

Интеграл.

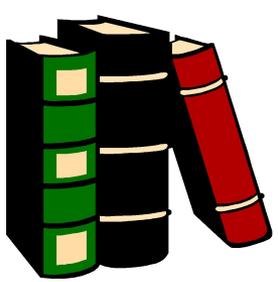
**Формула Ньютона
– Лейбница.**

Занятие для 101 группы

Дата. 04 мая

Цель урока:

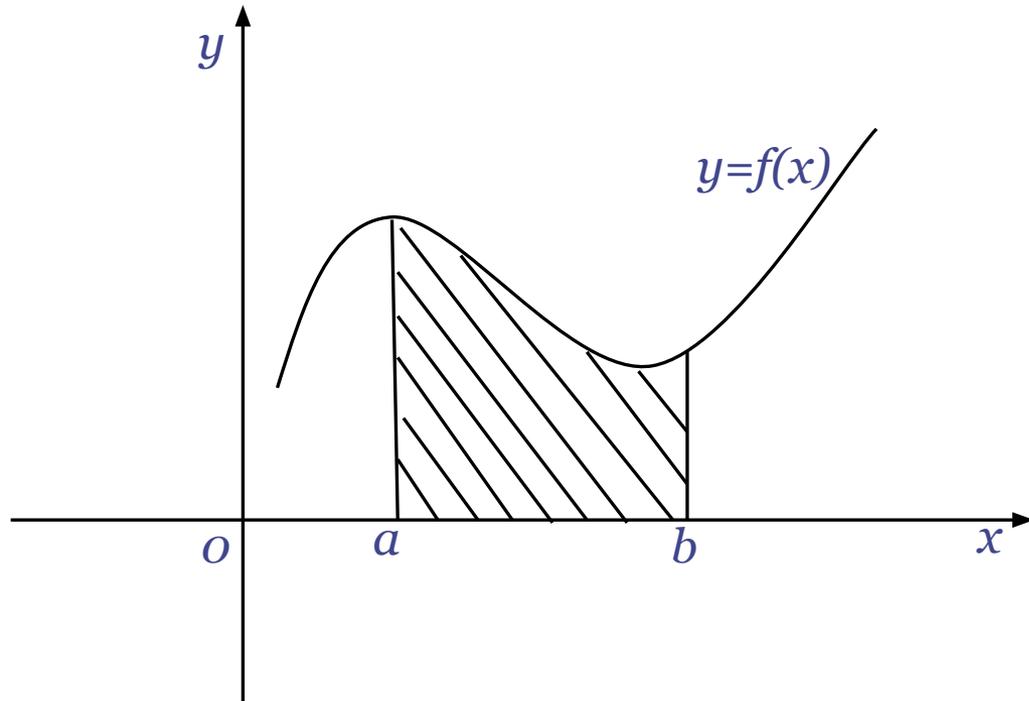
- Ввести понятие интеграла и его вычисление по формуле Ньютона – Лейбница, используя знания о первообразной и правила её вычисления;
- Проиллюстрировать практическое применение интеграла на примерах нахождения площади криволинейной трапеции;
- Закрепить изученное в ходе выполнения упражнений.



Определение:

Пусть дана положительная функция $f(x)$, определенная на конечном отрезке $[a;b]$.

Интегралом от функции $f(x)$ на $[a;b]$ называется площадь её криволинейной трапеции.



Обозначение:


$$\int_a^b f(x) dx$$

— «интеграл от a до b эф от $икс$ дэ
 $икс$ »

Формула Ньютона - Лейбница

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Пример 1. Вычислить определённый интеграл:

$$\int_{-2}^1 (3 - 2x - x^2) dx$$

Решение:

$$\int_{-2}^1 (3 - 2x - x^2) dx = \left. \begin{array}{l} f(x) = 3 - 2x - x^2 \\ F(x) = 3x - x^2 - \frac{x^3}{3} \end{array} \right| =$$

$$= \left(3 \cdot 1 - 1^2 - \frac{1^3}{3} \right) - \left(3 \cdot (-2) - (-2)^2 - \frac{(-2)^3}{3} \right) = 9$$

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Пример 2. Вычислите определённые интегралы:

$$\int_2^7 dx$$

5

$$\int_1^4 (x - 1)^2 dx$$

9

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$$

1

Пример 3.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3 - 2x - x^2$ и осью абсцисс.

Решение:

Для начала найдем точки пересечения оси абсцисс с графиком функции $y = 3 - 2x - x^2$. Для этого решим уравнение.

$$3 - 2x - x^2 = 0 \Rightarrow x_1 = -3 \text{ и } x_2 = 1$$

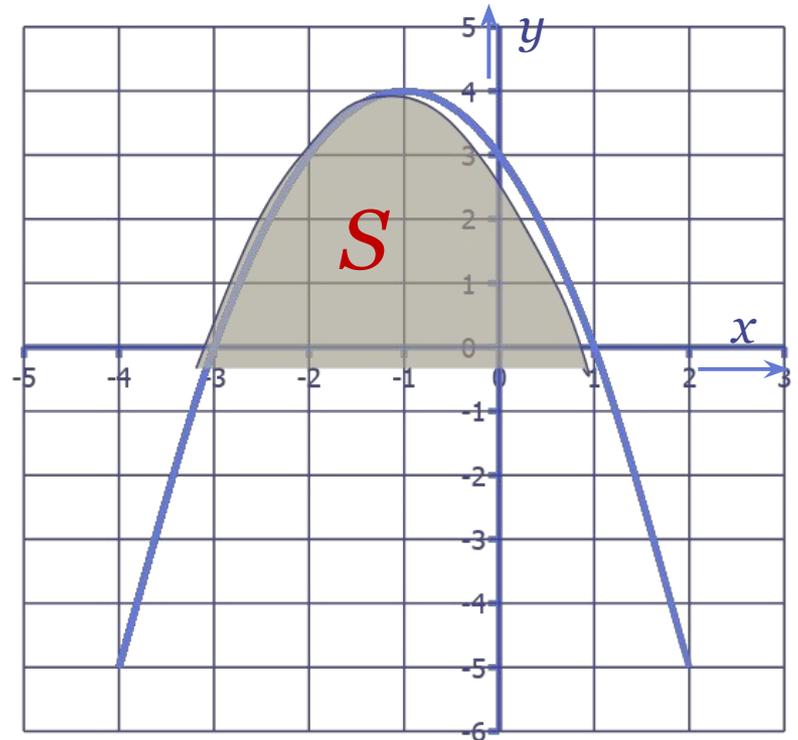
$$S = \int_{-3}^1 (3 - 2x - x^2) dx =$$

$$\begin{array}{l} \updownarrow f(x) = 3 - 2x - x^2 \\ \updownarrow F(x) = 3x - x^2 - \frac{x^3}{3} \end{array} =$$

$$\left(3 \cdot 1 - 1^2 - \frac{1^3}{3} \right) -$$

$$\left(3 \cdot (-3) - (-3)^2 - \frac{(-3)^3}{3} \right) =$$

$$= 10 \frac{2}{3} \text{ (ед}^2\text{)}$$



Пример 4.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
 $y = 3 - 2x - x^2$ и $y = 1 - x$

Решение:

Найдём точки пересечения (абсциссы) этих линий, решив уравнение
 $1 - x = 3 - 2x - x^2 \Rightarrow x_1 = -2; x_2 = 1$

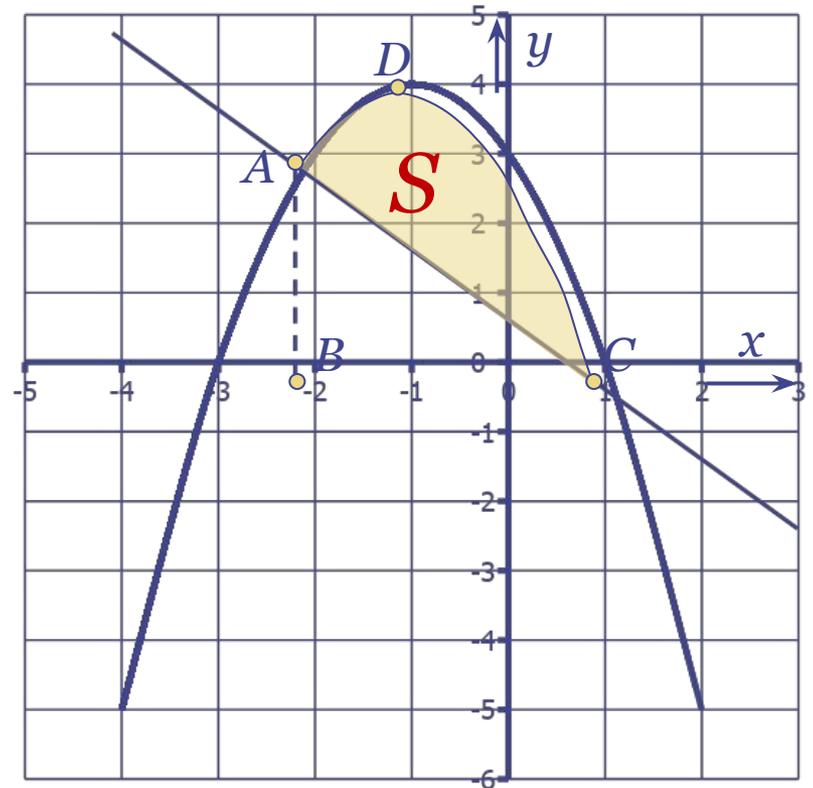
$$S = S_{\text{BADC}} - S_{\Delta \text{BAC}}$$

$$S_{\text{BADC}} = \int_{-2}^1 (3 - 2x - x^2) dx =$$

$$= \text{смотри пример 1} = 9(e\partial^2)$$

$$S_{\Delta \text{BAC}} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = 4,5(e\partial^2)$$

$$\Rightarrow S = 9 - 4,5 = 4,5(e\partial^2)$$



Домашнее задание

- На оценку «3» надо выполнить верно задания 1 уровня сложности.
- **Критерии оценки домашнего задания:**
- На оценку «4» надо выполнить верно задания 1, 2 уровней сложности при двух- трех недочетах.
- На оценку «5» надо выполнить верно все задания.

1 уровень сложности. Вычислите интегралы и выберите вариант ответа:

$$\text{А) } \int_{-1}^2 (3 - 2x) dx$$

$$\text{Б) } \int_{-1}^3 6 dx$$

$$\text{В) } \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x dx$$

$$\text{Г) } \int_{-1}^2 x^4 dx$$

$$\text{Д) } \int_0^2 (2x^3 - x - 1) dx$$

$$\text{Е) } \int_0^3 (x^2 + 2x) dx$$

2 уровень сложности. Вычислите площадь фигур, ограниченных линиями:

$$\text{А) } \mathbb{K} = -\mathbb{K}^2 + 2, \mathbb{K} = 0, \mathbb{K} = 0 \text{ и } \mathbb{K} = 1;$$

$$\text{Б) } \mathbb{K} = \mathbb{K}^8, \mathbb{K} = 0, \mathbb{K} = 0 \text{ и } \mathbb{K} = 1;$$

« ТАЛАНТ –
это 99% труда и 1% способности»

народная мудрость

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ ОТПРАВИТЬ ПО АДРЕСУ:

mar_ant.2@mail.ru

Антиповой Марине Александровне