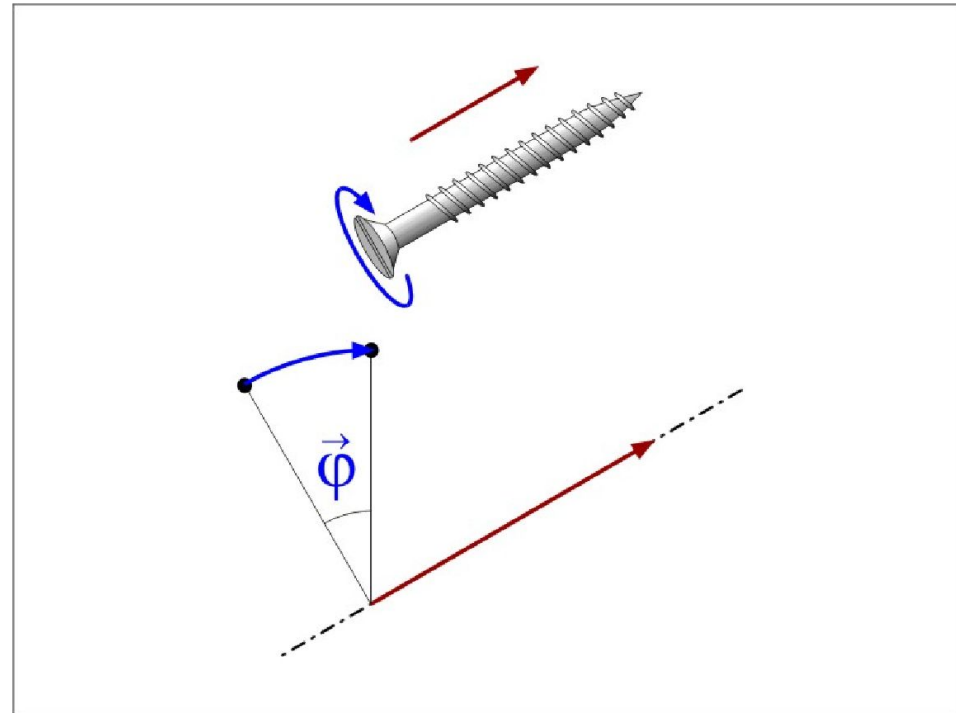
2.4 Кинематика вращательного движения

2.4.1 Угловая скорость

Рассмотрим твердое тело, вращающееся вокруг неподвижной оси. Для указания направления поворота совместим **правый винт** с осью поворота так, чтобы его головка вращалась в направлении движения точек тела по окружности.

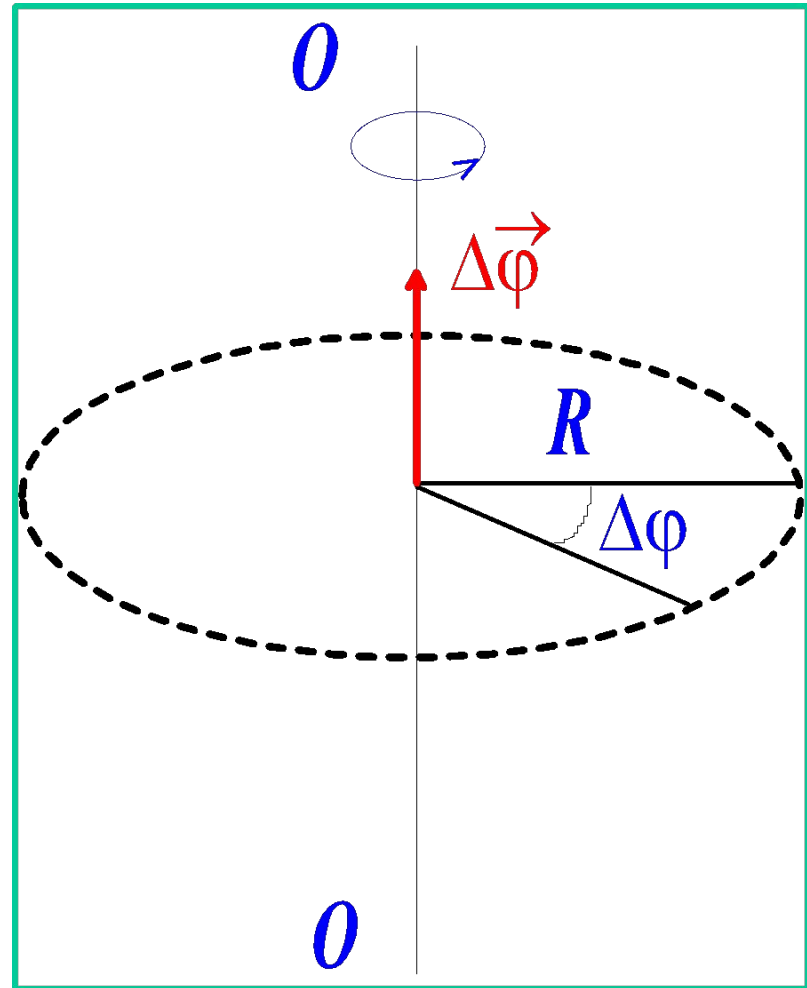
Это правило называется **правилом правого винта**:

вращение головки правого винта по часовой стрелке вызывает его перемещение в сторону острия



Пусть некоторая точка тела движется по окружности радиуса R и за время Δt поворачивается на угол $\Delta\phi$.

Данный поворот можно описать вектором $\Delta\vec{\phi}$, длина которого равна углу поворота, а направление совпадает с направлением оси вращения в сторону острия правого винта.



Угловой скоростью называется величина, равная первой производной угла поворота по времени

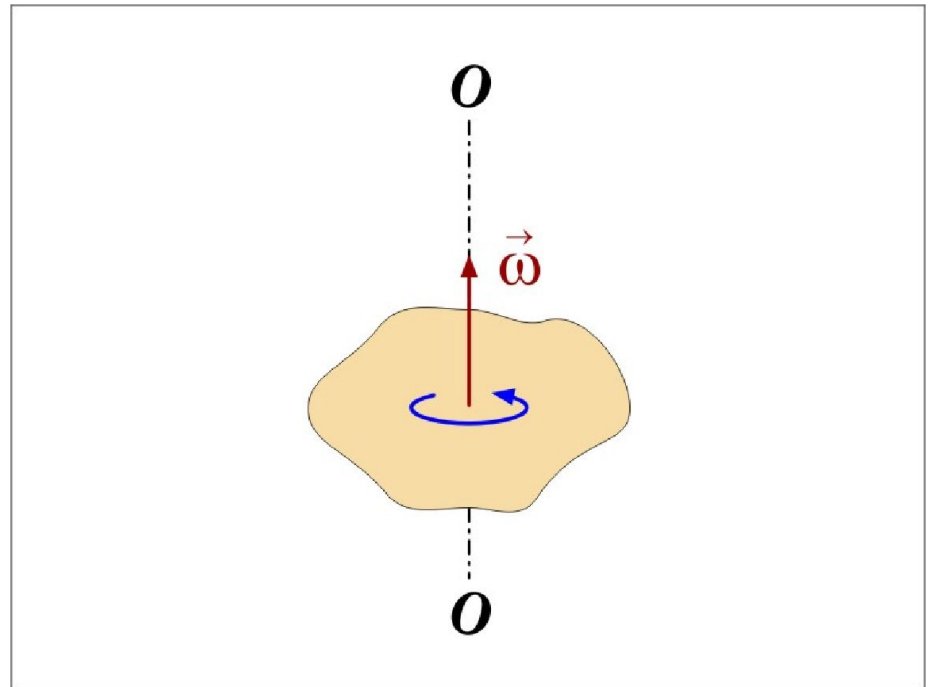
$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} \quad (2.4.1)$$

Угловая скорость направлена вдоль оси вращения в сторону, определяемую правилом правого винта..

Угловая скорость $\vec{\omega}$ характеризует быстроту вращения тела.

Единицей ее измерения является

$$\left(\frac{\text{рад}}{\text{сек}} \right)$$



Вращение с постоянной угловой скоростью называется *равномерным*. Его можно охарактеризовать периодом и частотой вращения.

Период вращения T – это время, за которое точка совершает один полный поворот на угол 2π

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (2.4.2)$$

Частота вращения равна числу полных поворотов за единицу времени

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (2.4.3)$$

Единицей измерения частоты является

$$\left(\frac{1}{\text{сек}} \right) = \text{Гц}$$

2.4.2 Угловое ускорение

При неравномерном вращении вектор угловой скорости может менять как свою величину, так и свое направление за счет поворота оси вращения.

Пусть за время Δt вектор ω получил приращение $\Delta\omega$. Для характеристики быстроты изменения угловой скорости вводится **угловое ускорение**

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} \quad (2.4.6)$$

Его размерность **рад/сек²**. Если $\varepsilon > 0$, то вектор ε направлен в ту же сторону, куда направлен и вектор ω . Если $\varepsilon < 0$, то эти вектора направлены навстречу друг другу.

3. Динамика материальной точки

В основе классической механики лежат три закона динамики, сформулированные **Ньютоном** в **1687** г. Эти законы являются обобщением опытных фактов о поведении макроскопических тел, движущихся со скоростями много меньшими скорости света.

3.1 Первый закон Ньютона.

Инерциальные системы отсчета

В разных системах отсчета движение одного и того же тела носит разный характер. Но относительно некоторых систем движение тел оказывается особенно простым. Эти системы отличаются от других тем, что в них **тело не подверженное воздействию других тел движется прямолинейно и равномерно**. Такие системы называются **инерциальными системами отсчета**.

Итак, **первый закон Ньютона** (**закон инерции**) утверждает существование инерциальных систем и формулируется следующим образом:

всякое тело находится в состоянии покоя или равномерного и прямолинейного движения, до тех пор пока воздействие со стороны других тел не изменит это состояние.

Любая система отсчета, движущаяся относительно некоторой инерциальной системы прямолинейно и равномерно, тоже является инерциальной. Поэтому **существует бесконечное множество инерциальных систем.**

Первый закон **Ньютона** говорит, что лишь внешнее воздействие может изменить скорость тела и сообщить ему ускорение. Всякое тело как бы **“противится”** изменению своего состояния движения. Это свойство тел называют **“инертностью”**.

Для количественного описания внешних воздействий вводится понятие **силы**.

Сила – это векторная величина, выступающая мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, в результате которого тело приобретает ускорение или изменяет свою форму и размеры.

3.2 Второй закон Ньютона

Второй закон Ньютона является **основным законом динамики**. Он говорит о том, как меняется механическое движение тела под действием приложенной к нему силы. Опыт показывает, что:

ускорение тела пропорционально действующей на него силе и обратно пропорционально его массе

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Второй закон Ньютона, также как и первый закон, *справедлив только в инерциальных системах отсчета.*

В классической механике считается, что масса тела не зависит от его движения, поэтому уравнение (3.2.1) можно переписать в виде

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

где $\vec{p} = m\vec{v}$ - импульс тела.

Таким образом

$$F = \frac{dp}{dt}$$

Отсюда следует другая формулировка **2-го закона Ньютона**: *сила равна скорости изменения импульса тела.*

Формула **(3.2.2)** имеет более широкую область применимости, чем формула **(3.2.1)**, поскольку она, в отличие от **(3.2.1)**, справедлива также для тел с переменной массой и для тел, движущихся с около световыми скоростями.

Опыт показывает, что выполняется принцип независимости сил :

если на тело действуют одновременно несколько сил, то каждая из них сообщает телу такое ускорение, как если бы других сил не было.

Единицей измерения силы в системе **СИ** (метр-секунда-килограмм) является **НЬЮТОН**, равный силе, которая массе **1** кг сообщает ускорение **1** м/с² в направлении действия силы

$$\mathbf{H} = 1 \frac{\mathbf{КГ} \cdot \mathbf{М}}{\mathbf{с}^2}$$

3.3 Третий закон Ньютона

Всякое действие тел друг на друга носит характер взаимодействия: если одно тело действует на другое тело с некоторой силой \vec{F}_1 , то и другое тело в свою очередь тоже действует на первое тело с некоторой силой \vec{F}_2 .

Опыт показывает, что *силы, с которыми действуют тела друг на друга, всегда равны по величине и противоположны по направлению* (третий закон Ньютона)

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

4. Динамика вращательного движения твердого тела

Твердое тело – это система материальных точек, расстояния между которыми не меняются в процессе движения.

При вращательном движении твердого тела все его точки движутся по окружностям, центры которых лежат на оси вращения. Рассмотрим основные законы вращательного движения твердого тела.

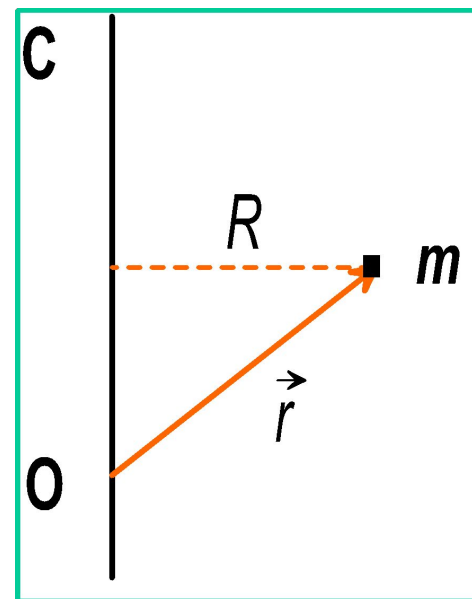
4.1 Момент инерции

Момент инерции материальной точки относительно оси вращения равен произведению массы точки на квадрат расстояния от нее до оси вращения

$$J = mR^2$$

(4.1.1)

Момент инерции точки зависит только от ее кратчайшего расстояния до оси вращения.



Для системы материальных точек момент инерции равен сумме моментов инерции отдельных точек

$$J = \sum_i J_i = \sum_i m_i R_i^2$$

Если масса распределена непрерывно с плотностью $\rho(\mathbf{r})$, то тело можно разбить на малые объемы ΔV_i с массами $\Delta m_i = \rho_i \Delta V_i$. Эти объемы можно рассматривать как материальные точки. Суммируя их моменты инерции, получим момент инерции всего тела

$$\sum_i \Delta m_i R_i^2 = \sum_i \rho_i \Delta V_i R_i^2$$

В пределе $\Delta V_i \rightarrow 0$ сумма переходит в интеграл по объему тела

$$\rho dV \int R^2 dm = \int R^2 \quad (4.1.2)$$

Момент инерции твердого тела зависит от распределения в нем массы, расстояния и ориентации оси относительно тела.

Моменты инерции :

1) *стержня* длиной l (вокруг оси, проходящей через середину стержня)

$$J = \frac{1}{12} m \cdot l^2$$

(4.1.3b)

2) *шара* с радиусом R_0 (вокруг оси, проходящей через центр шара)

$$J = \frac{2}{5} m \cdot R_0^2$$

(4.1.3c)

3) *полого тонкостенного цилиндра* с радиусом R_0 (вокруг оси симметрии цилиндра)

$$J = m \cdot R_0^2$$

(4.1.3d)

4.2 Теорема Штейнера

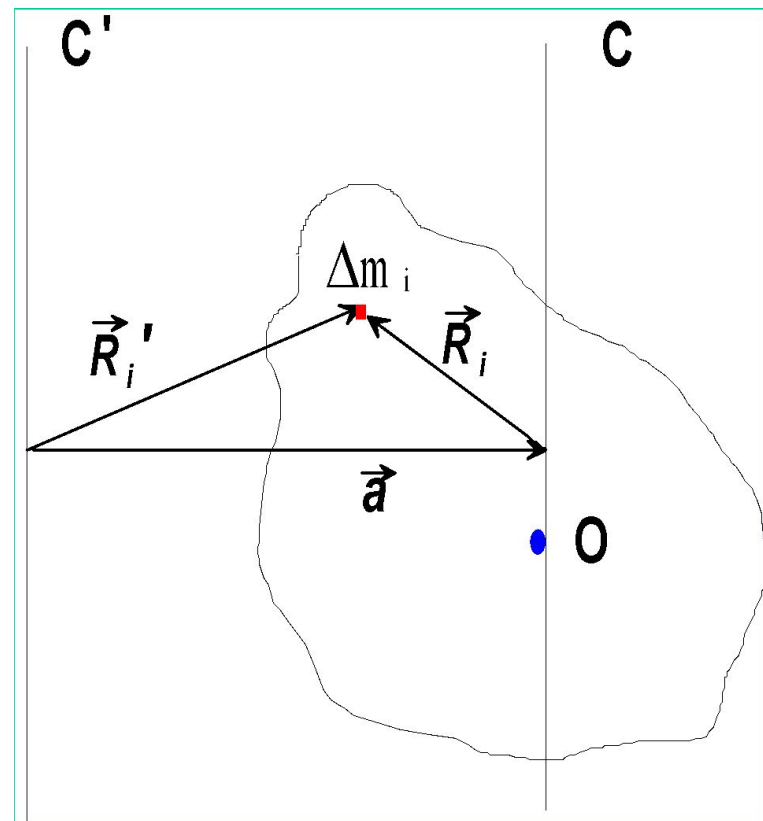
Найдем момент инерции тела *относительно произвольной оси*. Пусть ось **C** проходит через центр масс тела **O**. Разобьем тело на малые объемы с массами Δm_i и радиус-векторами \vec{R}_i , *перпендикулярными* к оси **C**.

Момент инерции относительно оси **C** равен
$$J_C = \sum_i \Delta m_i R_i^2$$

Пусть некоторая другая ось **C'** параллельна оси **C** и отстоит от нее на расстояние **a**.

Введем векторы \vec{R}'_i и \vec{a} , перпендикулярные двум осям

$$\vec{R}'_i = \vec{a} + \vec{R}_i$$



Квадрат расстояния элементарной массы Δm_i до оси C' равен

$$(R'_i)^2 = (\vec{a} + \vec{R}_i) \cdot (\vec{a} + \vec{R}_i) = a^2 + 2(\vec{a} \cdot \vec{R}_i) + R_i^2$$

Поэтому момент инерции тела относительно оси C' равен

$$J' = \sum_i \Delta m_i (R'_i)^2 = a^2 \sum_i \Delta m_i + 2\vec{a} \cdot \sum_i \Delta m_i \vec{R}_i + \sum_i \Delta m_i R_i^2$$

Здесь $\sum_i \Delta m_i = m$ - масса тела. Последнее слагаемое есть момент инерции относительно оси C , т.е. J_c . Сумма $\sum_i \Delta m_i \vec{R}_i$ равна произведению массы тела на вектор $\vec{R}_{Цм}$, направленный от оси C к центру масс. Поскольку центр масс лежит на оси C , то $\vec{R}_{Цм} = 0$, поэтому среднее слагаемое равно нулю, в результате получаем

теорема Штейнера

$$J' = ma^2 + J_c$$

Момент инерции относительно произвольной оси равен сумме момента инерции относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр масс тела, и произведения массы тела на квадрат расстояния между осями.

4.3 Кинетическая энергия вращающегося тела

Кинетическая энергия вращающегося тела равна сумме кинетических энергий его частей

$$T = \sum_i \frac{m_i v_i^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum_i m_i R_i^2 = \frac{J\omega^2}{2}$$

- где ω - угловая скорость вращения тела вокруг оси.

Сравнивая формулу (4.3.1) с формулой для кинетической энергии поступательного движения $mv^2/2$ видим, что

при вращательном движении мерой инерции тела выступает момент инерции.

Если тело участвует в **составном движении**, то его кинетическая энергия складывается из энергии поступательного движения и энергии вращения.

Например, у **цилиндра, катящегося без скольжения по плоскости**, полная кинетическая энергия равна

$$T = \frac{mv_c^2}{2} + \frac{J_c}{2}$$

где m – масса цилиндра, u_c – величина скорости его центра масс, J_c – момент инерции цилиндра относительно оси, проходящей через центр масс.

4.4 Момент силы

Пусть точка O – неподвижная точка в твердом теле, и к некоторой точке тела A с радиус-вектором \vec{r} , проведенным из O , приложена сила \vec{F} . Тогда векторное произведение

$$\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}]$$

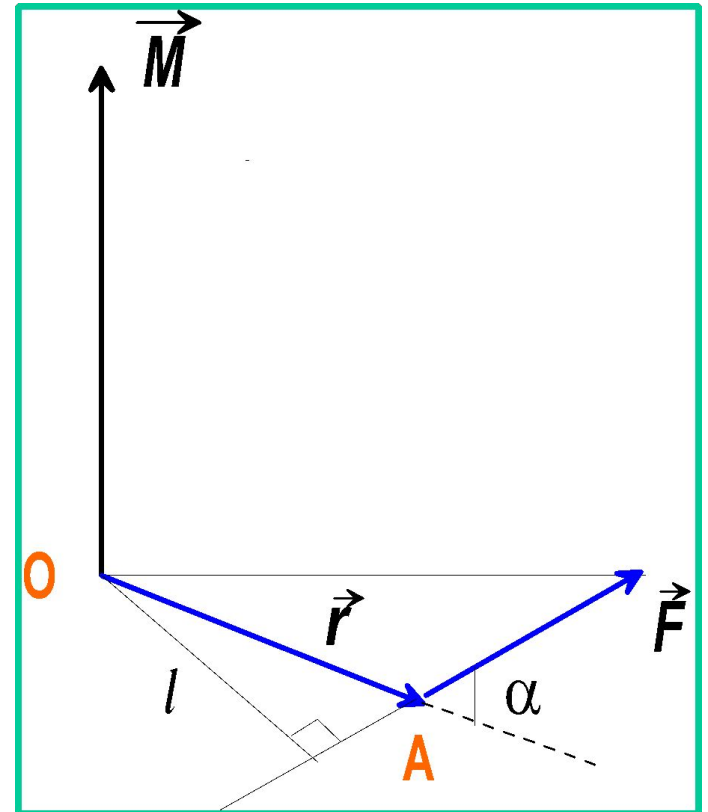
называется моментом силы \vec{F} относительно неподвижной точки O .

Момент силы является **вектором**, его направление совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от \vec{r} к \vec{F} .

Модуль момента силы равен

$$M = Fr \cdot \sin \alpha$$

где $l = r \cdot \sin \alpha$ – плечо силы.



4.5 Момент импульса

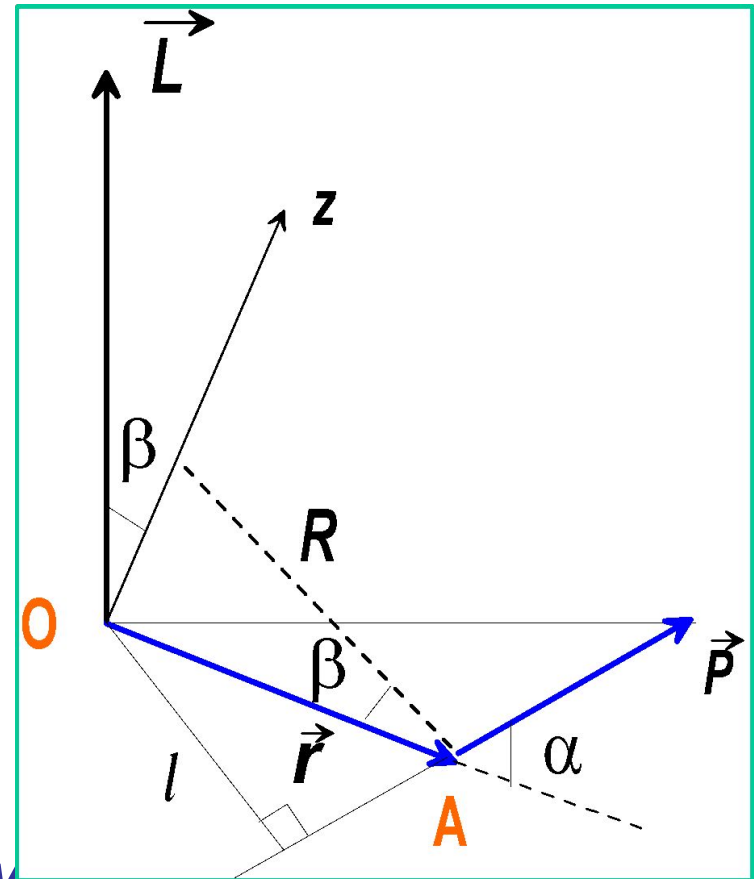
Моментом импульса материальной точки **A** относительно неподвижной точки **O** называется вектор, равный

$$\vec{L} = [\vec{r} \times \vec{p}] = [\vec{r} \times m\vec{v}]$$

где \vec{r} - радиус-вектор точки **A**. Направление вектора \vec{L} совпадает с направлением поступательного движения правого винта при его вращении от \vec{r} к \vec{p} .
 Модуль момента импульса равен

$$L = p \cdot r \cdot \sin \alpha$$

где $l = r \cdot \sin \alpha$ - плечо импульса



Теперь найдем связь между векторами $\overset{\square}{M}$ и $\overset{\square}{L}$.

Для этого возьмем производную по времени от формулы (4.5.1) для вектора $\overset{\square}{L}$

$$\frac{d\overset{\square}{L}}{dt} = \sum_i \frac{d\overset{\square}{L}_i}{dt} = \sum_i \left[\frac{d\overset{\square}{r}_i}{dt} \times \overset{\square}{p}_i \right] + \sum_i \left[\overset{\square}{r}_i \times \frac{d\overset{\square}{p}_i}{dt} \right]$$

Но $\left[\frac{d\overset{\square}{r}_i}{dt} \times \overset{\square}{p}_i \right] = \left[\overset{\square}{v}_i \times \overset{\square}{p}_i \right] = m_i \left[\overset{\square}{v}_i \times \overset{\square}{v}_i \right] = 0$

поэтому $\frac{d\overset{\square}{L}}{dt} = \sum_i \left[\overset{\square}{r}_i \times \frac{d\overset{\square}{p}_i}{dt} \right] = \sum_i \left[\overset{\square}{r}_i \times \overset{\square}{F}_i \right] = \sum_i \overset{\square}{M}_i = \overset{\square}{M}$

Уравнение динамики вращательного движения твердого тела в векторном виде

$$\frac{d\overset{\square}{L}}{dt} = \overset{\square}{M}$$

Производная по времени от момента импульса твердого тела относительно неподвижной точки равна моменту внешних сил относительно той же точки.