# Устойчивость узла нагрузки

## Статическая и динамическая устойчивость

## **Статическая устойчивость** ???

Устойчивость в малом. Устойчивость при малых возмущениях. Применительно к ЭЭС, статическая устойчивость - это  способность электроэнергетической системы восстанавливать исходное состояние (режим) после малых его возмущений.

## **Динамическая устойчивость ???**

Устойчивость в большом. Устойчивость при больших возмущениях. Применительно к ЭЭС, динамическая устойчивость - это  способность электроэнергетической системы восстанавливать исходное состояние (режим) после больших возмущений.

# Решение систем линейных однородных ДУ (ОДУ)

$$\boxed{\frac{dX}{dt} = AX}$$

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{n1} & A_{n2} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}$$

Матрица коэффициентов

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$$

Вектор переменных состояния

$$\frac{dX}{dt} = \begin{pmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \\ \dots \\ \frac{dx_n}{dt} \end{pmatrix}$$

Вектор первых производных переменных состояния

# Решение систем линейных ОДУ

$$\boxed{\frac{dX}{dt} = AX}$$

Решение системы ОДУ ищется в следующем виде:

$$X = \sum_{i=1}^{n} N_i e^{(\lambda i)t} = N_1 e^{(\lambda_1)t} + N_2 e^{(\lambda_2)t} + \ldots + N_n e^{(\lambda n)t}$$

$\lambda - собственные\ числа$

N -собственные вектора

## Собственные числа и вектора

- Собственный вектор матрицы – вектор, умножение матрицы на который дает тот же вектор, умноженный на некоторое число, называемое собственным числом матрицы.

$$AN = \lambda N$$

- *A* – матрица ОДУ;
- *N* – собственный вектор;
- *λ* – собственное число.

$$\begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & -6 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- *[-1 -6; 2 6]* – матрица;
- *[-2;1], [-3;2]* – собственные вектора;
- *2 и 3* – собственные числа.

# Поиск собственных чисел и векторов

$$AN = \lambda N$$

$$\left(A - E\lambda\right)N = 0$$

$$\det\left(A - E\lambda\right) = 0$$

- *A* – матрица ОДУ;
- *N* – собственный вектор;
- *λ* – собственное число.
- *E* – единичная матрица

# Решение систем линейных ОДУ

$$x(t) = Ne^{\lambda t}$$

$$x(t) = Ne^{\alpha t + i\beta t} + Ne^{\alpha t - i\beta t}$$

$\lambda \in \Re,$

$\lambda > 0.$

$\lambda \in \mathrm{Z},$

$\alpha > 0.$

$\lambda \in \Re,$

$\lambda < 0.$

$\lambda \in \mathrm{Z},$

$\alpha < 0.$

## Устойчивость системы линейных ОДУ

- **Линейная система устойчива**, если все собственные числа имеют отрицательные действительные части.
- **Линейная система неустойчива**, если хотя бы одно собственное число имеет положительную действительную часть.
- **Состояние линейной системы не определено**, если одно или более собственных чисел имеют действительную часть равную нулю, а все остальные собственные числа имеют отрицательные действительные части.

# Анализ устойчивости системы нелинейных ДУ

$$\boxed{\frac{dX}{dt} = AX}$$

$$\boxed{\frac{dX}{dt} = f(X)}$$

$$\frac{dX}{dt} = \frac{\partial f(X_0)}{\partial X} X$$

$$\frac{\partial f(X_0)}{\partial X} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1(X_0)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(X_0)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1(X_0)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2(X_0)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(X_0)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2(X_0)}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n(X_0)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n(X_0)}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n(X_0)}{\partial x_n} \end{pmatrix}$$

**Матрица Якоби**
**Якобиан**

# Устойчивость системы НЕлинейных ДУ

- Если все собственные значения якобиана имеют *отрицательные действительные части*, то нулевое решение $X = 0$ исходной системы и линеаризованной является *устойчивым*.

- Если хотя бы одно собственное значение якобиана имеет *положительную действительную часть*, то нулевое решение $X = 0$ исходной системы и линеаризованной системы вляется *неустойчивым*.

# Реактивная нагрузка узла

- Пренебрегая зависимостью реактивной мощности от частоты (*Kqf=0*), а также полагая, что β=0 (Q=const), получим:

$$Q_G = K_{qf} f + K_{qu}\left[V^{\beta} + T_{qu}\frac{dV}{dt}\right]$$

$$Q_G = K_{qu} + K_{qu} T_{qu}\frac{dV}{dt} = Q_L + \tau\frac{dV}{dt}$$

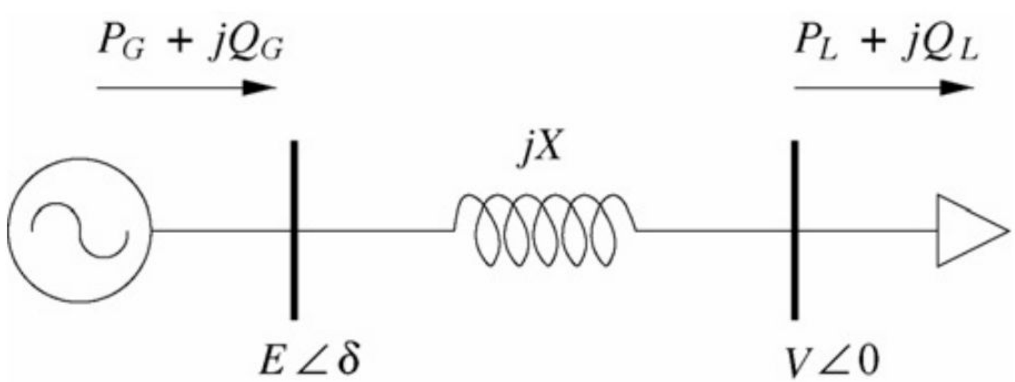
$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{\tau}\left(Q_G - Q_L\right)$$

# Нелинейная система Станция – Узел Нагрузки

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega,$$
$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{M}\left(P_m - \frac{EV}{X}\sin\delta - D\omega\right).$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega,$$
$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{M}\left(P_L - \frac{EV}{X}\sin\delta - D\omega\right),$$
$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{\tau}\left(Q_G\left(V,\delta\right) - Q_L\right).$$

$$Q_G\left(V,\delta\right) = -\frac{V^2}{X} + \frac{EV}{X}\cos\delta$$



# Нелинейная система Станция – Узел Нагрузки

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega,$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{M}\left(P_L - \frac{EV}{X}\sin\delta - D\omega\right),$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{\tau}\left(-\frac{V^2}{X} + \frac{EV}{X}\cos\delta - Q_L\right).$$

**PQ нагрузка:**

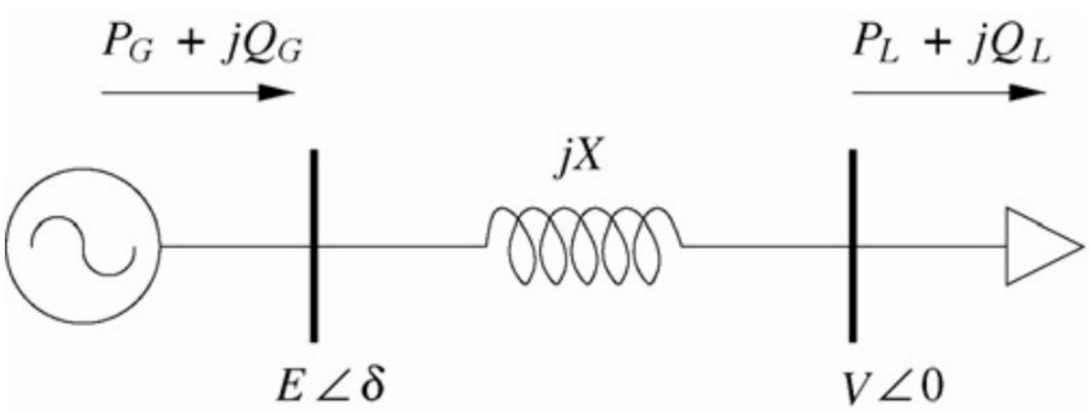
$$S_L = P_L + jQ_L$$

$$S_L = P_L + jkP_L$$

**RL нагрузка (шунт):**

$$S_L = P_L + jQ_L$$

$$S_L = V^2G + jkV^2G$$



## PQ нагрузка

ЯКОБИАН?

$$\boxed{\begin{aligned}
\frac{d\delta}{dt} &= \omega, \\
\frac{d\omega}{dt} &= \frac{1}{M}\left(P_L - \frac{EV}{X}\sin\delta - D\omega\right), \\
\frac{dV}{dt} &= \frac{1}{\tau}\left(-\frac{V^2}{X} + \frac{EV}{X}\cos\delta - kP_L\right).
\end{aligned}}$$

Принимаем PQ нагрузку с характеристиками:

$$S_L = P_L + jkP_L$$

$$\begin{pmatrix}
0 & 1 & 0 \\
-\dfrac{EV}{MX}\cos\delta & -\dfrac{D}{M} & -\dfrac{E}{MX}\sin\delta \\
-\dfrac{EV}{\tau X}\sin\delta & 0 & \dfrac{1}{\tau X}\left[E\cos\delta - 2V\right]
\end{pmatrix}$$

# Исследование системы уравнений. Поиск предельной точки.

Поиск предельной точки ведется, как и при исследовании параллельной устойчивости, путем последовательного увеличения нагрузки приемной системы.

**Параметры системы:**

M0=0.1; D0=0.1; X0=0.5; E0=1; tau0=0.001;k0=0.5;

**Предельные значения:**

omega0=0; delta0=0.5535; V0=0.5877; **P=0.61805**

**ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ: (SL=0.618+j*0.5*0.618)**

**Каковы критерии предельного режима????**

# Исследование системы уравнений. Поиск предельной точки.

## Необходимые и достаточные условия?

**1. Условие необходимое, но недостаточное. Должно существовать решение системы нелинейных алгебраических уравнений.**

$$
\begin{aligned}
0 &= \omega, \\
0 &= \frac{1}{M}\left(P_L - \frac{EV}{X}\sin\delta - D\omega\right), \\
0 &= \frac{1}{\tau}\left(-\frac{V^2}{X} + \frac{EV}{X}\cos\delta - kP_L\right).
\end{aligned}
$$

**2. Необходимое и достаточное: выполнение условия 1, а также:**

$$(\exists\lambda)\left(\mathrm{Re}\{\lambda\} = 0\right)$$

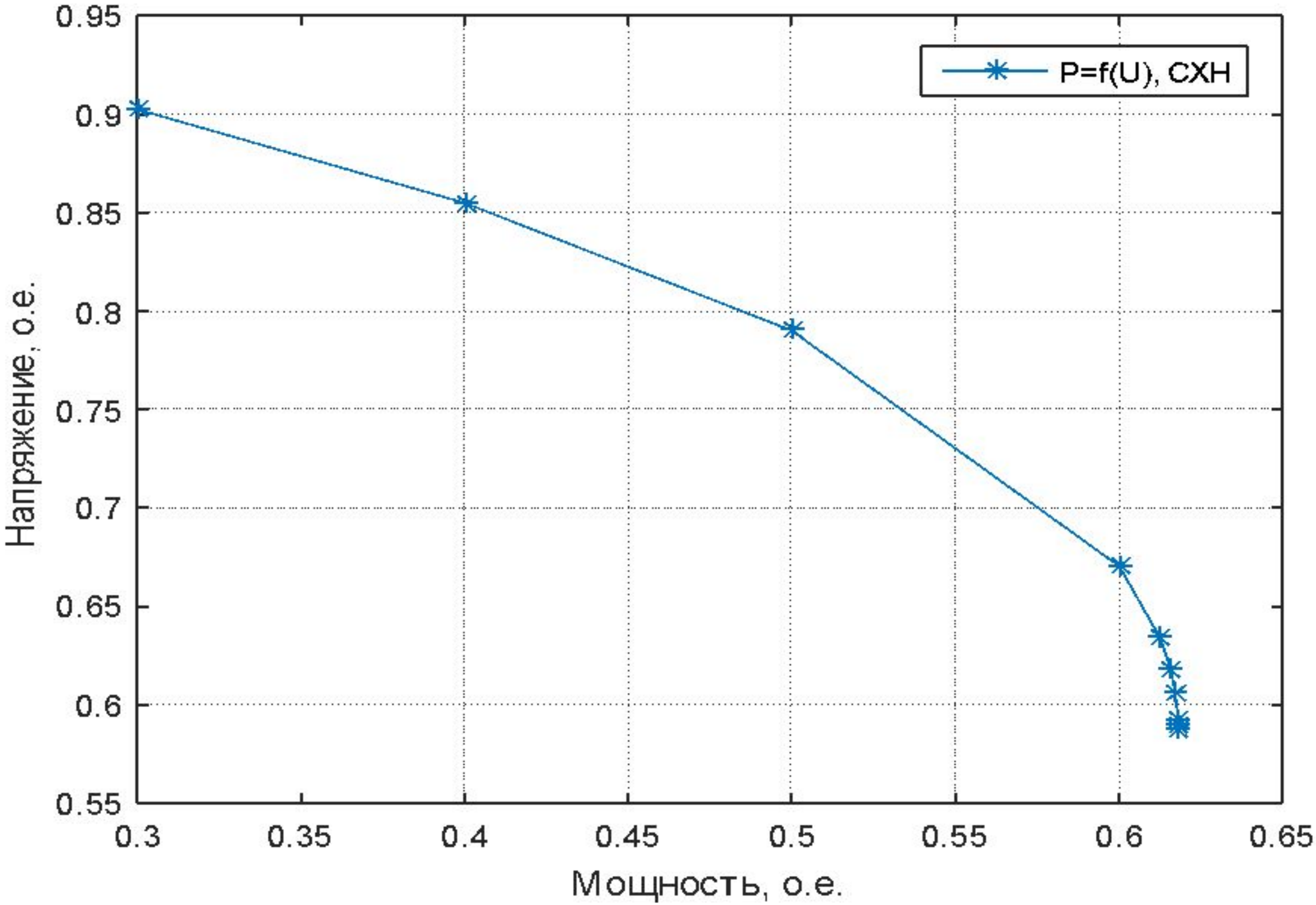
## Поиск предельной точки. Метод деления (шага) пополам.

1. Выполняем расчеты для некоторого исходного значения мощности нагрузки **P0**.
2. Задаем некоторую величину шага **dP**.
3. Выполняем расчет для следующей точки **Pn=P(n-1)+dP**. (На первом шаге P(n-1)=P0).
4. Если решение существует, то при неизменном **dP** переходим к расчету следующей точки (**пункт 3**).
5. Если решение не существует, то принимаем **dP=dP/2** и аналогично переходим к расчету следующей точки (**пункт 3**).
6. **Каков критерий остановки?**

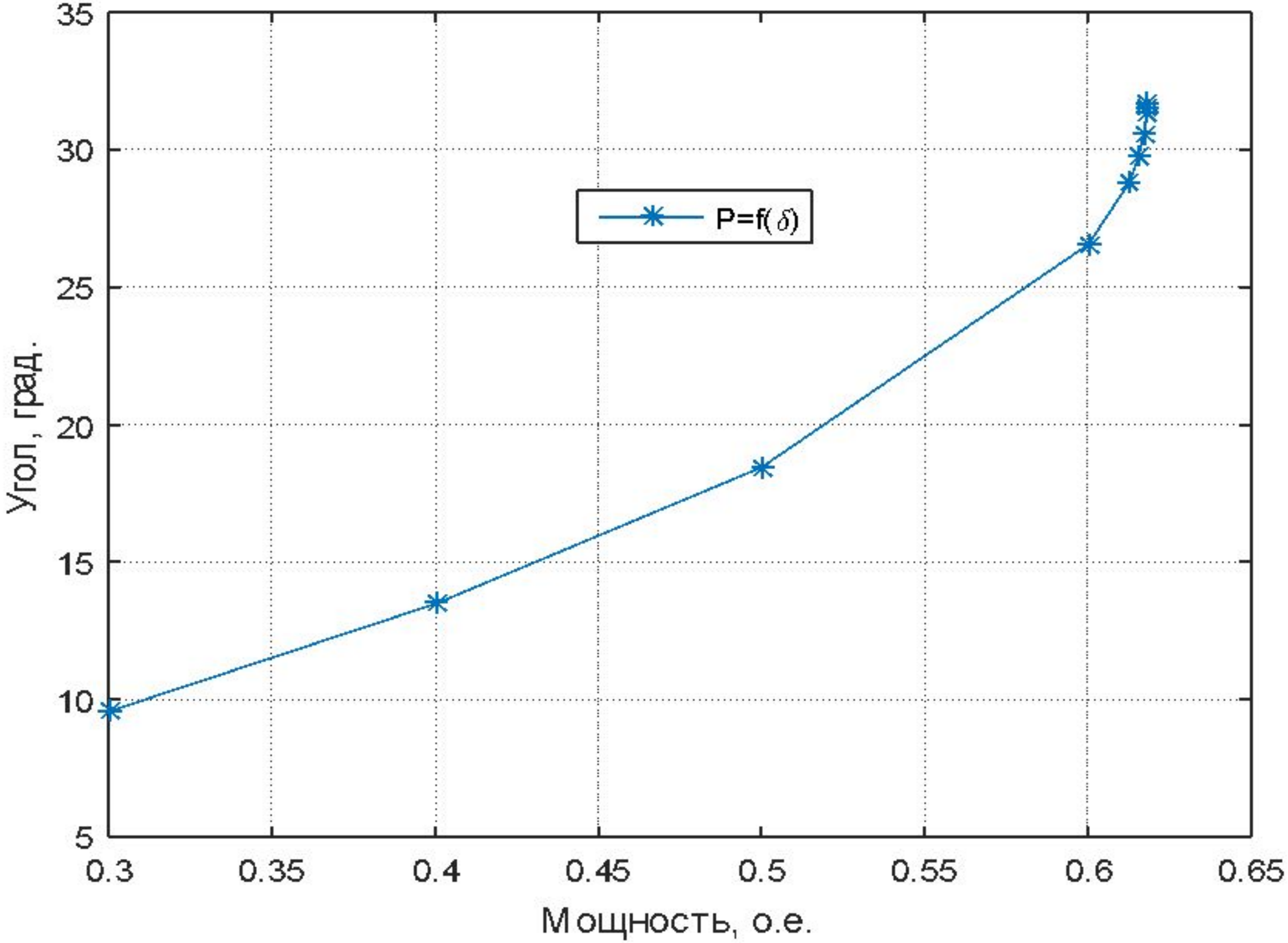
# Поиск предельной точки.

| P, о.е. | δ, град. | V, о.е. |
|---|---|---|
| 0,3 | 9,561282 | 0,903057 |
| 0,4 | 13,52185 | 0,855373 |
| 0,5 | 18,43495 | 0,790569 |
| 0,6 | 26,56505 | 0,67082 |
| 0,6125 | 28,86594 | 0,634371 |
| 0,615625 | 29,83653 | 0,618685 |
| 0,617188 | 30,60262 | 0,606178 |
| 0,617969 | 31,40799 | 0,592914 |
| 0,618018 | 31,56226 | 0,59036 |
| 0,618042 | 31,71764 | 0,587786 |
| 0,618054 | 31,71789 | 0,587788 |

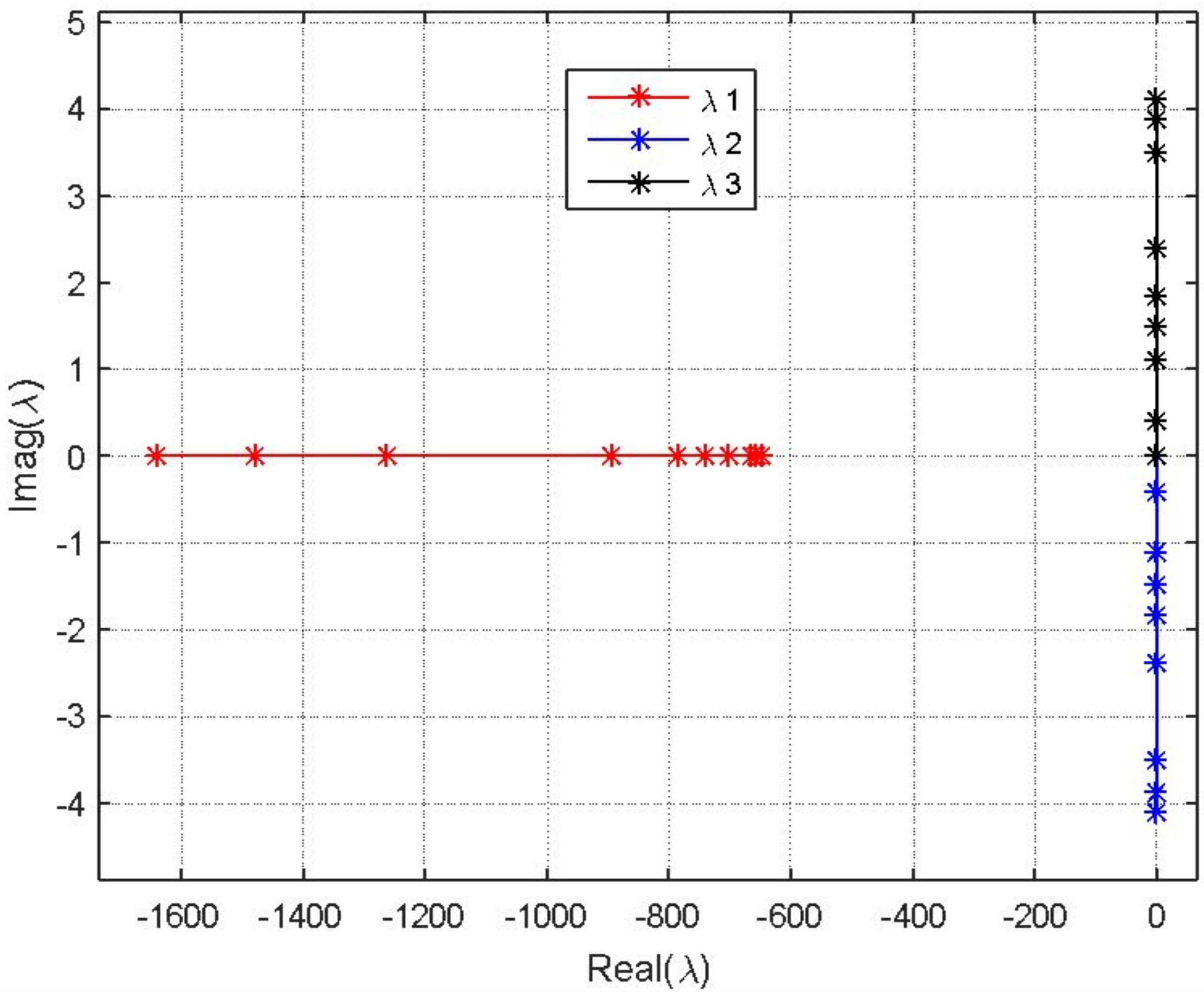
# Поиск предельной точки. Q=f(U). СХН.



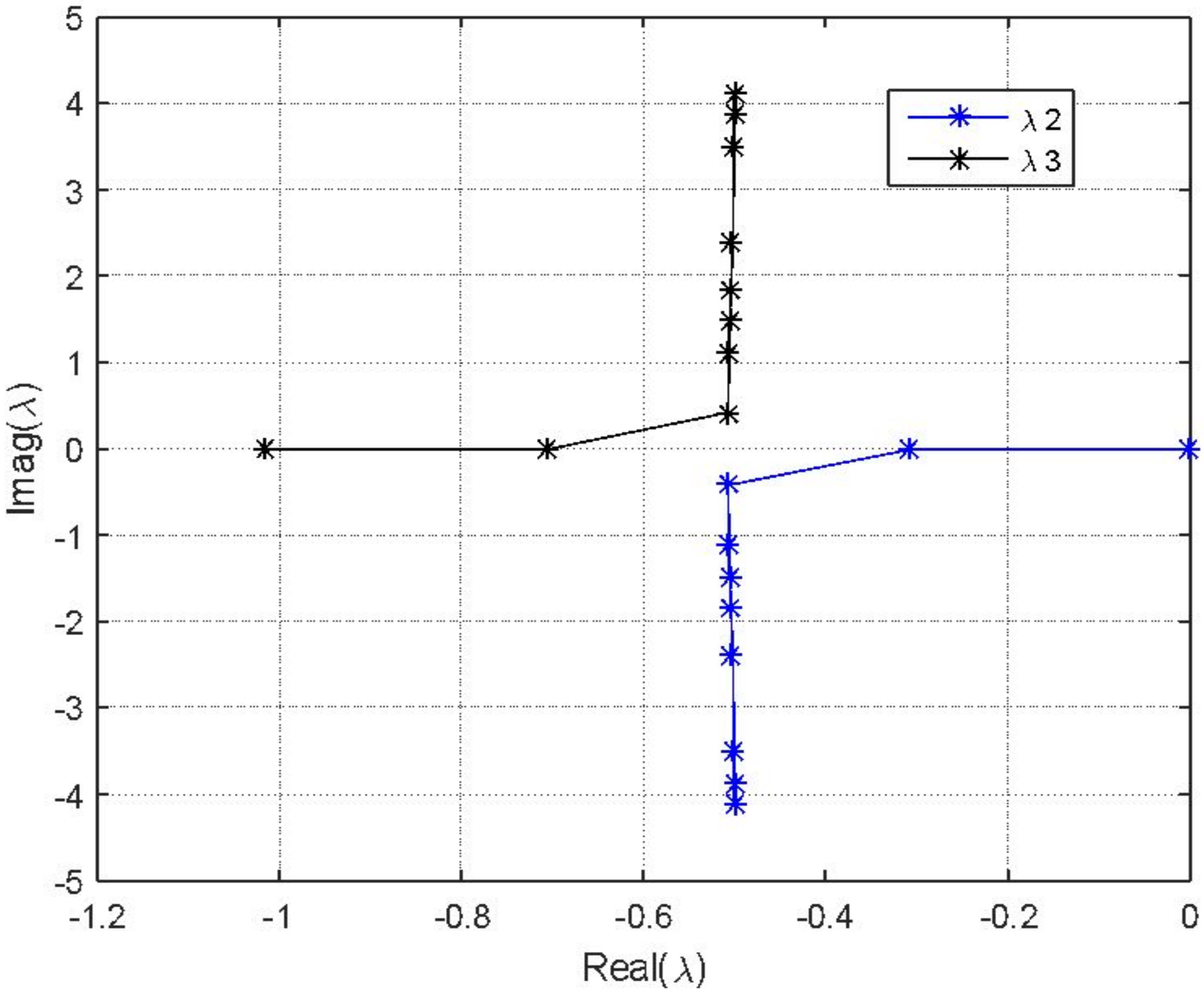
# Поиск предельной точки. Q=f(δ)



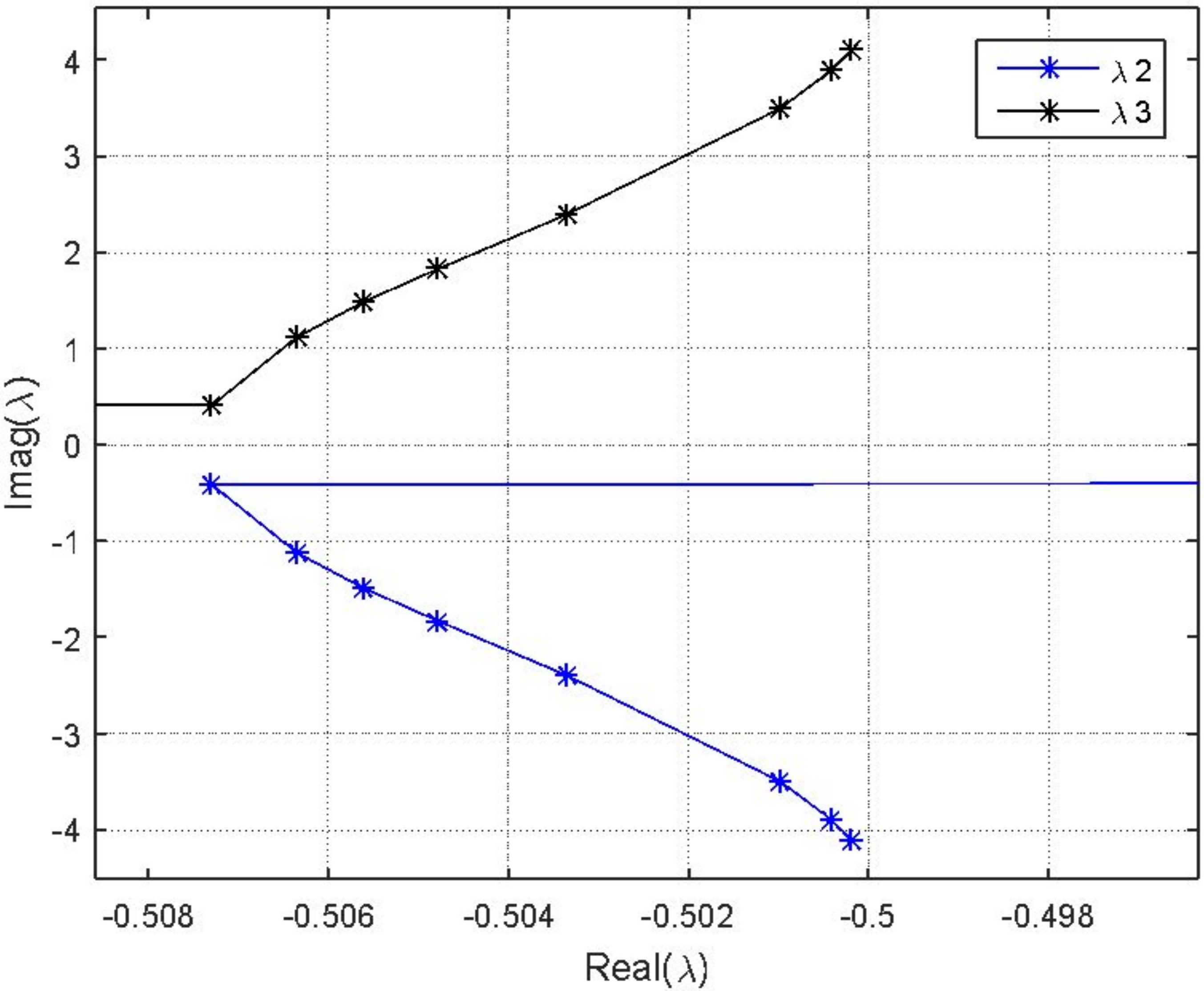
# Динамика движения собственных чисел



# Динамика движения собственных чисел



# Динамика движения собственных чисел



# Нелинейная система Станция – Узел Нагрузки PQ

```r
M0=0.1; D0=0.1; X0=0.5; E0=1; P0=0.617;tau0=0.001;k0=0.5;
parameters<-c(M=M0,D=D0,X=X0,E=E0,P=P0,tau=tau0,k=k0)
#(dX/dt=0)
omega0=0
delta0=0.5320689
v0=0.6081007
state<-c(delta=delta0,omega=omega0,v=v0)
Parallel<-function(t,state,parameters){
  with(as.list(c(state,parameters)),{
    dDelta<-omega
    dOmega<-1/M*(P-E*V*sin(delta)/X-D*omega)
    dV<-1/tau*(-k*P-V^2/X+E*V*cos(delta)/X)
    list(c(dDelta,dOmega,dV))
  })
}
times<-seq(0,30,by=0.01)
library(deSolve)
out<-ode(y=state,times=times,func=Parallel,parms=parameters)
plot(out)
```

## Задание на понедельник!!!

Записать Якобиан для шунтовой нагрузки!

Система нелинейных уравнений:

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega,$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{M}\left(V^2 G - \frac{EV}{X}\sin\delta - D\omega\right),$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{\tau}\left(-\frac{V^2}{X} + \frac{EV}{X}\cos\delta - kV^2 G\right).$$