

# Площадь поверхности тел вращения

# Основная цель:

сформировать навык решения задач по теме

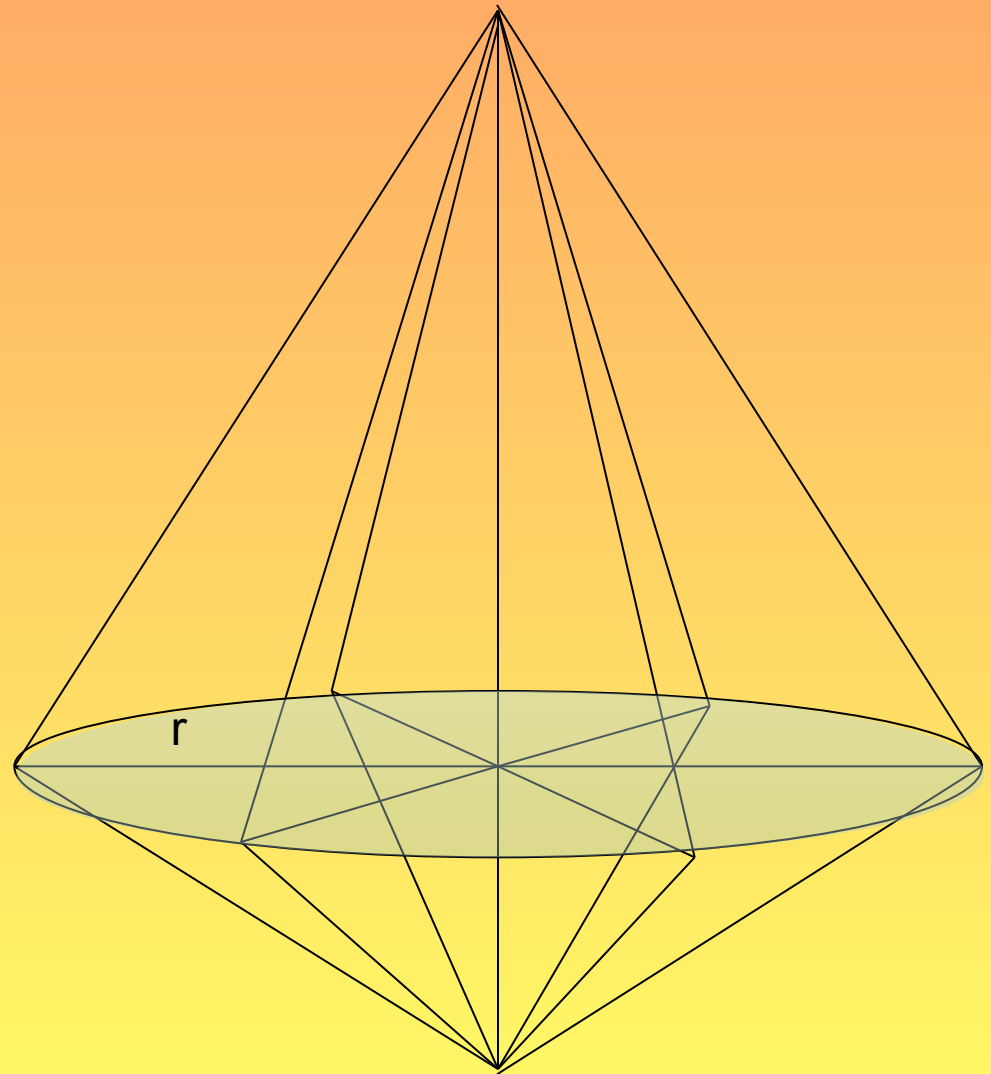
# Тело, полученное вращением прямоугольного треугольника вокруг прямой, содержащей гипотенузу

Возьмем прямоугольный треугольник

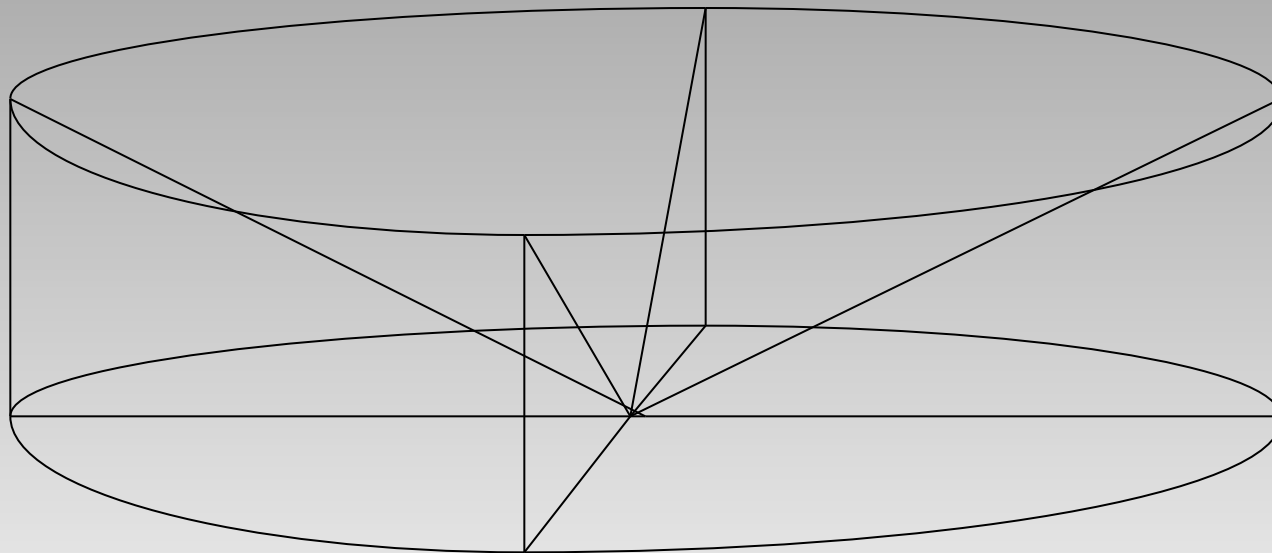
Вращение будет производиться вокруг гипотенузы

Проведем перпендикуляр к гипотенузе, он будет являться радиусом

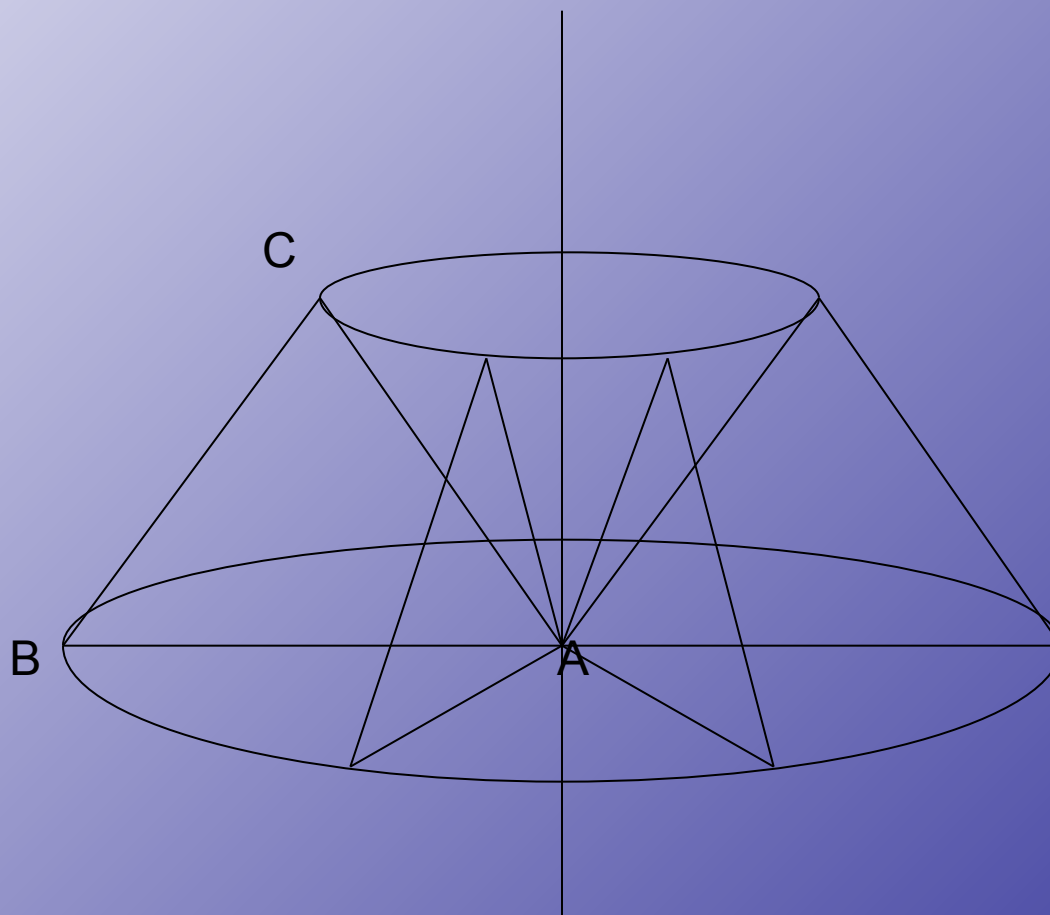
Вращая этот треугольник, получим



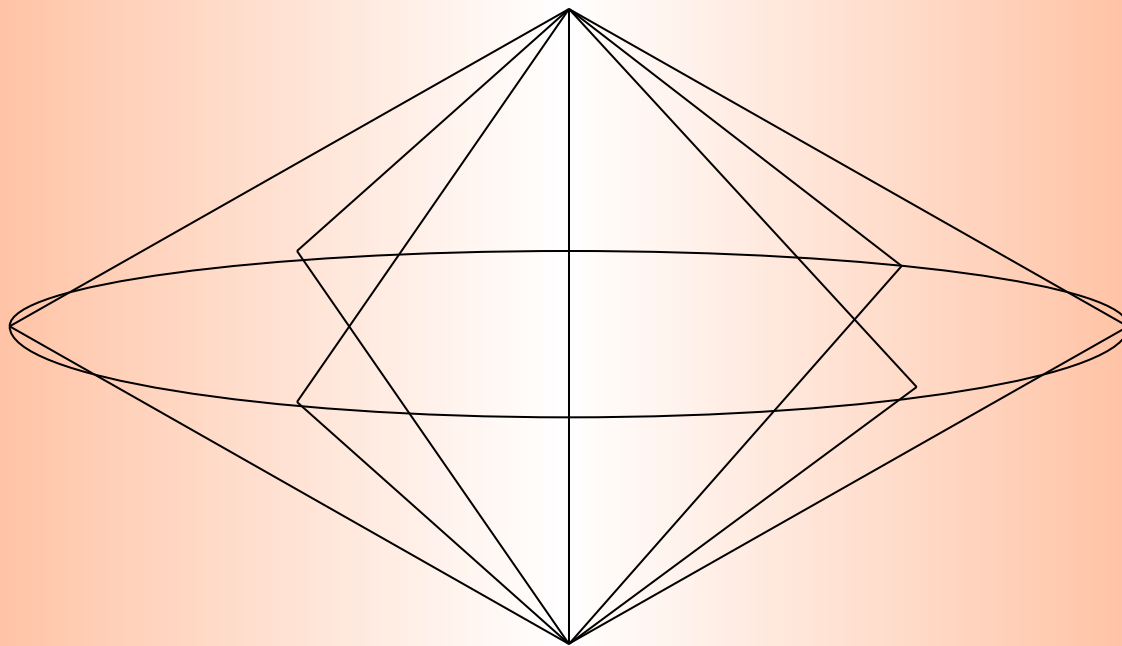
**Тело, полученное вращением прямоугольного  
треугольника вокруг прямой, проходящей через  
вершину острого угла, параллельно  
противоположному катету**



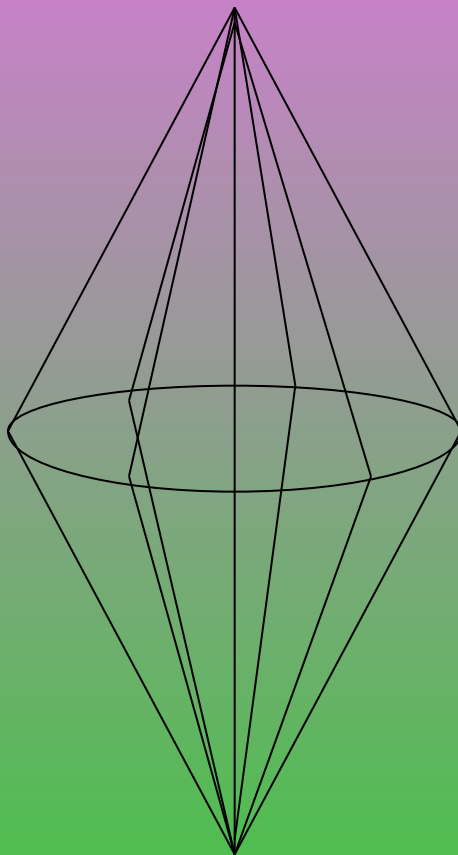
**Тело, полученное вращением равностороннего  
треугольника  $ABC$  вокруг прямой, проходящей через  
вершину  $A$ , перпендикулярно стороне  $AB$ .**



**Тело, полученное вращением равностороннего треугольника  
вокруг прямой, содержащей одну из сторон треугольника**



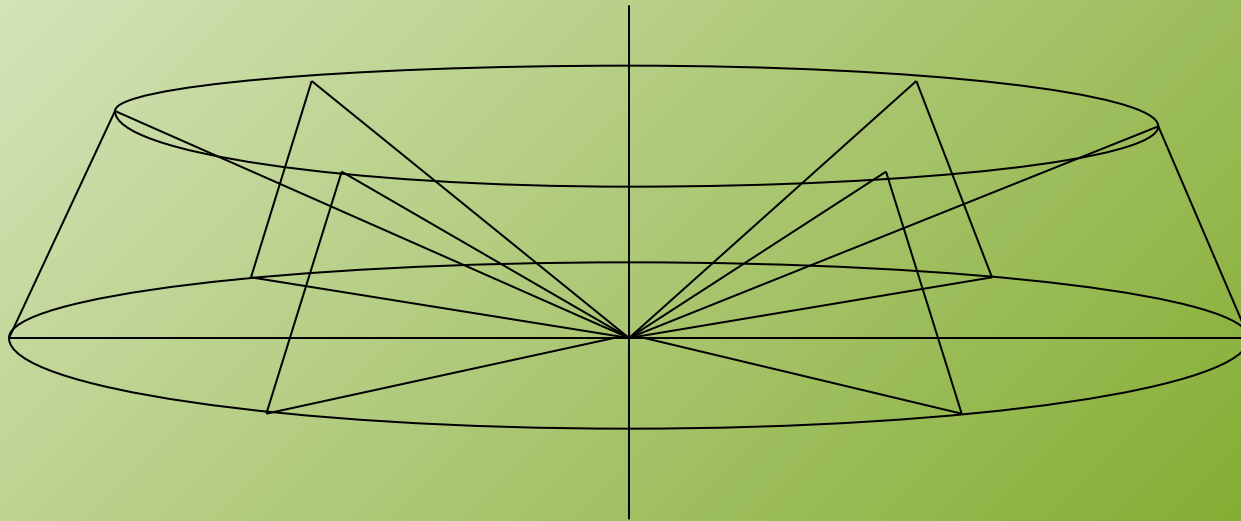
**Тело, полученное вращением тупоугольного равнобедренного  
треугольника вокруг прямой, содержащей основание  
треугольника**



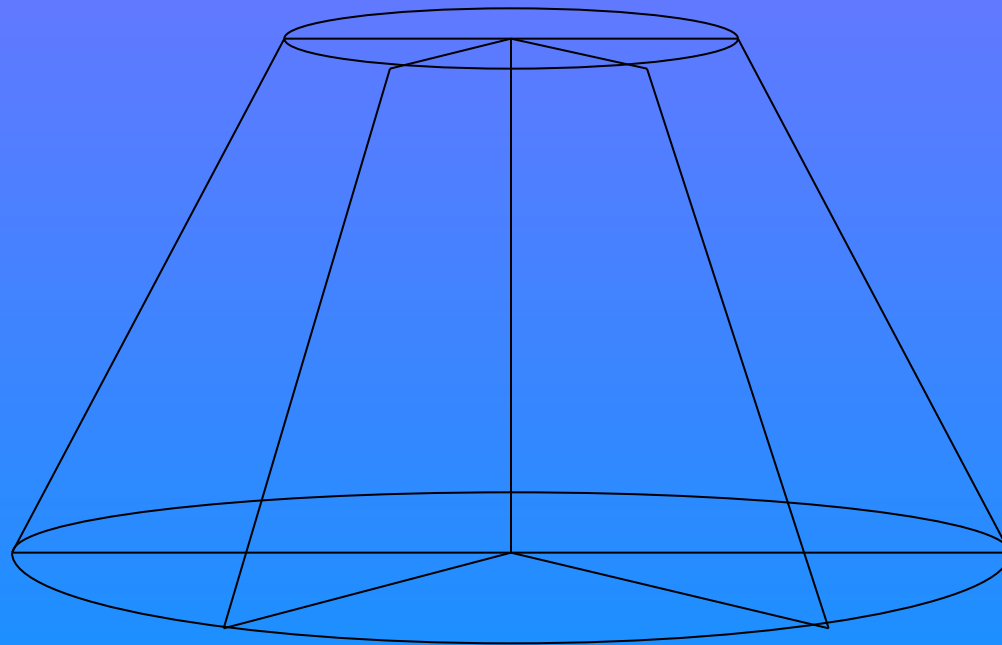




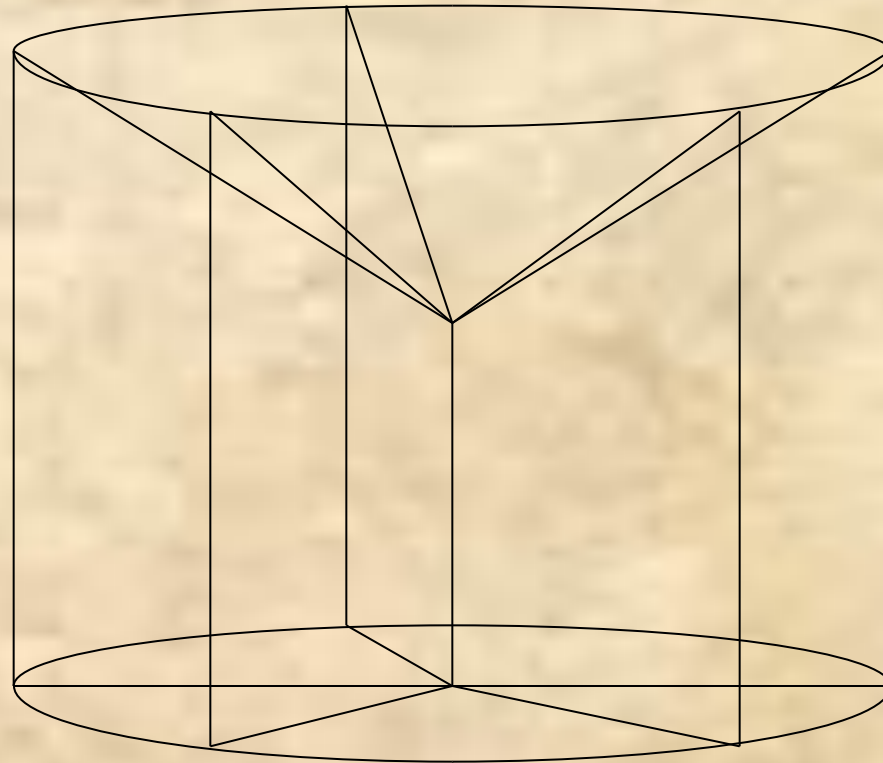
**Тело, полученное вращением прямоугольного треугольника  
вокруг прямой, проходящей через вершину острого угла  
перпендикулярно гипотенузе**



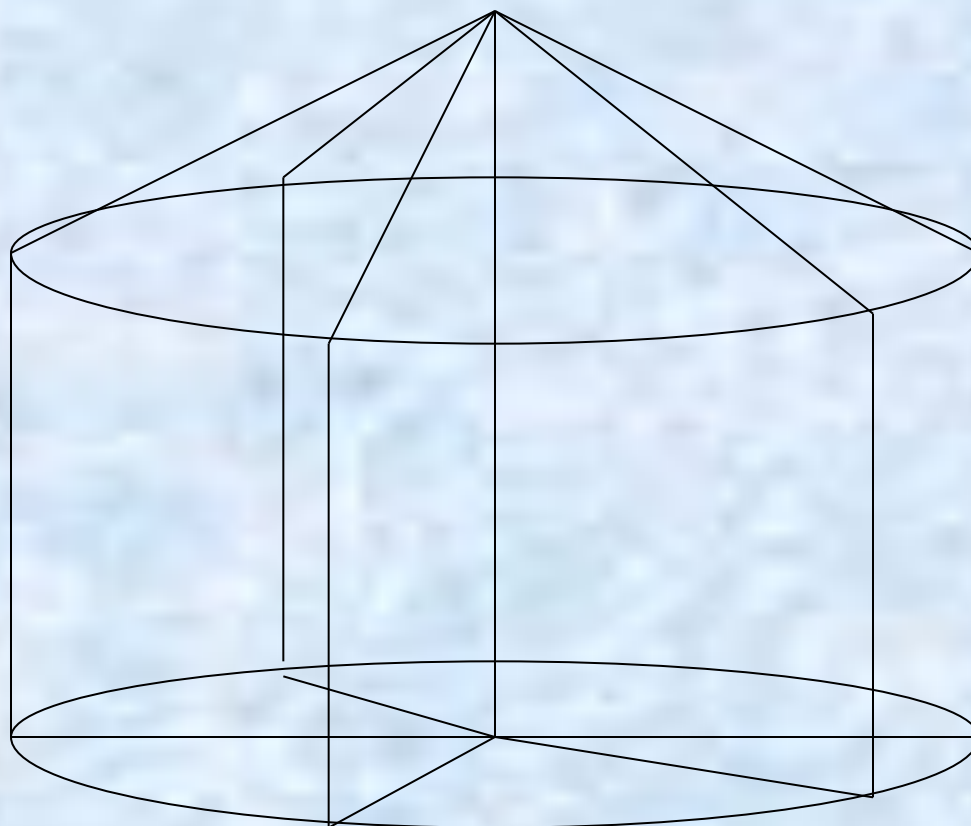
**Тело, полученное вращением прямоугольной трапеции  
вокруг прямой, содержащей меньшую боковую сторону**



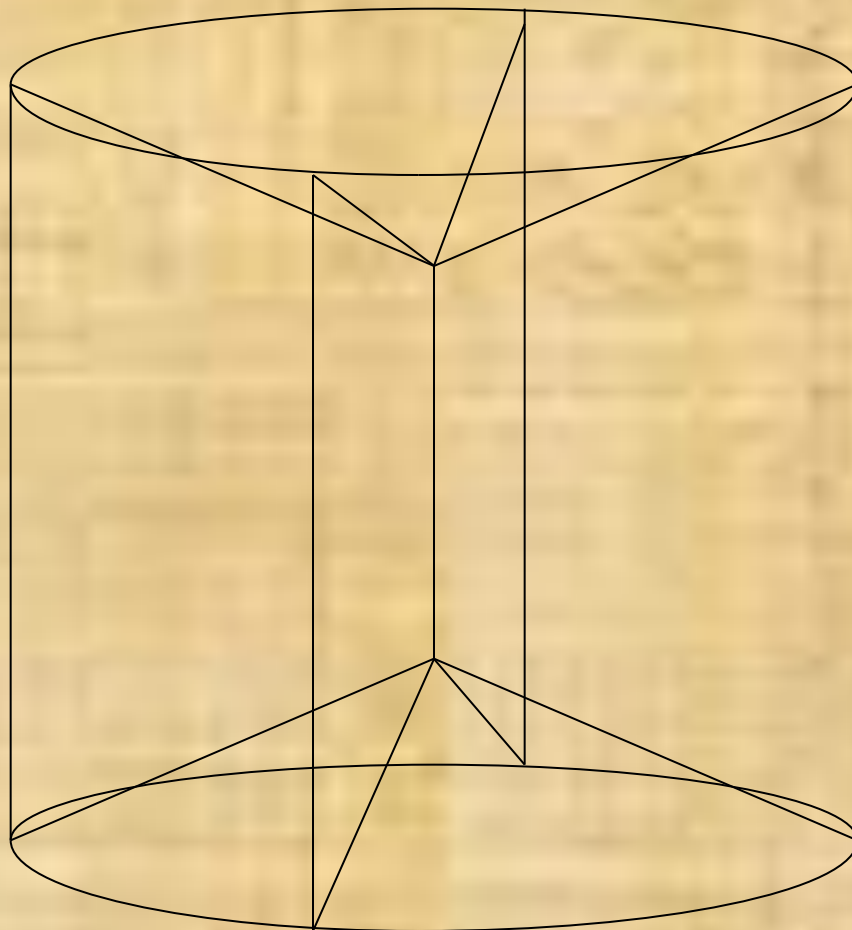
**Тело, полученное вращением прямоугольной трапеции вокруг прямой, содержащей меньшее основание**



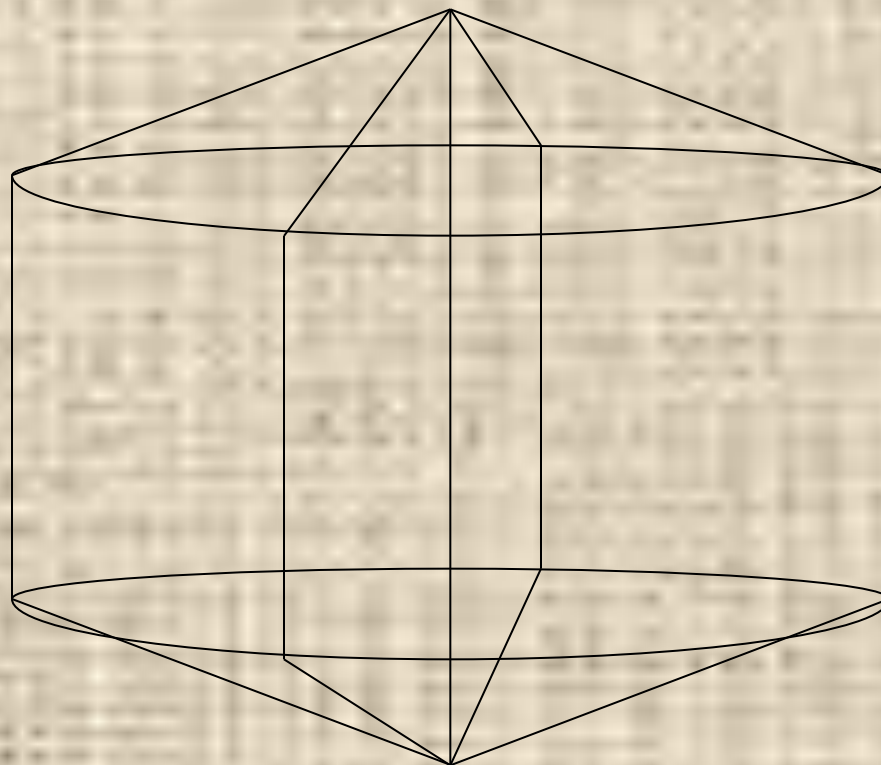
Тело, полученное вращением прямоугольной трапеции вокруг прямой, содержащей большее основание



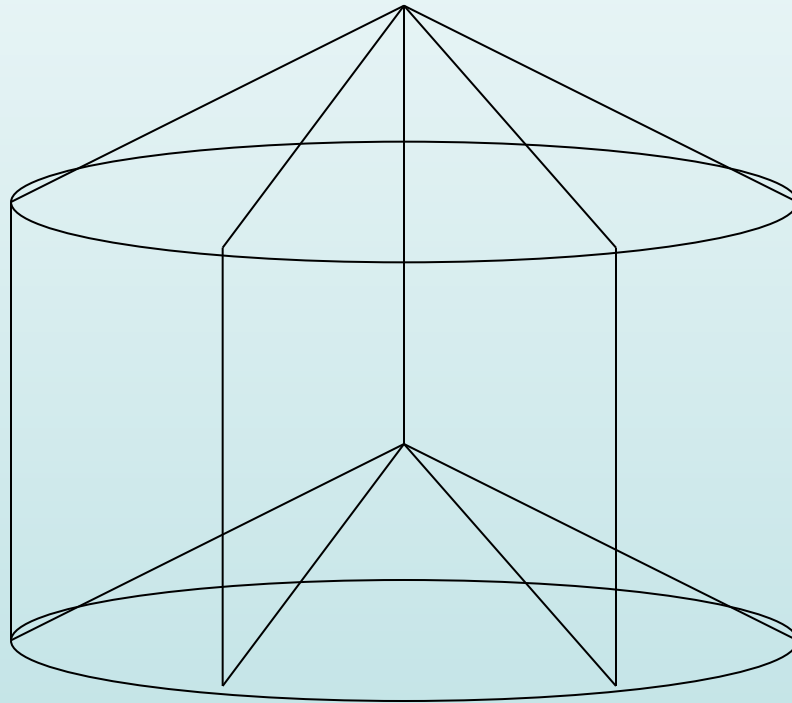
**Тело, полученное вращением равнобедренной трапеции вокруг прямой, содержащей меньшее основание**



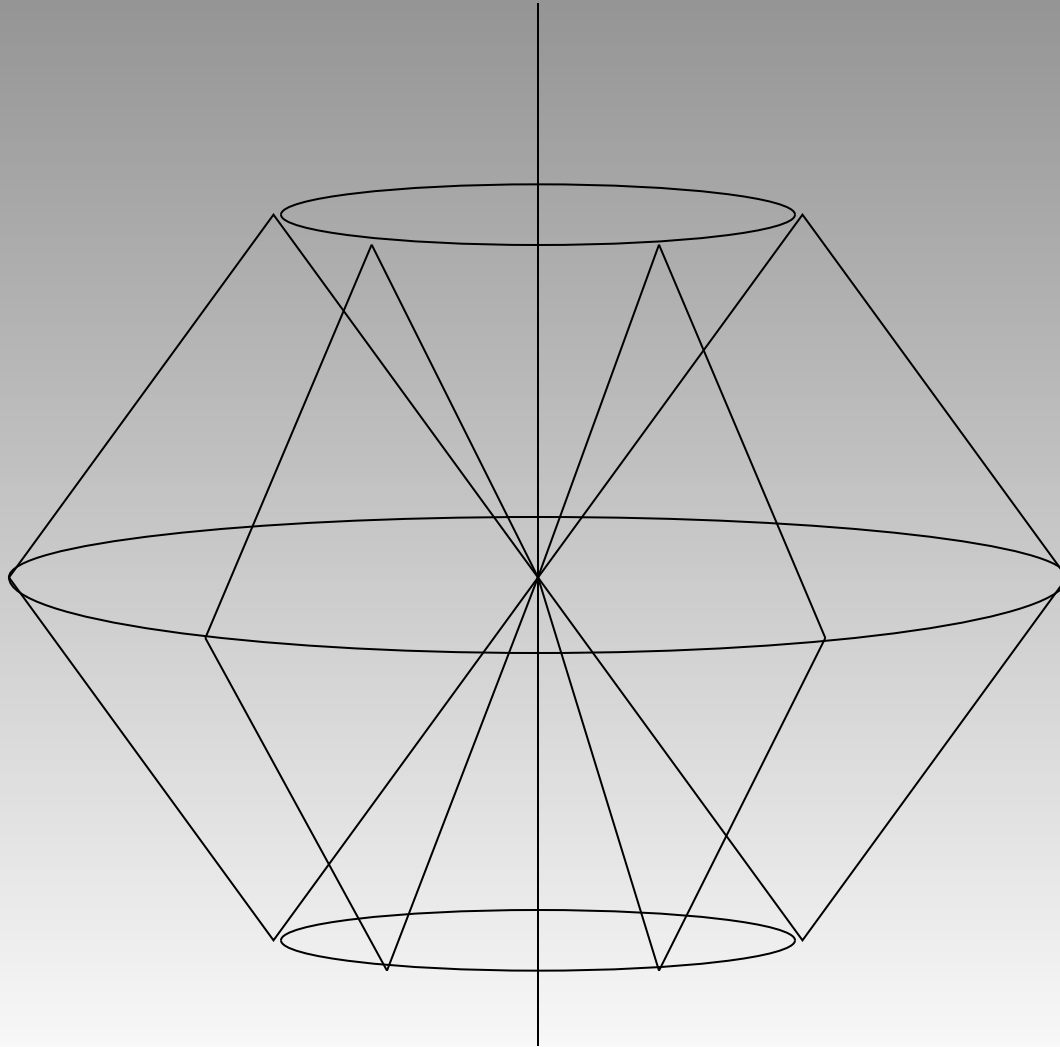
**Тело, полученное вращением равнобедренной трапеции вокруг прямой, содержащей большее основание**



**Тело, полученное вращением ромба вокруг прямой,  
содержащей сторону ромба**



**Тело, полученное вращением ромба вокруг прямой,  
проходящей через вершину ромба параллельно  
одной из диагоналей.**





# Задача 1

Прямоугольный треугольник с катетом 8 см и прилежащим к нему углом  $30^\circ$  вращается вокруг прямой, содержащей гипотенузу. Найдите площадь поверхности полученного тела.

$$S_n = S_{\text{бн1}} + S_{\text{бн2}}$$

$$S_{\text{бн1}} = \pi r \ell_1$$

Так как  $r$  лежит напротив угла в  $30^\circ$ , то он равен половине гипотенузы.

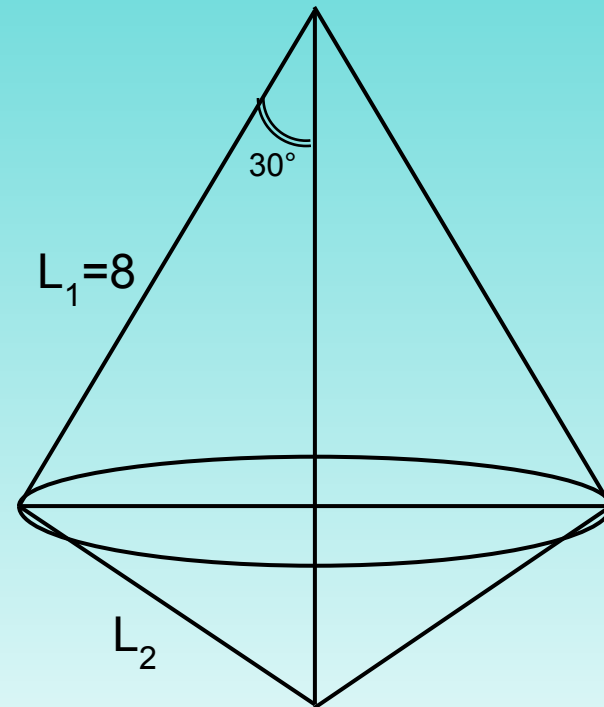
$$S_{\text{бн1}} = \pi \cdot 4 \cdot 8 = 32\pi$$

$$S_{\text{бн2}} = \pi r \ell_2$$

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\ell_2}{8} \quad \ell_2 = \frac{8\sqrt{3}}{3}$$

$$S_{\text{бн2}} = \pi \cdot 4 \cdot \frac{8\sqrt{3}}{3} = \frac{32\sqrt{3}}{3} \pi$$

$$S_n = 32\pi + \frac{32\sqrt{3}}{3} \pi = 32\pi \left( 1 + \frac{\sqrt{3}}{3} \right)$$



# Задача 2

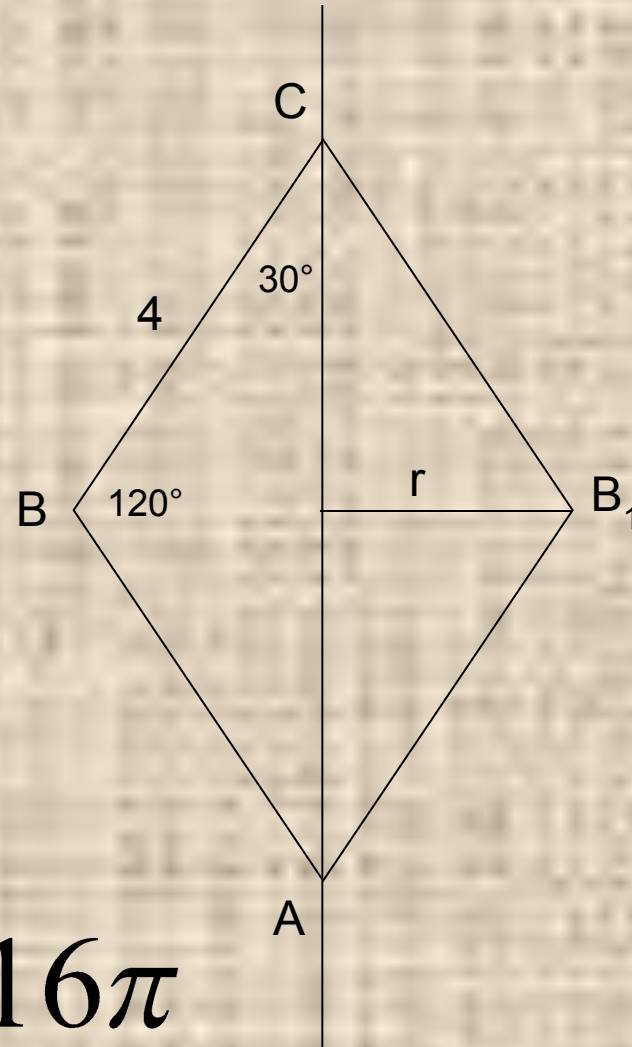
Равнобедренный треугольник, у которого боковые стороны равны по 4 см, а один из углов  $120^\circ$ , вращается вокруг прямой, содержащей большую сторону. Найти площадь поверхности полученного тела.

Так как треугольник ABC равен треугольнику  $AB_1C$ , то

$$S_n = 2S_{\text{бн}}$$

Так как  $r$  лежит напротив угла в  $30^\circ$ , то он равен половине гипотенузы  
 $r=2$

$$S_n = 2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 4 = 16\pi$$



# Домашнее задание

# Задача

**В равнобедренной трапеции основания равны 14 и 50 см, а диагональ 40 см. Эта трапеция вращается вокруг прямой, содержащей меньшее основание трапеции. Найдите площадь поверхности полученного тела.**