

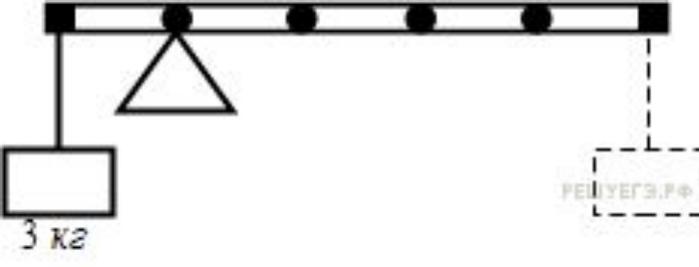
# Механическое равновесие, механические колебания и волны

Сила Архимеда, закон Паскаля

Волны

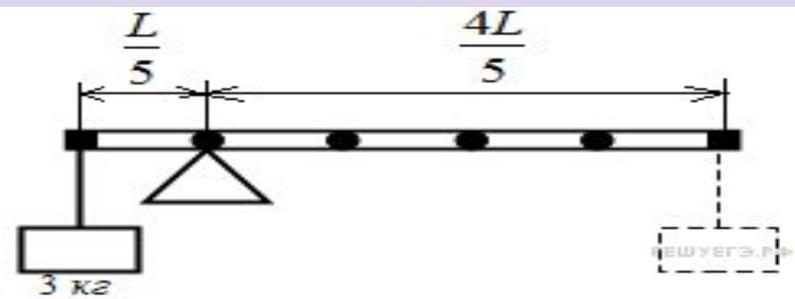
Пружинный и математический маятники,  
колебания

Механическое равновесие



4.4.1. К левому концу невесомого стержня прикреплен груз массой 3 кг. Стержень расположили на опоре, отстоящей от его левого конца на 0,2 длины стержня. Чему равна масса груза, который надо подвесить к правому концу стержня, чтобы он находился в равновесии? (Ответ дайте в килограммах.)

Одним из условий равновесия стержня является то, что полный момент всех внешних сил относительно любой точки равен нулю.



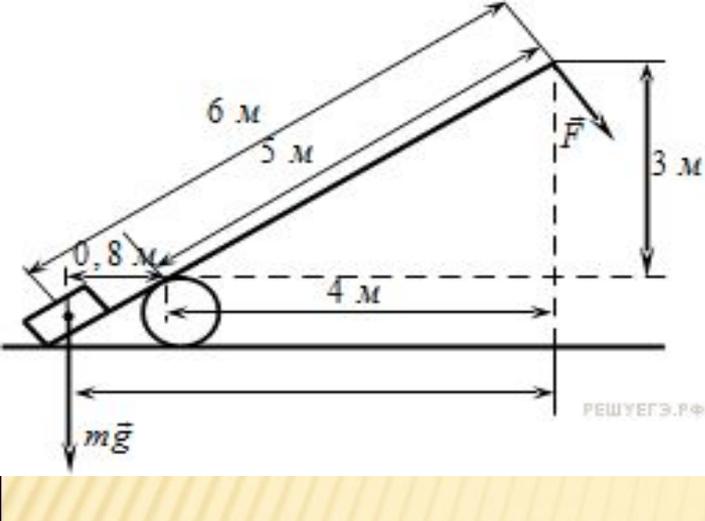
Момент, создаваемый левым грузом равен

$$\rightarrow mg \frac{L}{5},$$

Правым  $\rightarrow Mg \frac{4L}{5},$

Приравняв моменты, получаем, что для равновесия к правому концу стержня необходимо подвесить груз массой

$$M = \frac{m}{4} = \frac{3 \text{ кг}}{4} = 0,75 \text{ кг.}$$



4.4.2. Под действием силы тяжести груза и силы  $F$  рычаг, представленный на рисунке, находится в равновесии.

Вектор силы  $F$  перпендикулярен рычагу. Расстояния между точками приложения сил и точкой опоры, а также проекции этих расстояний на вертикальную и горизонтальную оси указаны на рисунке. Если модуль силы  $F$  равен 120 Н, то каков модуль силы тяжести, действующей на груз? (Ответ дайте в ньютонах.)

Одним из условий равновесия рычага является то, что полный момент всех внешних сил относительно любой точки равен нулю

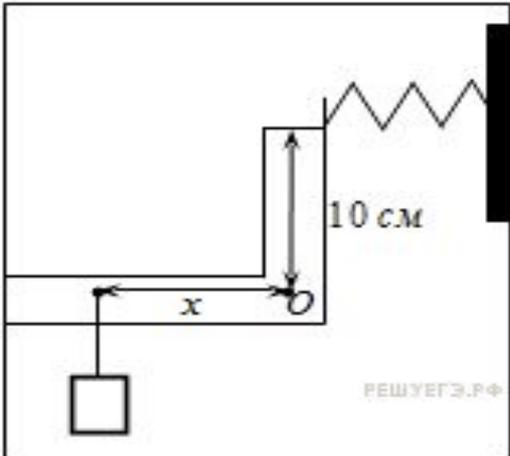
Рассмотрим моменты сил относительно опоры рычага. Момент, создаваемый силой  $F$ , равен  $5F$  и он вращает рычаг по часовой стрелке.

Момент, создаваемый грузом относительно этой точки —  $0.8 mg$  он вращает против часовой.



Приравняв моменты, получаем выражение для модуля силы тяжести:

$$mg = \frac{F \cdot 5 \text{ м}}{0,8 \text{ м}} = \frac{120 \text{ Н} \cdot 5 \text{ м}}{0,8 \text{ м}} = 750 \text{ Н.}$$



4.4.3. К легкому рычагу сложной формы с точкой вращения в точке  $O$  (см. рисунок) подвешен груз массой  $2$  кг и прикреплена пружина, второй конец которой прикреплен к неподвижной стене. Рычаг находится в равновесии, а сила натяжения пружины равна  $15$  Н. На каком расстоянии  $x$  от оси вращения подвешен груз, если расстояние от оси до точки крепления пружины равно  $10$  см? (Ответ дайте в сантиметрах.)

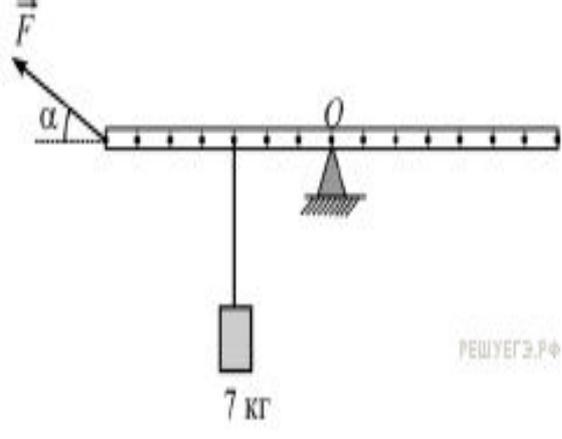
Одним из условий равновесия рычага является то, что полный момент всех внешних сил относительно любой точки равен нулю.

Рассмотрим точку  $O$ . Вращающий момент, создаваемый грузом относительно этой точки, равен  $mgx$  и он вращает рычаг против часовой стрелки.

Момент, создаваемый пружиной, —  $Fl$ . Он вращает по часовой.

Приравнявая моменты, получаем выражение для модуля силы тяжести:

$$x = \frac{F}{mg} \cdot l = \frac{15}{2 \cdot 10} \cdot 10 \text{ см} = 7,5 \text{ см.}$$

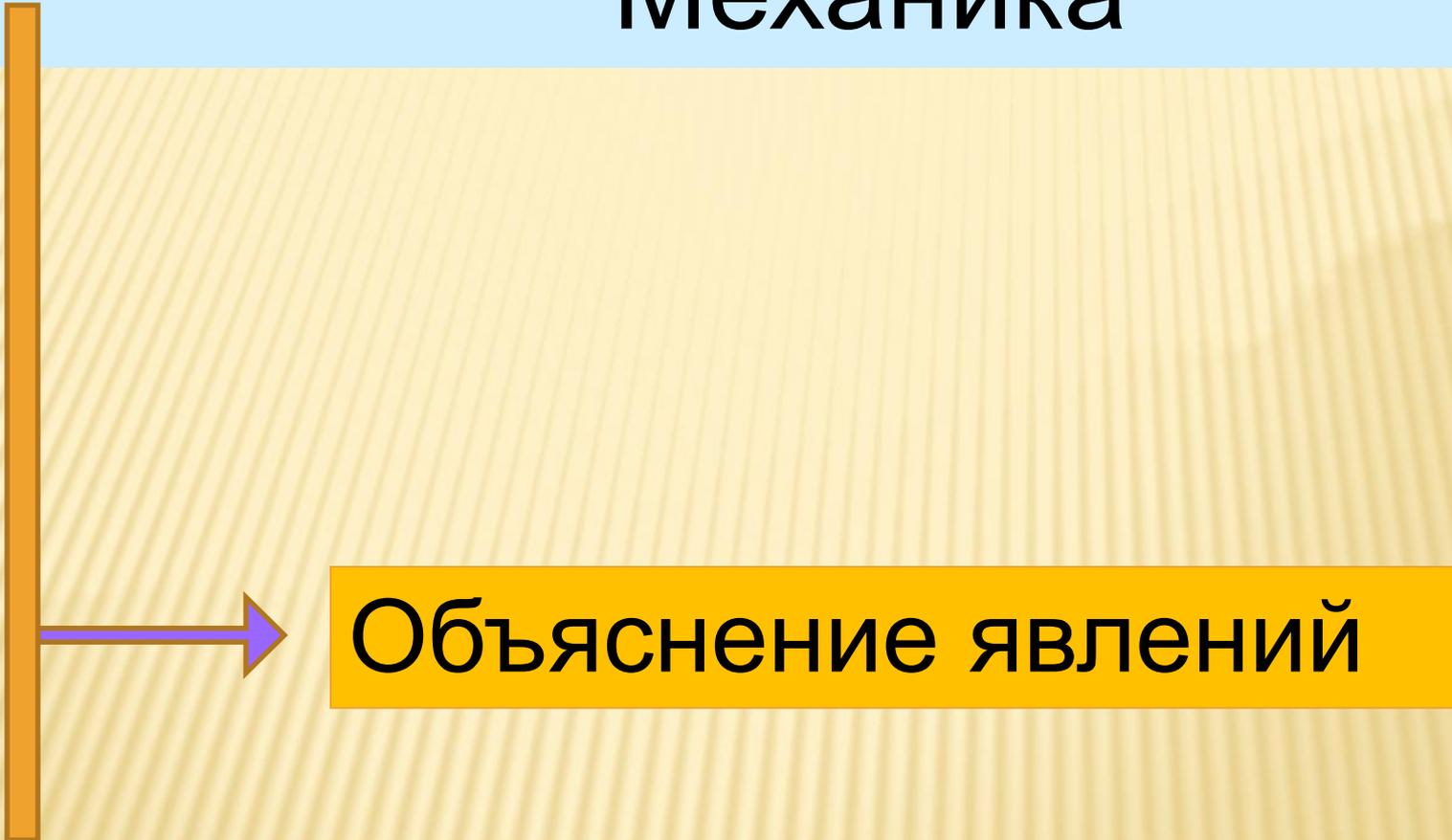


4.4.4. К лёгкой рейке подвешено на нити тело массой 7 кг. Рейка уравновешена на шероховатой опоре в горизонтальном положении с помощью силы приложенной к концу рейки и направленной под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонту. Определите модуль вертикальной составляющей силы реакции опоры, действующей на рейку в точке O.

Так как рейка уравновешена, запишем правило моментов относительно левого края рейки, тем самым исключив силу

$$Nd_1 = mgd_2 \Leftrightarrow N = \frac{mgd_2}{d_1} = \frac{70 \cdot 4}{7} = 40 \text{ Н.}$$


# Механика



Объяснение явлений

$m$ , кг	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$x$ , м	0	0,02	0,04	0,06	0,07	0,09

5.1.1 Исследовалась зависимость удлинения пружины от массы подвешенных к ней грузов. Результаты измерений представлены в таблице. Выберите два утверждения:

- 1) Коэффициент упругости пружины равен 5 Н/м.
- 2) Коэффициент упругости пружины равен 50 Н/м.
- 3) При подвешенном к пружине грузе массой 150 г её удлинение составит 4 см.
- 4) С увеличением массы растяжение пружины уменьшается.
- 5) При подвешенном к пружине грузе массой 250 г её удлинение составит 5 см.

Растяжение пружины подчиняется закону Гука

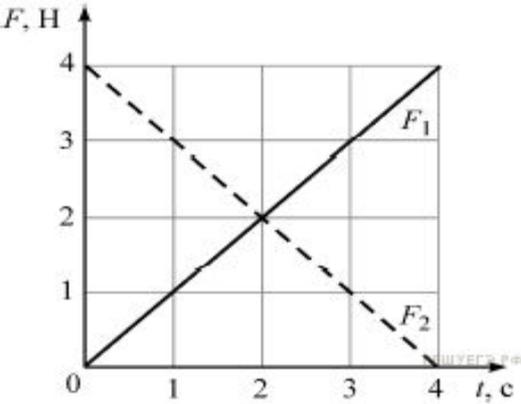


$$k = \frac{F}{x} = \frac{mg}{x} = \frac{0,2 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2}{0,04 \text{ м}} = 50 \text{ Н/м}$$

3  $x = \frac{mg}{k} = \frac{0,15 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2}{50 \text{ Н/м}} = 0,03 \text{ м} = 3 \text{ см.}$

5  $x = \frac{mg}{k} = \frac{0,25 \text{ кг} \cdot 10 \text{ м/с}^2}{50 \text{ Н/м}} = 0,05 \text{ м} = 5 \text{ см.}$

2,5



5.1.2. На гладкой горизонтальной поверхности покоится точечное тело массой 2 кг в точке с координатой  $x = 0$ . В момент времени  $t = 0$  с на это тело одновременно начинают действовать две горизонтальные силы  $F_1$  и  $F_2$ , направленные в положительном направлении оси  $Ox$ , модули которых зависят от времени  $t$

- 1) В момент времени  $t = 2$  с равнодействующая сил, действующих на тело, больше, чем в начальный момент времени.
- 2) Тело движется с переменным ускорением.
- 3) В момент времени  $t = 2$  с ускорение тела равно  $2 \text{ м/с}^2$ .
- 4) В момент времени  $t = 2$  с скорость тела равна  $4 \text{ м/с}$ .
- 5) В момент времени  $t = 2$  с импульс тела равен нулю.

Силы, действующие на тело, сонаправлены, а значит их вклады складываются.

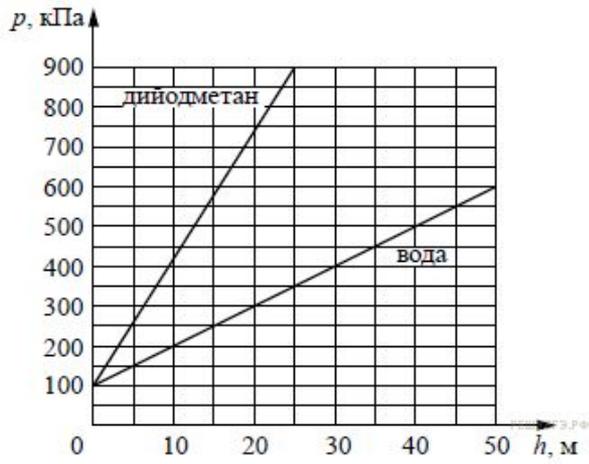
1. Равнодействующая сил, как видно из графика, на всем интервале равна 4 Н.

2. По второму закону Ньютона, тело будет двигаться равноускоренно.

3.  $a = \frac{F}{m} = 2 \text{ м/с}^2.$

4.  $V = at = \frac{Ft}{m} = 4 \text{ м/с}.$

3,4



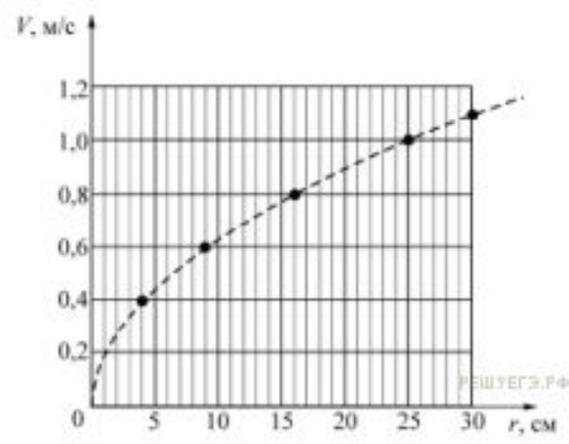
5.1.3. На рисунке представлены графики зависимости давления  $p$  от глубины погружения  $h$  для двух покоящихся жидкостей: воды и тяжёлой жидкости дийодметана, при постоянной температуре

- 1) Если внутри пустотелого шарика давление равно атмосферному, то в воде на глубине 10 м давления на его поверхность извне и изнутри будут равны друг другу.
- 2) Плотность керосина  $0,82 \text{ г/см}^3$ , аналогичный график зависимости давления от глубины для керосина окажется между графиками для воды и дийодметана.
- 3) В воде на глубине 25 м давление  $p$  в 2,5 раза больше атмосферного.
- 4) С ростом глубины погружения давление в дийодметане возрастает быстрее, чем в воде.
- 5) Плотность оливкового масла  $0,92 \text{ г/см}^3$ , аналогичный график зависимости давления от глубины для масла окажется между графиком для воды и осью абсцисс (горизонтальной осью).

4. Так как прямая давления в дийодметане лежит выше прямой давления в воде, то это означает, что давление в дийодметане возрастает быстрее, чем в воде.

5. Так как плотность оливкового масла меньше чем плотность воды, то его аналогичный график окажется между графиком для воды и осью абсцисс

4,5



5.1.4. На горизонтальном шероховатом диске радиусом 30 см покоится на расстоянии  $r$  от центра точечное тело массой 100 г. Диск начинают медленно раскручивать. При некоторой угловой скорости вращения диска тело начинает скользить по его поверхности. На рисунке показан график зависимости линейной скорости  $V$  тела в момент начала скольжения от расстояния  $r$ .

- 1) Коэффициент трения между телом и плоскостью диска равен 0,8.
- 2) При вращении диска с частотой  $2/\pi$  об/с покоящееся относительно диска тело, имеющее максимальную угловую скорость вращения, находится на расстоянии 25 см от центра диска.

1. По второму закону Ньютона

$$ma = F_{\text{тр}} = \mu mg, \quad a = \frac{V^2}{r}.$$

Найдем коэффициент трения, взяв точку на графике

$$\mu = \frac{V^2}{rg} = 0,4.$$

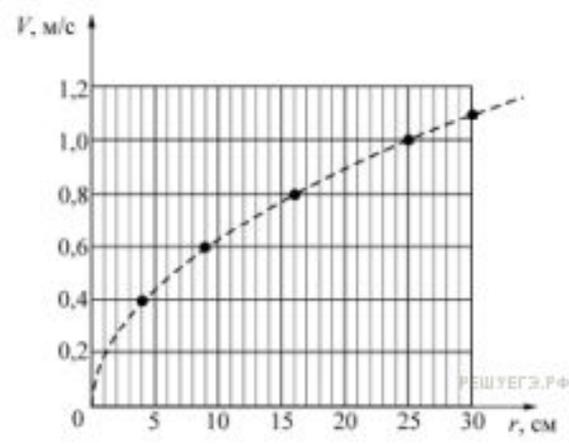
2. Частота вращения диска равна

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{V}{2\pi r}.$$

Если  $r = 25$  см, то

$$\nu = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 0,25} = \frac{2}{\pi} \text{ об/с.}$$

2 верно



5.1.4. На горизонтальном шероховатом диске радиусом 30 см покоится на расстоянии  $r$  от центра точечное тело массой 100 г. Диск начинают медленно раскручивать. При некоторой угловой скорости вращения диска тело начинает скользить по его поверхности. На рисунке показан график зависимости линейной скорости  $V$  тела в момент начала скольжения от расстояния  $r$ .

3) При вращении диска с угловой скоростью 5 рад/с модуль ускорения покоящегося относительно диска тела, находящегося на расстоянии 12 см от центра, равен нулю.

4) Тело, находящееся на расстоянии 9 см от центра диска, может иметь минимальный период обращения, равный  $(0,3\pi)$  с.

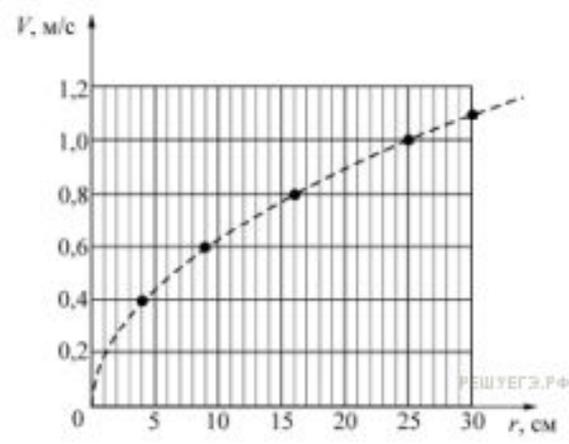
3. Модуль ускорения покоящегося относительно диска тела, находящегося на расстоянии 12 см от центра, при вращении диска с угловой скоростью 5 рад/с равен

$$a = \omega^2 r = 5^2 \cdot 0,12 = 3 \text{ м/с}^2.$$

4. Минимальный период обращения тела, находящегося на расстоянии 9 см от центра диска, равен:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{V} = \frac{2\pi \cdot 0,09}{0,6} = 0,3\pi \text{ с}$$

**4 верно**



5.1.4. На горизонтальном шероховатом диске радиусом 30 см покоится на расстоянии  $r$  от центра точечное тело массой 100 г. Диск начинают медленно раскручивать. При некоторой угловой скорости вращения диска тело начинает скользить по его поверхности. На рисунке показан график зависимости линейной скорости  $V$  тела в момент начала скольжения от расстояния  $r$ .

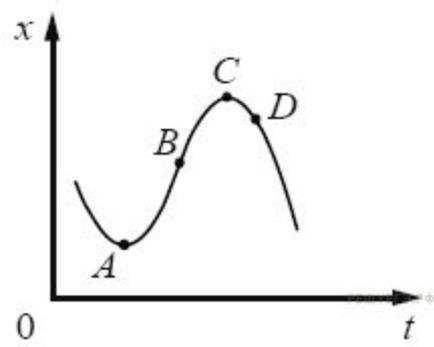
5) Если тело находится на расстоянии 16 см от центра диска, то оно не может иметь кинетическую энергию, равную 8 мДж.

5. Максимальная кинетическая энергия тела, находящегося на расстоянии 16 см от центра диска, равна:

$$E_{\text{кин}} = \frac{mV^2}{2} = \frac{0,1 \cdot 0,8^2}{2} = 0,032 \text{ Дж} = 32 \text{ мДж.}$$

Поэтому тело может иметь кинетическую энергию 8 мДж. Значит, утверждение 5 неверно.

2,4



5.1.5. На рисунке показан график зависимости координаты тела, движущегося вдоль оси от времени

- 1) В точке  $A$  проекция скорости тела на ось  $Ox$  равна нулю.
- 2) Проекция перемещения тела на ось  $Ox$  при переходе из точки  $B$  в точку  $D$  отрицательна.
- 3) На участке  $BC$  скорость тела уменьшается.
- 4) В точке  $A$  проекция ускорения тела на ось отрицательна.
- 5) В точке  $D$  ускорение тела и его скорость направлены в противоположные стороны.

1) В точке  $A$  касательная к графику горизонтальна, значит, проекция скорости тела на ось равна нулю.

2) Проекция перемещения тела на ось равна разности координат. Координата точки  $D$  больше координаты точки  $B$ . При переходе из точки  $B$  в точку  $D$  проекция перемещения положительна.

3) На участке  $BC$  наклон графика уменьшается, значит, скорость тела уменьшается.

4) В точке  $A$  график имеет выпуклость вниз, значит, проекция ускорения положительна.

5) В точке  $D$  график имеет выпуклость вверх и наклон вниз, значит, проекции ускорения тела и его скорости отрицательны, т. е. они направлены в одну сторону