



ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ В РАЗЛИЧНЫХ СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ

Ключевые слова

- система счисления
- триада
- тетрада
- «быстрый» перевод



Перевод целого десятичного числа в систему счисления с основанием q

Для перевода целого десятичного числа в систему счисления с основанием q следует:

- 1) последовательно выполнять деление данного числа и получаемых целых частных на основание новой системы счисления до тех пор, пока не получится частное, равное нулю;
- 2) полученные остатки, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие алфавиту новой системы счисления;
- 3) составить число в новой системе счисления, записывая его, начиная с последнего остатка.

Вопросы и задания



№ 1. $13_{10} = X_2 = 1101_2$

$$\begin{array}{r}
 13 \quad | \quad 2 \\
 \hline
 12 \quad 6 \quad | \quad 2 \\
 \hline
 1 \quad 6 \quad 3 \quad | \quad 2 \\
 \hline
 \quad 0 \quad 2 \quad 1 \quad | \quad 2 \\
 \hline
 \quad \quad 1 \quad 0 \quad 0 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 1
 \end{array}$$

←

№ 2. $44_{10} = X_2 = 101100_2$

44	22	11	5	2	1
0	0	1	1	0	1



№ 3. $172_{10} = X_8 = 254_8$

$$\begin{array}{r}
 172 \quad | \quad 8 \\
 \hline
 16 \quad 21 \quad | \quad 8 \\
 \hline
 12 \quad 16 \quad 2 \quad | \quad 8 \\
 \hline
 8 \quad 5 \quad 0 \quad 0 \\
 \hline
 4 \quad 2
 \end{array}$$

←

№ 4. $172_{10} = X_{16} = AC_{16}$

$$\begin{array}{r}
 172 \quad | \quad 16 \\
 \hline
 160 \quad 10 \quad | \quad 16 \\
 \hline
 12 \quad 0 \quad 0 \\
 \hline
 (C) \quad 10 \\
 \hline
 \quad (A)
 \end{array}$$

←

A	10
B	11
C	12
D	13
E	14
F	15

Решим
сам



Перевод целого десятичного числа в двоичную систему счисления

Для чисел в пределах десяти тысяч бывает удобно воспользоваться таблицей степеней двойки.

№ 6. $529_{10} = X_2 = 1000010001_2$

Решение:

Представим число в виде суммы степеней двойки, для этого:

- возьмем максимально возможное значение, не превышающее исходное число ($512 < 529$) и найдем разность между исходным числом и этим значением (17); выпишем степень двойки, не превышающую эту разность и т. д.

$$\begin{aligned} 529_{10} &= 512 + 17 = 512 + 16 + 1 = \\ &= 2^9 + 2^4 + 2^0 = 1000010001_2 \end{aligned}$$

2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
1024	512	256	128	64	32	16	8	4	2	1

Решим
сам



Перевод десятичной дроби в систему счисления с основанием q

Для перевода конечной десятичной дроби в систему счисления с основанием q следует:

- 1) последовательно умножать данное число и получаемые дробные части произведения на основание новой системы счисления до тех пор, пока дробная часть произведения не станет равна нулю или не будет достигнута требуемая точность представления числа;
- 2) полученные целые части (цифры числа) привести в соответствие алфавиту новой системы счисления;
- 3) составить дробную часть числа в новой системе счисления, начиная с целой части первого произведения.

№ 8. $0,375_{10} = X_2 = 0,011_2$

$$\begin{array}{r} \times 0,375 \\ 2 \\ \hline 0,750 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 0,75 \\ 2 \\ \hline 1,50 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 0,5 \\ 2 \\ \hline 1,0 \end{array}$$

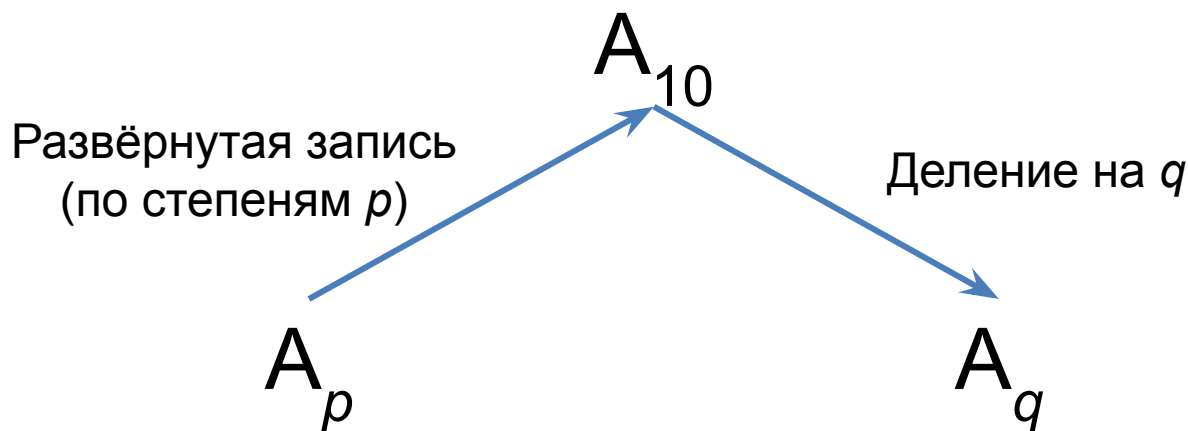
Операция	Результат
$0,375 \cdot 2$	0,750
$0,75 \cdot 2$	1,500
0,5	1,000

Реши
сам



Перевод чисел из системы счисления с основанием p в систему счисления с основанием q

При необходимости перевести целое число из системы счисления с основанием p в систему счисления с основанием q можно свести всё к хорошо знакомым действиям в десятичной системе счисления: перевести исходное число в десятичную систему счисления, после чего полученное десятичное число представить в требуемой системе счисления.





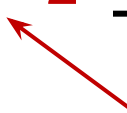
Перевод целых чисел из системы счисления с основанием p в систему счисления с основанием q

$$p > q$$

1. Все действия производятся в исходной системе счисления p .
2. Делим число и полученные неполные частные на основание другой системы счисления до тех пор, пока неполное частное не станет равным нулю. Полученную в ходе деления последовательность остатков записать в обратном порядке.

Пример. $13_5 = X_3 = 22_3$

Все действия производим в 5-ной системе счисления.

$$\begin{array}{r|l} 13 & 3 \\ \hline 11 & 2 \\ \hline 2 & 0 \\ & 2 \end{array}$$


Проверка:

$$13_5 = 1 \cdot 5 + 3 = 8_{10}$$

$$22_3 = 2 \cdot 3 + 2 = 8_{10}$$



Перевод чисел из системы счисления с основанием p в систему счисления с основанием q

$$p < q$$

1. Записать исходное число в развернутой форме:

$$a_n \cdot p^n + a_{n-1} \cdot p^{n-1} + \dots + a_1 \cdot p^1 + a_0 \cdot p^0,$$

где p - старое основание

2. Произвести вычисления в новой системе счисления q .

Пример. $21_3 = X_5 = 12_5$

Все действия производим в 5-ной системе счисления.

$$2 \cdot 3 + 1 \cdot 3^0 = 11 + 1 = 12_5$$

Проверка:

$$21_3 = 2 \cdot 3 + 1 = 7_{10}$$

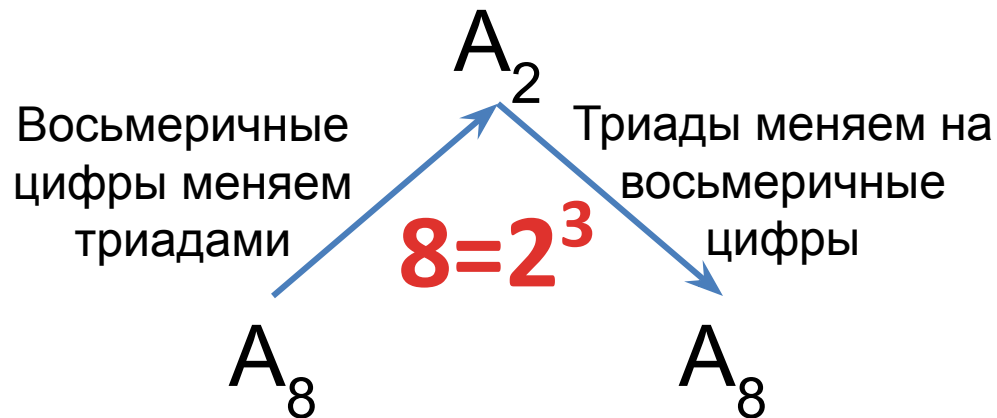
$$12_5 = 1 \cdot 5 + 2 = 7_{10}$$

Быстрый перевод чисел в компьютерных системах счисления

Способ «быстрого» перевода основан на том, что каждой цифре числа в системе счисления, основание которой q кратно степени двойки, соответствует число, состоящее из n ($q=2^n$) цифр в двоичной системе счисления. Замена восьмеричных цифр двоичными тройками (*триадами*) и шестнадцатеричных цифр двоичными четвёрками (*тетрадами*) позволяет осуществлять быстрый перевод, для этого:

- 1) данное двоичное число разбить справа налево на группы по n цифр в каждой;
- 2) если в последней левой группе окажется меньше n разрядов, то её надо дополнить слева нулями до нужного числа разрядов;
- 3) рассмотреть каждую группу как n -разрядное двоичное число и записать её соответствующей цифрой системы счисления с основанием $q = 2^n$.

Перевод целых чисел между двоичной и восьмеричной системами счисления



Цифра	→	Триада		
0	→	0	0	0
1	→	0	0	1
2	→	0	1	0
3	→	0	1	1
4	→	1	0	0
5	→	1	0	1
6	→	1	1	0
7	→	1	1	1

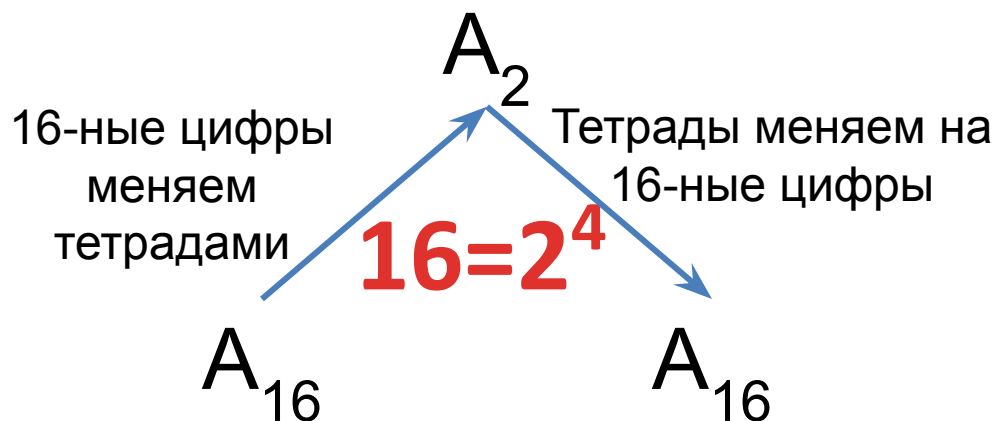
№ 11. $1100101_2 = X_8 = 145_8$

$\overbrace{001}^1 \overbrace{100}^4 \overbrace{101}^5$

№ 12. $302_8 = X_2 = 11000010_2$

$\overbrace{011}^3 \overbrace{000}^0 \overbrace{010}^2$

Перевод целых чисел между двоичной и 16-ной системами счисления



№ 13. $1101101_2 = X_{16} = 6D_{16}$

$\underbrace{0110}_6 \underbrace{1101}_D$

№ 14. $5A3_{16} = X_2 = 10110100011_2$

$\underbrace{0101}_5 \underbrace{1010}_A \underbrace{0011}_3$

Цифра a	→	Тетрада			
0	→	0	0	0	0
1	→	0	0	0	1
2	→	0	0	1	0
3	→	0	0	1	1
4	→	0	1	0	0
5	→	0	1	0	1
6	→	0	1	1	0
7	→	0	1	1	1
8	→	1	0	0	0
9	→	1	0	0	1
A (10)	→	1	0	1	0
B (11)	→	1	0	1	1
C (12)	→	1	1	0	0
D (13)	→	1	1	0	1
E (14)	→	1	1	1	0
F (15)	→	1	1	1	1
F (15)	→	1	1	1	1

Перевод дробной части между двоичной и восьмеричной системой

Чтобы записать правильную двоичную дробь в системе счисления с основанием $q = 2^n$, достаточно:

- 1) двоичное число разбить слева направо на группы по n цифр в каждой; если в последней правой группе окажется меньше n разрядов, то её надо дополнить справа нулями до нужного числа разрядов;
- 2) рассмотреть каждую группу как n -разрядное двоичное число и записать её соответствующей цифрой.

№ 15. $0,11101_2 = X_8 = 0,72_8$

$$\begin{array}{r} 0, \underline{111} \underline{010} \\ 0, \quad 7 \quad 2 \end{array}$$

№ 16. $0,132_8 = X_2 = 0,00101101_2$

$$\begin{array}{r} 0, \quad 1 \quad 3 \quad 2 \\ 0, \underline{001} \underline{011} \underline{010} \end{array}$$

Цифра а	→	Триада		
0	→	0	0	0
1	→	0	0	1
2	→	0	1	0
3	→	0	1	1
4	→	1	0	0
5	→	1	0	1
6	→	1	1	0
7	→	1	1	1

Реши сам



Самое главное

Для перевода целого десятичного числа в систему счисления с основанием q следует:

- 1) последовательно выполнять деление данного числа и получаемых целых частных на основание новой системы счисления до тех пор, пока не получится частное, равное нулю;
- 2) полученные остатки, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие алфавиту новой системы счисления;
- 3) составить число в новой системе счисления, записывая его, начиная с последнего остатка.



Самое главное

В компьютерных науках широко используются двоичная, восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления, поэтому их называют «компьютерными». Между основаниями этих систем существует очевидная связь: $16 = 2^4$, $8 = 2^3$.

Если основание системы счисления q кратно степени двойки ($q = 2^n$), то любое число в этой системе счисления можно «быстро» перевести в двоичную систему счисления, выписав последовательно двоичные коды каждой из цифр, образующих исходное число. Замена восьмеричных цифр двоичными тройками (триадами) и шестнадцатеричных цифр двоичными четвёрками (тетрадами) позволяет осуществлять быстрый перевод между этими системами счисления, не прибегая к арифметическим операциям.

