

Если математическая модель исследуемого процесса и ограничения на значения ее параметров **линейны**, то задача достижения цели является **задачей линейного программирования**.

Если математическая модель исследуемого процесса или ограничения на значения ее параметров **нелинейны**, то задача достижения цели является **задачей нелинейного программирования**.

Оптимизация

Оптимизация – это поиск оптимального (наилучшего) варианта в заданных условиях.

Оптимальное решение – такое, при котором некоторая заданная функция (целевая функция) достигает минимума или максимума.

Информационные оптимизационные модели

Постановка задачи

Найти: x_1, x_2, \dots, x_n

такие, что: $F(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \{\text{Max; Min; = Value}\}$

при ограничениях:

$G(x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow \{>\text{Value}; <\text{Value}; \geq\text{Value}; \leq\text{Value}; = \text{Value}\}$

где X_1, X_2, \dots, X_n - называются регулируемыми ячейками.

$F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – целевая функция, называемая иногда просто целью, должна задаваться в виде формулы в ячейке рабочего листа.

Функции $G(x_1, x_2, \dots, x_n)$ называются ограничениями. Их можно задать как в виде равенств, так и неравенств.

	A	B	C	D	E
1	Количество листов, раскrojенных способом 1 — X1				0
2	Количество листов, раскrojенных способом 2 — X2				0
3	Количество листов, раскrojенных способом 3 — X3				0
4					
5	Количество листов материала (min)				=E1+E2+E3
6					
7	Ограничения:				
8	Количество заготовок А				=10*E1+3*E2+8*E3
9	Количество заготовок В				=3*E1+6*E2+4*E3
10					

Решатель

Целевая ячейка

SE\$5

Результат

Максимум

Минимум

Значение

Параметры

Механизм решателя

OpenOffice.org линейный решатель

Параметры:

Ограничение поиска решения по времени (секунд): 100

- Ограничить глубину ветвей и границ
- Принять переменные как неотрицательные
- Принять переменные как целочисленные

Уровень эпсилон (0-3): 0

Изменить...

Справка

OK

Отмена

Закрыть

Решить

На языке программирования Паскаль

```
var x1,x2,x3,f:integer;
```

```
begin
```

```
f:=300;
```

```
for x1:=1 to 100 do
```

```
for x2:=1 to 100 do
```

```
x3:=1 to 100 do
```

```
for (10*x1+3*x2+8*x3=500) and
```

```
if (3*x1+6*x2+4*x3=300).....
```

```
then x1+x2+x3 <
```

```
f:=x1+x2+x
```

```
if writeln(x1,' ',x2,' ',x3);
```

```
writeln('f=',f);
```

```
3  
n ;
```

Линейная оптимизационная задача

(для самостоятельного выполнения)

Цех выпускает детали А и В. На производство детали А рабочий тратит 3 часа, на производство детали В - 2 часа. От реализации детали А предприятие получает прибыль 80 ден. ед., В - 60 ден. ед. Цех должен выпустить не менее 100 штук деталей А и не менее 200 штук деталей В. Сколько деталей каждого вида надо выпустить для получения наибольшей прибыли, если фонд рабочего времени составляет 900 человеко-часов.

Математическая модель задачи

Обозначим за x_1 и x_2 количество изделий А и В в оптимальном плане производства.

$$80x_1 + 60x_2 \rightarrow \max$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3x_1 + 2x_2 \leq 900 \\ x_1 \geq 100 \\ x_2 \geq 200 \\ x_1, x_2 \in \text{целые числа} \end{array} \right.$$

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3			Затраты времени на производство одной детали, ч.	Прибыль от реализации одной детали, ден. ед.	Минимальный план выпуска, штук	Оптимальный план производства, штук
4		A				
5		B				
6						
7		Фонд рабочего времени, человеко-часов				
8		составляет				
9		задействовано				
10						
11		Максимальная прибыль от реализации, ден. ед.				
12						

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3		Деталь	Затраты времени на производство одной	Прибыль от реализации одной детали, ден. ед.	Минимальный план выпуска, штук	Оптимальный план производства, штук
4		A	3	80	100	0
5		B	2	60	200	0
6						
7		Фонд рабочего времени, человеко-часов				
8		составляет			900	
9		задействовано			$=C4*F4+C5*F5$	
10						
11		Максимальная прибыль от реализации, ден. ед.				$=D4*F4+D5*F5$
12						

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3		Деталь	Затраты времени на производство одной детали, ч.	Прибыль от реализации одной детали, ден. ед.	Минимальный план выпуска, штук	Оптимальный план производства, штук
4		A	3	80	100	100
5		B	2	60	200	300
6						
7		Фонд рабочего времени, человеко-часов				
8		составляет			900	
9		задействовано			900	
10						
11		Максимальная прибыль от реализации, ден. ед.				26000
12						

Решатель



Целевая ячейка

SES12



Результат

Максимум

Минимум

Значение



Изменя ячейки

SES5:SES6



Ограничительные условия

Ссылка на ячейку

Операция

Значение







Параметры...

Справка

Закрыть

Решить

	A	B	C	D	E
1					
2					
3					
4	Деталь	Затраты времени на производство одной детали, ч.	Прибыль от реализации одной детали, ден. ед.	Минимальный план выпуска, штук	Оптимальный план производства, штук
5	A	3	80	100	100
6	B	2	60	200	300
7					
8	Фонд рабочего времени, человеко-часов				
9	составляет			900	
10	задействовано			900	
11					
12	Максимальная прибыль от реализации, ден. ед.				26000
13					

Задача 2

Предположим, что мы решили производить несколько видов конфет. Назовем их условно "А", "В" и "С". Известно, что реализация 10-и килограмм конфет "А" дает прибыль 9 д.е., "В" - 10 д.е. и "С" - 16 д.е. Конфеты можно производить в любых количествах (сбыт обеспечен), но запасы сырья ограничены. Необходимо определить, каких конфет и сколько десятков килограмм необходимо произвести, чтобы общая прибыль от реализации была максимальной.

Нормы расхода сырья на производство 10 кг конфет

Сырье	Нормы расхода сырья			Запас сырья
	А	В	С	
Какао	18	15	12	360
Сахар	6	4	8	192
Наполнитель	5	3	3	180
Прибыль	9	10	16	

	A	B	C
1	Изделия		
2	<i>Наименование</i>	<i>Количество</i>	<i>Прибыль</i>
3	A	0	0
4	B	0	
5	C	0	
6	Общая прибыль		0
7			
8	Расход сырья		
9	<i>Какао</i>	<i>Сахар</i>	<i>Наполнитель</i>
10	0		
11			

Анализ результатов

Оптимальный план выпуска предусматривает изготовление 80 кг конфет "В" и 20 кг конфет "С".

Конфеты "А" производить не стоит.

Полученная Вами прибыль составит 400 д.е.

Задача 1

Машиностроительный завод, реализуя продукцию по договорным ценам, получил определенную выручку, затратив на производство некоторую сумму денег. Определить отношение чистой прибыли к вложенным средствам.

Постановка задачи

Цель моделирования — исследовать процесс производства и реализации продукции с целью получения наибольшей чистой прибыли. Пользуясь экономическими формулами найти отношение чистой прибыли к вложенным средствам.

Чистая прибыль — это прибыль после уплаты налога. При расчете налога на прибыль необходимо учитывать его зависимость от уровня рентабельности. Примем, если уровень рентабельности не превышает 50%, то с прибыли предприятия взимается налог в 32%. Если же уровень рентабельности превышает 50%, то с соответствующей суммы прибыли налог взимается в размере 75%.

Объектом моделирования является процесс производства и реализации некоторой продукции.

Основными параметрами объекта моделирования являются:

- ◆выручка,
- ◆себестоимость,
- ◆прибыль,
- ◆рентабельность,
- ◆налог с прибыли.

Разработка модели

Исходные данные:

выручка **V**;

затраты (себестоимость) **S**.

Значение прибыли определяется как разность между выручкой и себестоимостью

$$P = V - S$$

Рентабельность **r** вычисляется по формуле:

$$r = P/S * 100\%$$

Прибыль, соответствующая предельному уровню рентабельности 50%, составляет 50% от себестоимости продукции **S**, т.е. **$S * 50/100 = S/2$** , поэтому налог с прибыли **N** определяется следующим образом:

если **$r \leq 50$** , то **$N = P * 32/100$** р., иначе

$$N = S/2 * 32/100 + (P - S/2) * 75/100$$

Чистая прибыль **$P_{ч} = P - N$**

И, наконец, результат решения этой задачи — отношение чистой прибыли к вложенным средствам

$$q = P_{ч}/S$$

	A	B
1	<i>Рентабельность производства</i>	
2	<i>Исходные данные</i>	
3	Выручка (р.)	
4	Себестоимость (р.)	
5		
6	Прибыль (р.)	=B2-B3
7	Рентабельность (%)	=B4/B3*100
8	Налог (р.)	=ЕСЛИ(B7<=50;B6*0,32;B4/2*0,32+(B6-B4/2)*0,75)
9	Чистая прибыль (р.)	=B4-B6
10	Отношение чистой прибыли к вложенным средствам	=B7/B3

Компьютерный эксперимент

1. Введите в компьютерную модель исходные данные

Например: **$V=3000$; $S=2000$** .

2. Исследовать, как изменяется отношение чистой прибыли к вложенным средствам, если менять только выручку, оставляя постоянной себестоимость.

3. Исследовать, как изменяется отношение чистой прибыли к вложенным средствам, если менять только себестоимость, оставляя постоянной выручку.

4. Как измениться модель, если налог вычисляется следующим образом

рентабельность	$\leq 30\%$	от 30 до 70%	$> 70\%$
налог	20%	40%	60%

Изменится только формула в ячейке В8.

8	Налог (р.)	=ЕСЛИ(В7<=30; В6*0,2;ЕСЛИ(В7<=70; В6*0,4; В6*0,6))
---	------------	---

Анализ результатов

Полученная модель позволяет в зависимости от рентабельности определять налог с прибыли, автоматически пересчитывать размер чистой прибыли, находить отношение чистой прибыли к вложенным средствам.

Проведенный компьютерный эксперимент показывает, что отношение чистой прибыли к вложенным средствам увеличивается при увеличении выручки и уменьшается при увеличении себестоимости продукции.