


Представление чисел в памяти компьютера

Мурадинова И.И., 05-407гр.



Образ компьютерной памяти

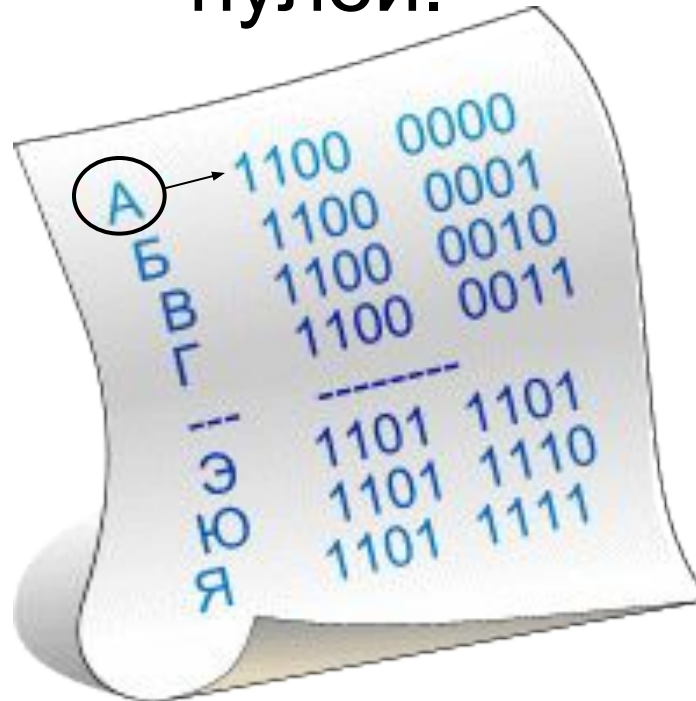
1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0
0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	1
1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	0
1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0
1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0
0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1
1	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	0
1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0
1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1
0	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0
1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1



Главные правила представления данных в компьютере

Правило 1

Данные (и программы) в памяти компьютера хранятся в двоичном виде, т. е. в виде цепочек единиц и нулей.



Правило 2

*Представление данных в компьютере
дискретно.*

Дискретное множество состоит из
отделенных друг от друга элементов.

Правило 3

*Множество представимых в памяти компьютера величин **ограничено** и **конечно**.*

МАТЕМАТИКА:
множество целых чисел **дискретно**,
бесконечно,
не ограничено

ИНФОРМАТИКА:
множество целых чисел **дискретно**,
конечно,
ограничено

Правило 4

В памяти компьютера числа хранятся в двоичной системе счисления.



Числовые величины

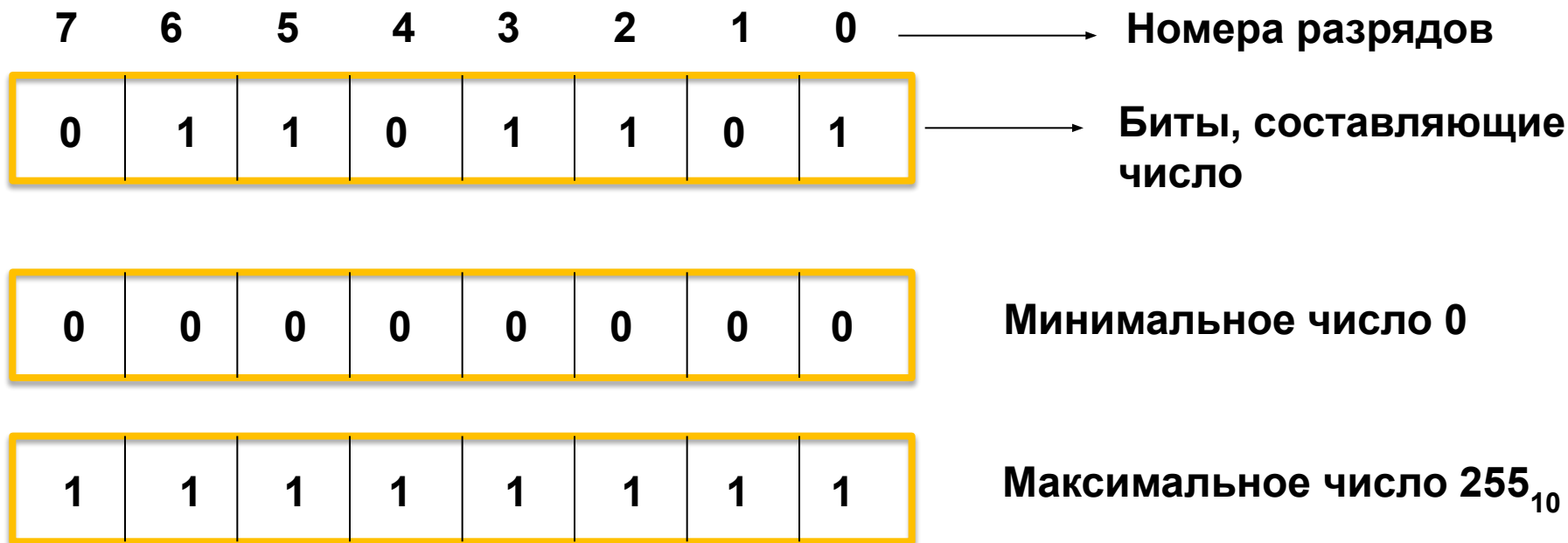
```
graph TD; A[Числовые величины] --> B[Целые  
(формат с фиксированной запятой)]; A --> C[Вещественные  
(формат с плавающей запятой)];
```

Целые
(формат с
фиксированной
запятой)

Вещественные
(формат с
плавающей запятой)

Целые числа без знака

Для хранения *целых неотрицательных чисел без знака* отводится **одна ячейка памяти (8 битов)**.



$$11111111_2 = 100000000_2 - 1 = 2^8 - 1 = 255_{10}$$

Для **n-разрядного** представления максимальное целое неотрицательное число равно **$2^n - 1$** .

Целые числа без знака

Пример. Представить число 51_{10} в двоичном виде в восьмибитовом представлении в формате целого без знака.

Решение.



$$51_{10} = 110011_2$$

Целые числа со знаком

Для хранения **целых чисел со знаком** отводится две ячейки памяти (16 битов).

Старший разряд числа определяет его знак. Если он равен 0, число положительное, если 1, то отрицательное.

$$51_{10} = 110011_2$$



$$-51_{10} = -110011_2$$



Такое представление чисел в компьютере называется **прямым кодом**.

Целые числа со знаком

Для n -разрядного представления со знаком (с учетом выделения одного разряда на знак):

- минимальное отрицательное число равно -2^{n-1}
- максимальное положительное число равно $2^{n-1} - 1$,

Целые числа в памяти компьютера —
*это дискретное, ограниченное и конечное
множество.*

Целые числа со знаком

Для представления отрицательных целых чисел используется **дополнительный код**.

Алгоритм получения дополнительного кода отрицательного числа:

1. Число записать **прямым кодом** в n двоичных разрядах.

2. Получить **обратный код** числа, для этого

представить число -2014_{10} в двоичном виде в шестнадцатибитном представлении в форме целого со знаком, значения всех битов инвертировать, кроме

старшего разряда.

Прямой код	-2014_{10}	10000111 11011110 ₂
Обратный код	Инвертирование	11111000 00100001 ₂
	Прибавление единицы	11111000 00100001 ₂ 00000000 00000001 ₂
Дополнительный код		11111000 00100010 ₂

Целые числа со знаком

Алгебраическое сложение двоичных чисел

1. Положительные слагаемые представить в прямом коде.
2. Отрицательные слагаемые – в дополнительном.
3. Найти сумму кодов, включая знаковые разряды, которые при этом рассматриваются как старшие разряды. При переносе из знакового разряда единицу переноса отбрасывают.

Вещественные числа

Вещественные числа хранятся и обрабатываются в компьютере в формате *с плавающей запятой*, использующем экспоненциальную форму записи чисел.

$$A = M \cdot q^n$$

M – мантисса числа (правильная отличная от нуля дробь),

q – основание системы счисления,

n – порядок числа.

Диапазон ограничен максимальными значениями M
и n .

Вещественные числа

Например, $123,45 = 0,12345 \cdot 10^3$

Порядок указывает, на какое количество позиций и в каком направлении должна сместиться десятичная запятая в мантиссе.

Число в формате с плавающей запятой может занимать в памяти 4 байта (*обычная точность*) или 8 байтов (*двойная точность*).

При записи числа выделяются разряды для хранения знака мантиссы, знака порядка, порядка и мантиссы.

Мантисса **M** и порядок **n** определяют диапазон изменения чисел и их точность.

ПРАВИЛО ПОЛУЧЕНИЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО КОДА

Для получения дополнительного кода отрицательного числа можно использовать довольно простой алгоритм:

1. Модуль числа записать *прямым кодом* в n двоичных разрядах;
2. Получить *обратный код* числа, для этого значения всех бит инвертировать (все единицы заменить на нули и все нули заменить на единицы);
3. К полученному *обратному коду* прибавить единицу.

ПРИМЕР ЗАПИСАТЬ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ КОД ОТРИЦАТЕЛЬНОГО ЧИСЛА -2002 ДЛЯ 16-ТИ РАЗРЯДНОГО КОМПЬЮТЕРНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЛГОРИТМА.

Прямой код	$ -2002_{10} $	0000011111010010_2
Обратный код	инвертирование	1111100000101101_2
	прибавление единицы	1111100000101101_2 + 0000000000000001_2
Дополнительный код		1111100000101110_2

При n -разрядном представлении отрицательного числа A дополнительным кодом старший разряд выделяется для хранения знака числа (единицы). В остальных разрядах записывается положительное число: $2^{n-1} - |A|$.

Чтобы число было положительным должно выполняться условие:

$$|A| \leq 2^{n-1}$$

Следовательно, максимальное значение модуля числа A в n -разрядном представлении равно: $|A| = 2^{n-1}$

Тогда, минимальное отрицательное число равно: $A = -2^{n-1}$

Закрепление знаний.

1. Какие типы величин хранятся в памяти компьютера?
2. Как записываются в памяти компьютера целые числа без знака и со знаком?
3. Как записываются в памяти компьютера вещественные числа?

Практическое закрепление знаний.

3. Получите внутреннее представление числа 157 в 8-разрядной ячейке памяти в формате со знаком.
4. Получите внутреннее представление числа -157 в 8-разрядной ячейке памяти в формате со знаком.

1. Выписать алфавиты 2-ичной, 5-ричной, 8-ричной, 16-ричной систем счисления.

2. Перевести числа в десятичную систему счисления.

$$\begin{array}{lll} \text{а) } A_8 = 341; & \text{б) } A_6 = 341; & \text{в) } A_{16} = 341; \\ \text{г) } A_5 = 34,1; & \text{д) } A_{16} = E41A,12 & \end{array}$$

Домашнее задание.

Задание 1

Перевести целые числа из десятичной системы счисления в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную системы:

а) 856; б) 664; в) 5012; г) 6435; д) 78.

Задание 2

Перевести десятичные дроби в двоичную и восьмеричную системы счисления, оставив пять знаков в дробной части нового числа.

а) 21,5; б) 432,54; в) 678,333.

Задание 3

Составить таблицы сложения и умножения в двоичной системе счисления и выполнить вычисления:

а) $1110 + 101$; б) $10101 - 11$; в) $101 \cdot 11$; г) $1110 / 10$.

Задание 4

Представить числа в двоичном виде в восьмибитовой ячейке в формате

а) 5; б) 17; в) 64; г) 255.

Задание 5

Представить числа в двоичном виде в восьмибитовой ячейке в формате целого со знаком.

а) 56; б) -56; в) 127; г) -127.

Задание 6 *

Представить вещественные числа в четырёхбайтовой ячейке памяти в формате с плавающей точкой.

а) 0,5; б) 25,12; в) -25,12; г) -3456,1.