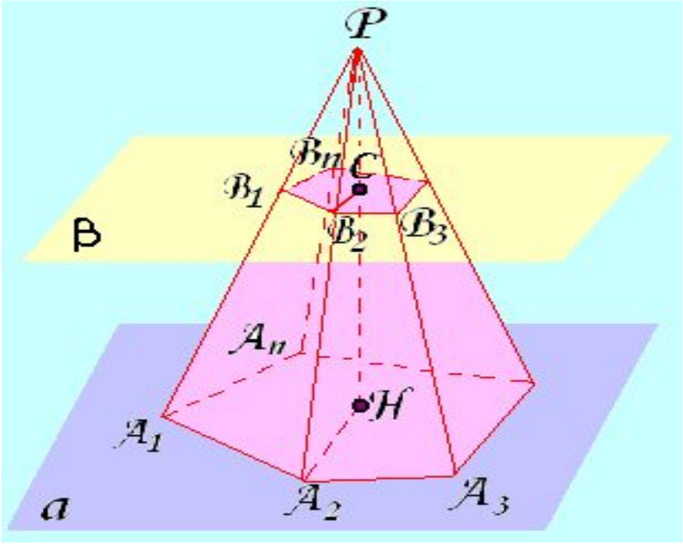
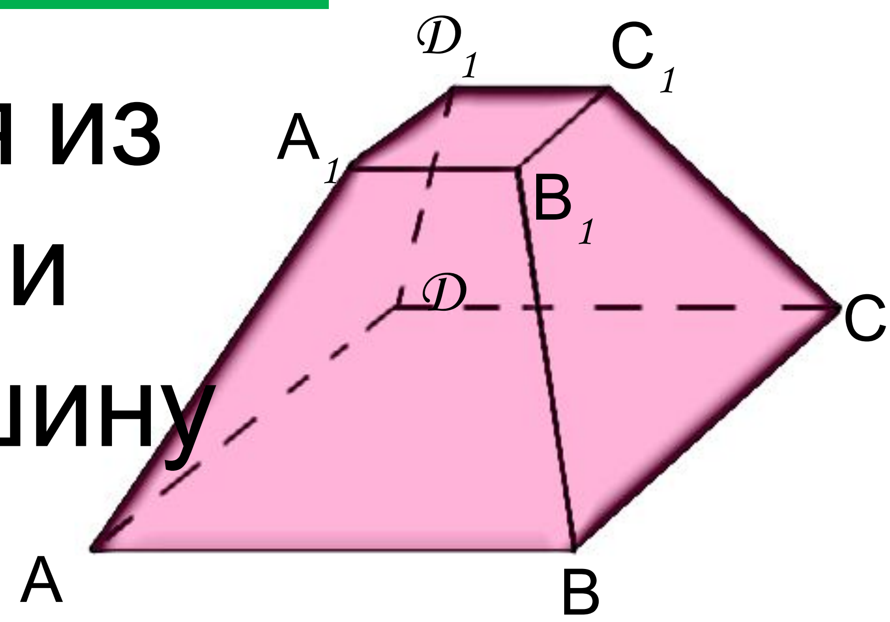
«Усеченная пирамид



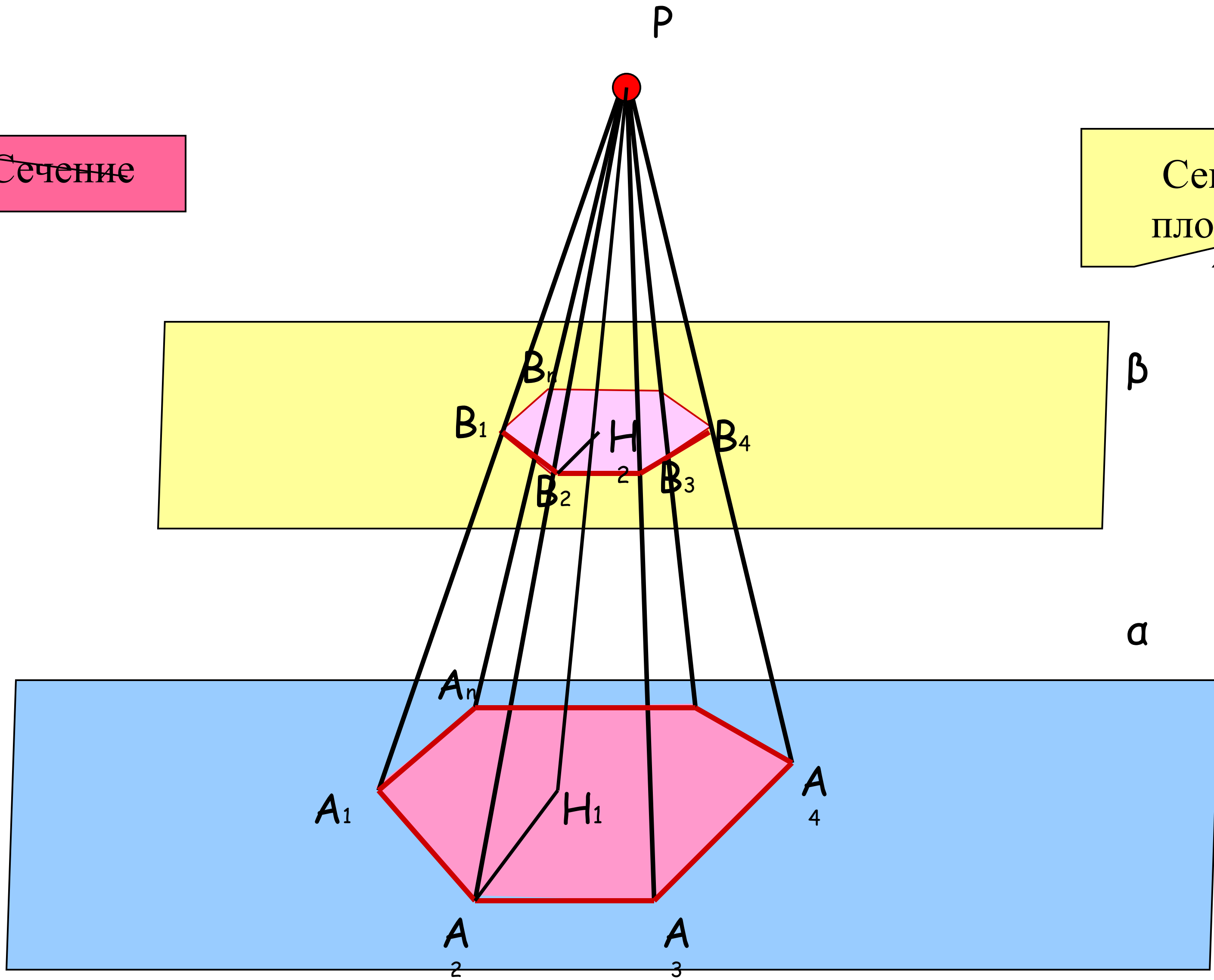
Еще одно определение усеченной пирамиды.

Тело, получающееся из пирамиды, если отсечь ее вершину плоскостью, параллельной основанию, называется **усеченной**

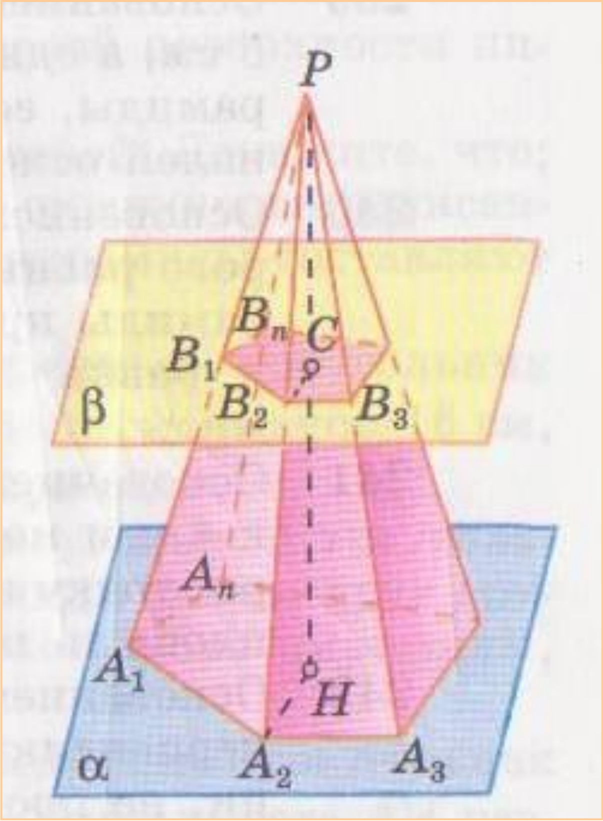


Сечение

Секущая плоскость



Усеченную пирамиду с основаниями $A_1A_2 \ldots A_n$ и $B_1B_2 \ldots B_n$ обозначают так: $\mathbf{A_1A_2 \ldots A_nB_1B_2 \ldots B_n}$.

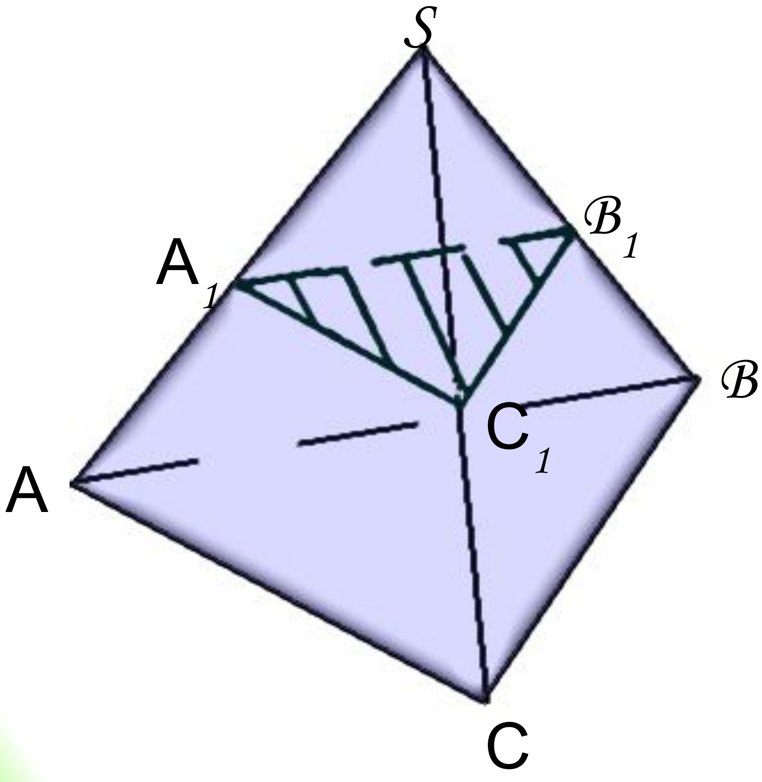


Четырехугольники $A_1A_2B_2B_1$, $A_2A_3B_3B_2$, …, $A_nA_1B_1B_n$ – **боковые грани**, n –угольники $A_1A_2 \ldots A_n$ и $B_1B_2 \ldots B_n$ – **основания** усеченной пирамиды.

Отрезки A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3,…, A_nB_n – **боковые ребра** усеченной пирамиды.

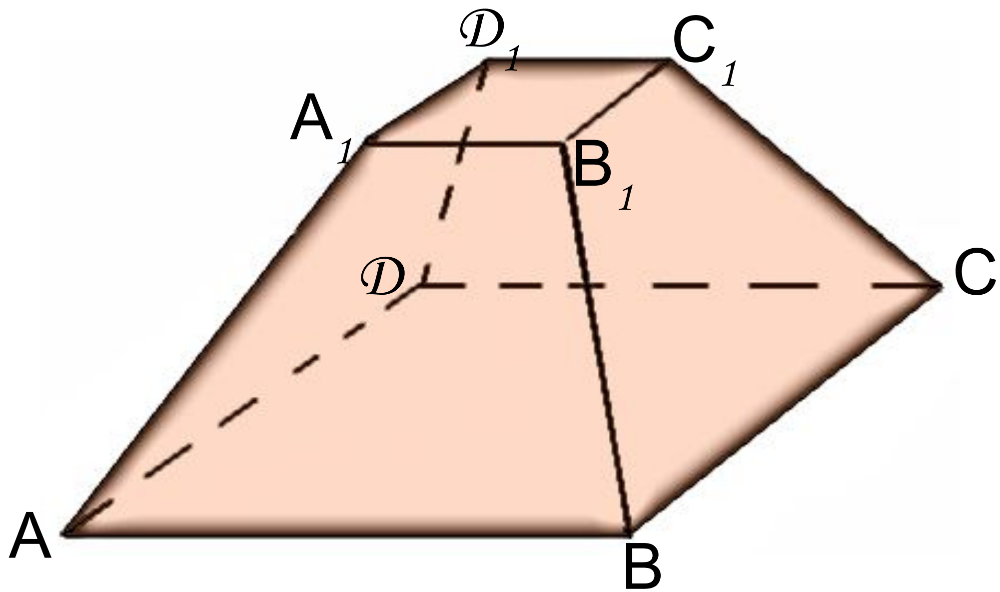
Теорема (свойство усеченной пирамиды):

«Боковые грани усеченной пирамиды – трапеции».



Определения.

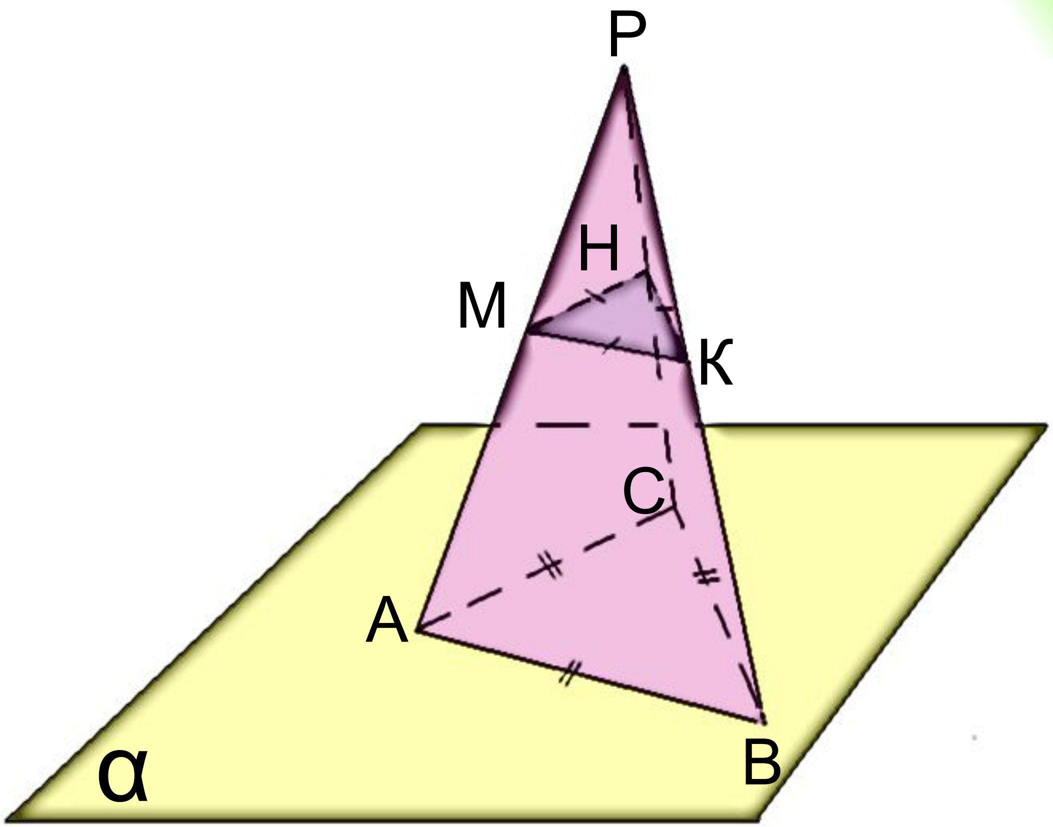
Площадью боковой поверхности усеченной пирамиды называется сумма площадей ее боковых граней.



$$S_{\text{бок.}} = S_{AA_1B_1B} + S_{BB_1C_1C} + S_{CC_1D_1D} +$$

S

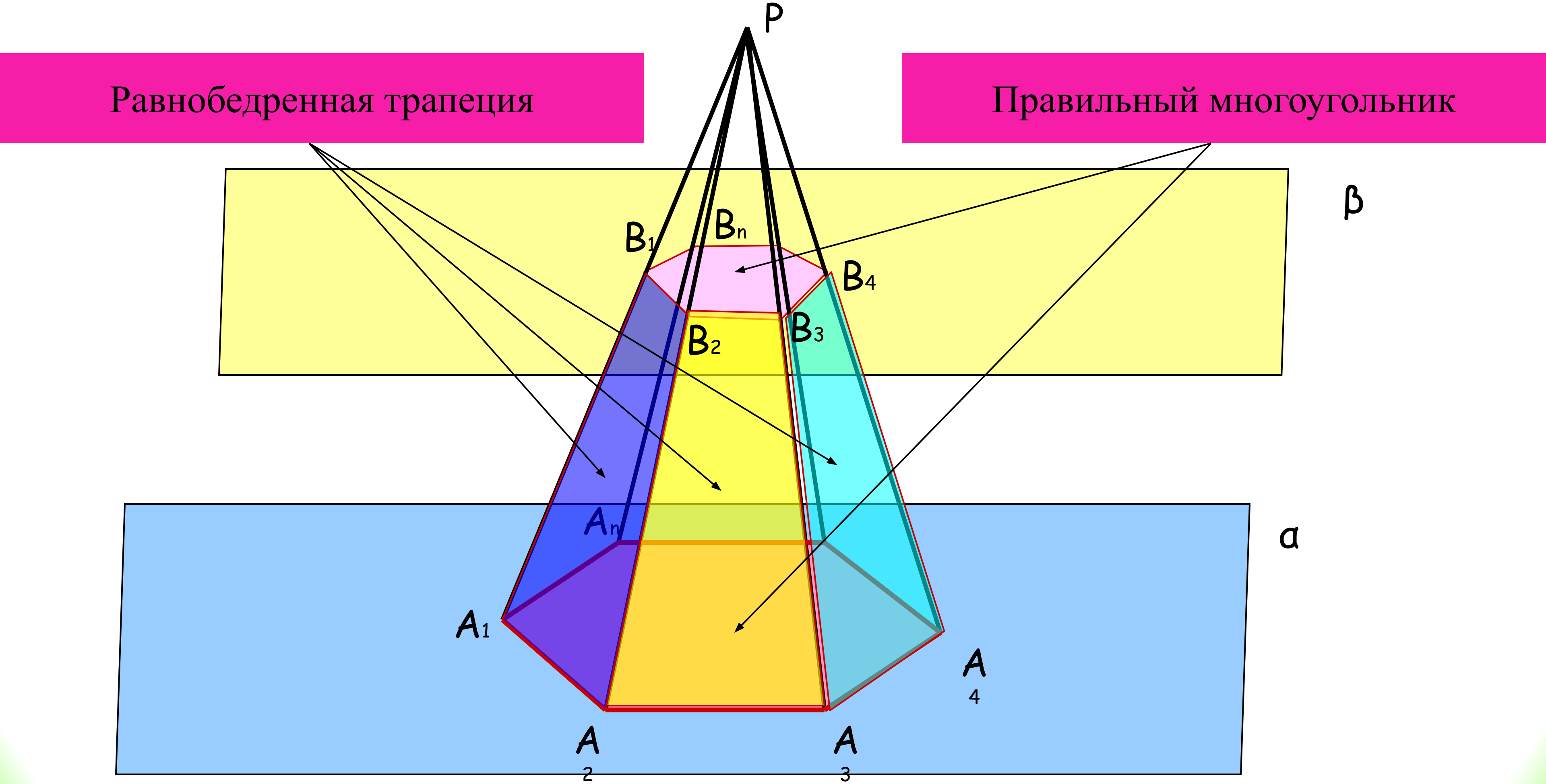
Усеченная пирамида называется **правильной**, если она получена сечением правильной пирамиды плоскостью, параллельной плоскости основания.



1. (МНК) | | α;
2. АСНМ,АМКВ,ВСНК – равнобедренные трапеции, т.е. АМ=КВ=НС

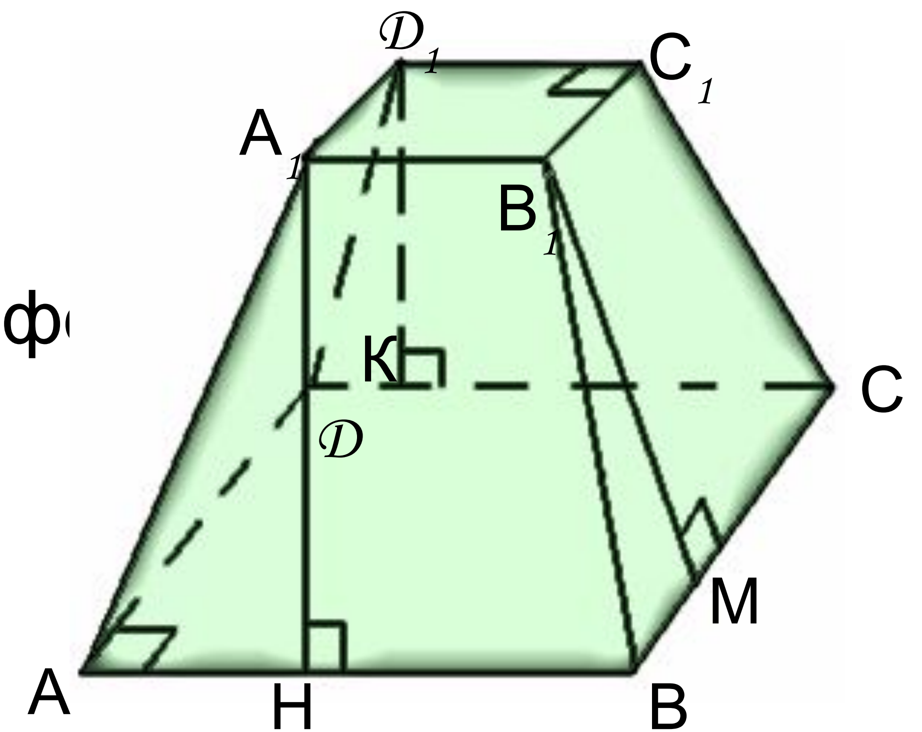
Основания правильной усеченной пирамиды – правильные многоугольники, а

Основания правильной усеченной пирамиды — правильные многоугольники, а боковые грани — равнобедренные трапеции.



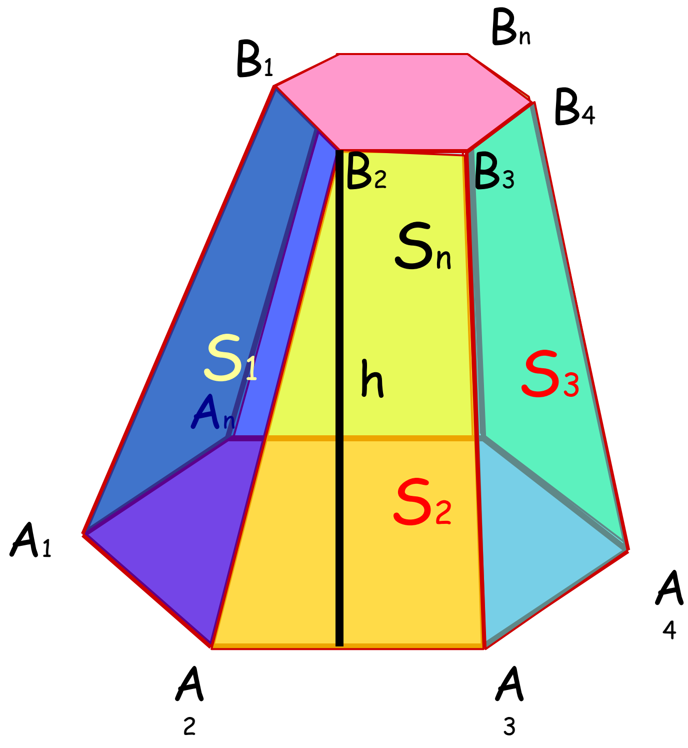
Высоты боковых граней правильной усеченной пирамиды называются апофемами.

1. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – правильная усеченная пирамида;
2. $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ – квадраты;
3. A_1H, B_1M, D_1K – апоф



Площадь боковой поверхности правильной усеченной пирамиды равна произведению полусуммы периметров основании на апофему.

$$S_{бок} = \frac{P_A + P_B}{2} \cdot h$$

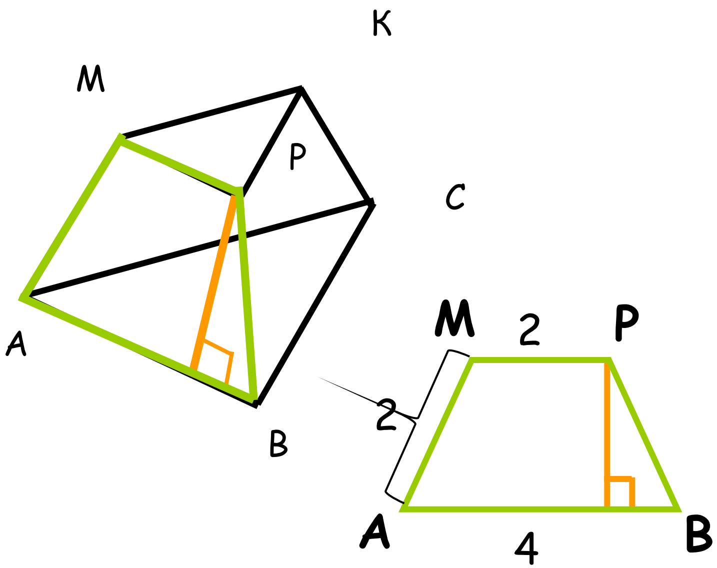


ЗАДАЧА 1

Стороны оснований правильной треугольной усеченной пирамиды равны 4 см и 2 см, а боковое ребро равно 2 см.

Найдите: 1. апофему пирамиды;
2. площадь полной поверхности.

Ход решения задачи.



Дано: ABCMPK – правильная усечённая пирамида;

ΔABC – нижнее основание;

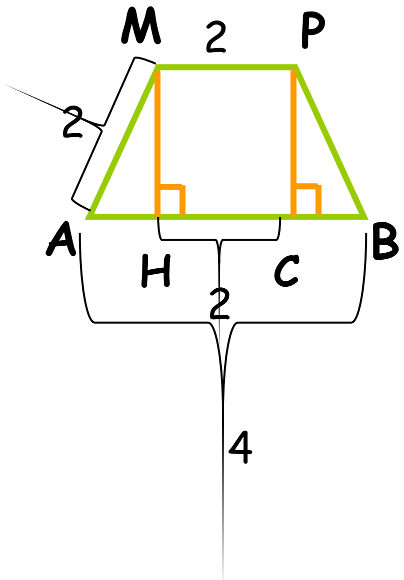
ΔMPK – верхнее основание;

AB = 4 см, MP = 2 см, AM = 2 см.

Найти: 1. апофему;

2. $S_{полн}$.

РЕШЕНИЕ



$$\left.\begin{array}{l} AB=AH+AC+CB \\ CB=AH \\ HC=MP \end{array}\right\} AB=2AH+MP$$

Т.о. $2AH=2,\ AH=1$

ΔAMH – *прямоугольный,* $\angle AHM=90°$

$AH=\sqrt{3}$ *по теореме Пифагора.*

$S_{\text{полн}}=S_{\text{бок}}+S_{\text{верхн.осн.}}+S_{\text{нижн.осн}}$.

$$S_{бок}=\frac{3\cdot 2+3\cdot 4}{2}\cdot\sqrt{3}=9\sqrt{3}$$

$$S_{осн}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

т.к. в основании правильные треугольники

РЕШЕНИЕ

$$S_{верхн.осн.} = \sqrt{3}$$

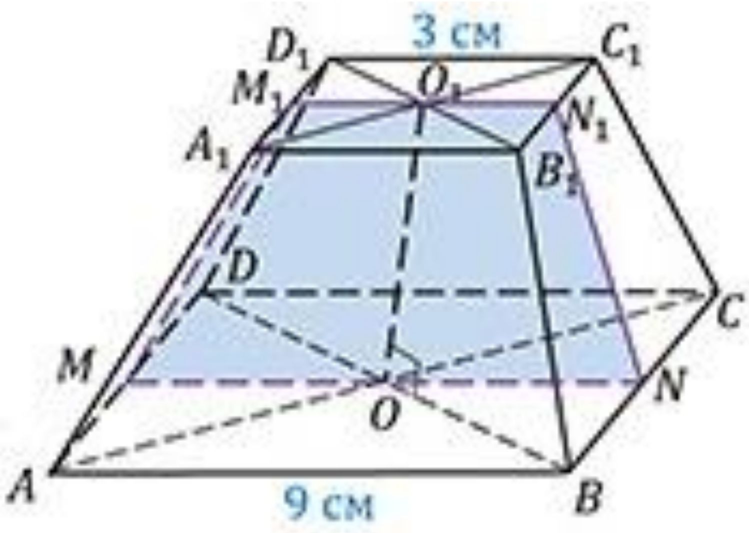
$$S_{нижн.осн.} = 4\sqrt{3}$$

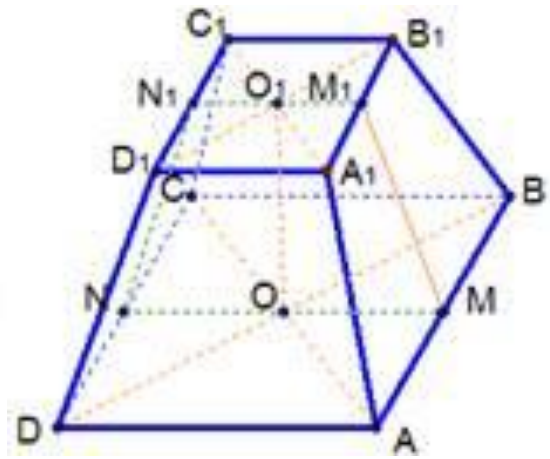
$$S_{полн} = 9\sqrt{3} + 4\sqrt{3} + \sqrt{3} = 14\sqrt{3}\left(см^2\right)$$

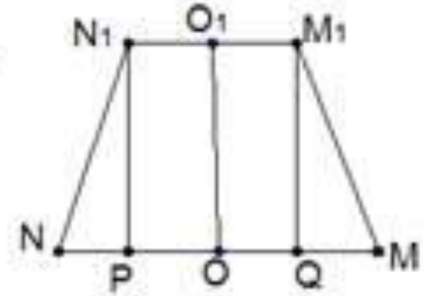
Ответ:

$$\sqrt{3}см,\ 14\sqrt{3}см^2.$$

Сторона оснований правильной усеченной четырехугольной пирамиды равны 3 и 9 см. Высота пирамиды 4 см. найдите площадь боковой поверхности.







Проведя перпендикуляры. Получим, что большее основание разбивается на отрезки по три сантиметра. Рассмотрим прямоугольный треугольник , катеты в нем известны, это египетский треугольник, по теореме Пифагора определяем длину гипотенузы: 5 см.

$$S_{б.п.} = 4\frac{AB + A_1B_1}{2} M_1M = 4\frac{3+9}{2}5 = 120 \text{ см}^2$$