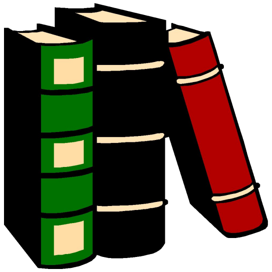
Интеграл. Формула Ньютона – Лейбница.

Занятие для 101 группы

Дата. 04 мая

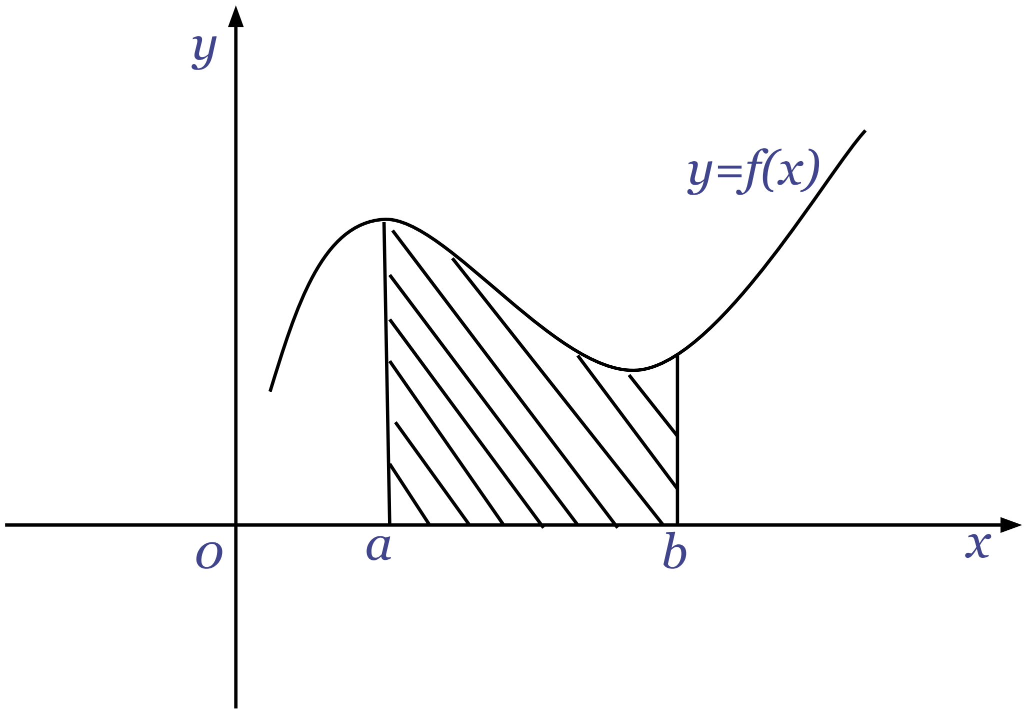
Цель урока:

- Ввести понятие интеграла и его вычисление по формуле Ньютона – Лейбница, используя знания о первообразной и правила её вычисления;
- Проиллюстрировать практическое применение интеграла на примерах нахождения площади криволинейной трапеции;
- Закрепить изученное в ходе выполнения упражнений.



Определение:

Пусть дана положительная функция *f(x)*, определенная на конечном отрезке [a;b]. ***Интегралом от функции f(x) на [a;b]*** называется площадь её криволинейной трапеции.



Обозначение:

$$\int_a^b f(x)dx$$

— *«интеграл от a до b эф от икс дэ икс»*

Формула Ньютона - Лейбница

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Пример 1.

Вычислить определённый интеграл:

$$\int_{-2}^{1}(3-2x-x^2)dx$$

Решение:

$$\int_{-2}^{1}(3-2x-x^2)dx = \left| \begin{array}{c} f(x)=3-2x-x^2 \\ F(x)=3x-x^2-\dfrac{x^3}{3} \end{array} \right| =$$

$$= \left(3\cdot 1-1^2-\frac{1^3}{3}\right)-\left(3\cdot(-2)-(-2)^2-\frac{(-2)^3}{3}\right)=9$$

$$\int_a^b f(x)dx = F(b)-F(a)$$

Пример 2. Вычислите определённые интегралы:

$\int_{2}^{7} dx$	5
$\int_{1}^{4} (x-1)^2\, dx$	9
$\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} Cos\, x dx$	1

Пример 3.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3 - 2x - x^2$ и осью абсцисс.

Решение:

Для начала найдем точки пересечения оси абсцисс с графиком функции $y = 3 - 2x - x^2$. Для этого решим уравнение.

$$3 - 2x - x^2 = 0 \quad \Rightarrow x_1 = -3 \ u \ x_2 = 1$$

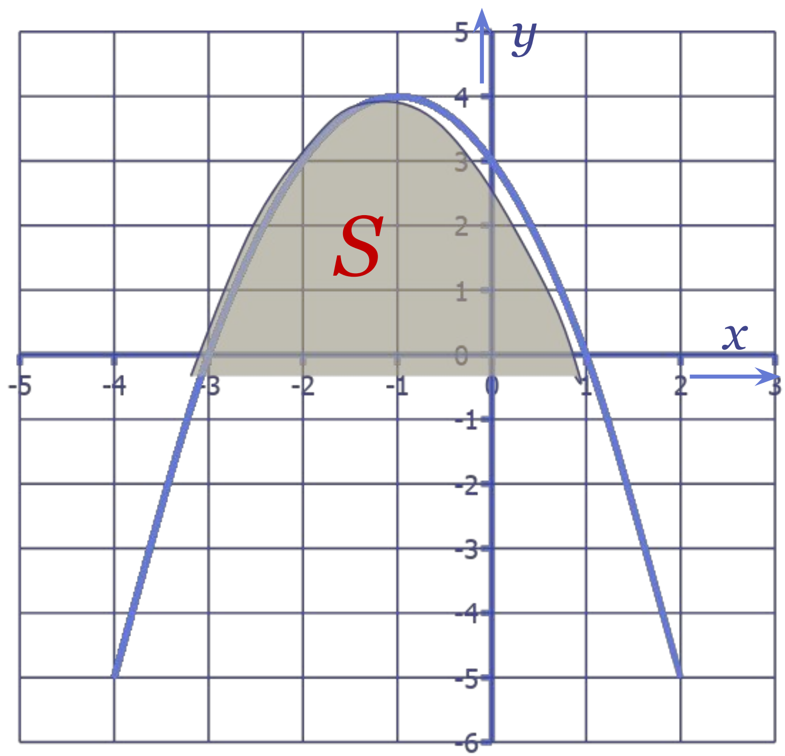
$$S = \int_{-3}^{1} (3 - 2x - x^2)dx =$$

$$\left| \begin{array}{l} f(x) = 3 - 2x - x^2 \\ F(x) = 3x - x^2 - \dfrac{x^3}{3} \end{array} \right| =$$

$$\left(3 \cdot 1 - 1^2 - \frac{1^3}{3}\right) -$$

$$\left(3 \cdot (-3) - (-3)^2 - \frac{(-3)^3}{3}\right) =$$

$$= 10\frac{2}{3}(e\partial^2)$$



Пример 4.

Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
$y = 3 - 2x - x^2$ и $y = 1 - x$

Решение:

Найдём точки пересечения (абсциссы) этих линий, решив уравнение

$$1 - x = 3 - 2x - x^2 \Rightarrow x_1 = -2;\ x_2 = 1$$

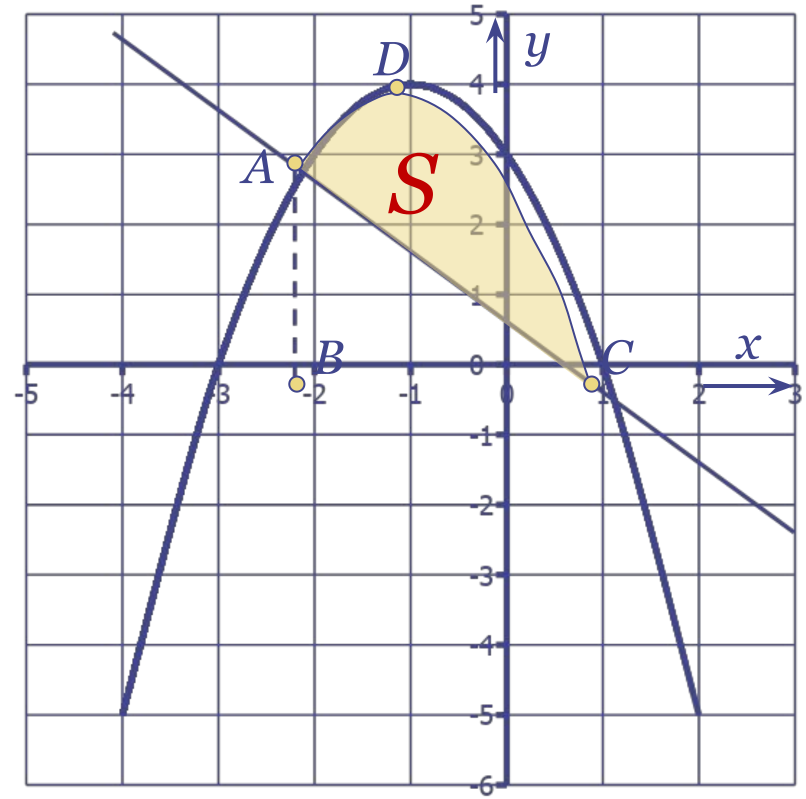
$$\boxed{S = S_{BADC} - S_{\Delta BAC}}$$

$$S_{BADC} = \int_{-2}^{1} (3 - 2x - x^2)dx =$$

$=$ смотри пример 1 $= 9(e\partial^2)$

$$S_{\Delta BAC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = 4{,}5(e\partial^2)$$

$$\Rightarrow \boxed{S = 9 - 4{,}5 = 4{,}5\ (e\partial^2)}$$



Домашнее задание

- На оценку «3» надо выполнить верно задания 1 уровня сложности.
- **Критерии оценки домашнего задания:**
- На оценку «4» надо выполнить верно задания 1, 2 уровней сложности при двух- трех недочетах.
- На оценку «5» надо выполнить верно все задания.

1 уровень сложности. Вычислите интегралы и выберите вариант ответа:

А) $\int_{-1}^{2}(3-2x)dx$ Б) $\int_{-1}^{3}6dx$ В) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}Cosxdx$ Г) $\int_{-1}^{2}x^4dx$

Д) $\int_{0}^{2}(2x^3-x-1)dx$ Е) $\int_{0}^{3}(x^2+2x)dx$

2 уровень сложности. Вычислите площадь фигур, ограниченных линиями:

А) $y=-x^2+2$, $y=0$, $x=0$ и $x=1$;

Б) $y=x^3$, $y=0$, $x=0$ и $x=1$;

« ТАЛАНТ – это 99% труда и 1% способности»

народная мудрость

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ ОТПРАВИТЬ ПО АДРЕСУ:

mar_ant.2@mail.ru

Антиповой Марине Александровне