



Алгебра логики. Таблицы истинности

- Основные понятия
- Логические операции
- Таблицы истинности
 - Примеры
- Законы алгебры
логики





Основные понятия

Алгебра логики — это раздел математики, изучающий высказывания, рассматриваемые со стороны их логических значений (истинности или ложности) и логических операций над ними.

Алгебра логики возникла в середине XIX века в трудах английского математика **Джорджа Буля**. Ее создание представляло собой попытку решать традиционные логические задачи алгебраическими методами.

Логическое высказывание — это любое повествовательное предложение, в отношении которого можно однозначно сказать, истинно оно или ложно.



Основные понятия

Примеры:

- 1) предложение "*6 — четное число*" следует считать высказыванием, так как оно **истинное**.
- 2) предложение "*Рим — столица Франции*" тоже высказывание, так как оно **ложное**.

Разумеется, *не всякое предложение является логическим высказыванием*. Высказываниями не являются, например, предложения "*ученик десятого класса*" и "*информатика — интересный предмет*". Первое предложение ничего не утверждает об ученике, а второе использует слишком неопределённое понятие "*интересный предмет*".
Вопросительные и восклицательные предложения также не являются высказываниями, поскольку говорить об их истинности или ложности не имеет смысла.



Логические

операции

Алгебра логики рассматривает любое *высказывание* только с одной точки зрения - является ли оно *истинным* или *ложным*.

Высказывания, образованные из других высказываний с помощью логических связок, называются *сложными (составными)*. Высказывания, не являющиеся составными, называются *простыми (элементарными)*.

Истинность или ложность получаемых таким образом составных высказываний зависит от истинности или ложности элементарных высказываний.

Значение логических операций задается через таблицы истинности. В этих таблицах для всех возможных значений высказываний указываются результаты соответствующей логической операции (истинна кодируется **1**, ложь кодируется **0**).

Каждая логическая связка рассматривается как *операция* над логическими высказываниями и имеет свое название и обозначение.



Логические

Операции

Логическая операция (отрицание), при которой высказывание *истинно*, когда исходное высказывание *ложно*, и *ложно*, когда исходное высказывание - истинно, называется **отрицанием**.

Обозначается чертой над высказыванием (например, \bar{A}).

Операция логического **отрицания** применима к одному высказыванию. Приведем таблицу истинности для логической операции отрицание:

A	$F = \bar{A}$
0	1
1	0



Логические

Операция **ИЛИ** (логическое сложение,

Дизъюнкция) - логическая операция, имеющая значение «*истина*», если истинно хотя бы одно из составляющих высказываний и имеющая значение «*ложь*», если ложны все высказывания

Обозначается знаком \vee (например, $A \vee B$).

Операция логическое **ИЛИ** применима к двум высказываниям и определяется следующей таблицей истинности:

A	B	$F=A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1



Логические

операции

Операция **И** (логическое умножение,

Конъюнкция - логическая операция, имеющая значение «*истина*», если истинны все высказывания и имеющая значение «*ложь*», если ложно хотя бы одно из составляющих высказываний.

Обозначается знаком **&** (например, $A \& B$).

Операция логическое **И** применима к двум высказываниям и определяется следующей таблицей истинности:

A	B	$F=A\&B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



Примеры.

№1 Построить таблицу истинности для высказывания

$$F = A \& \bar{B}$$

Решение:

A	B	\bar{B}	$F = A \& \bar{B}$
0	0	1	0
0	1	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0



Примеры.

№2 Определить истинно или ложно составное высказывание:

« $(3 \cdot 5 = 15 \text{ и } 7 \cdot 12 = 94)$ или $(3 \cdot 7 = 18 \text{ или } 8 \cdot 11 = 88)$ »

Решение:

Запишем высказывание в виде (учитываем истинное высказывание кодируем **1**, ложное – **0**; логические операции или - \vee , и - $\&$)

$$(1 \ \& \ 0) \ \vee \ (0 \ \vee \ 1) = 0 \ \vee \ 1 = 1$$

Ответ: составное высказывание истинно



Законы алгебры логики

В алгебре логики выполняются следующие основные законы:

1) закон *коммутативности*:

$$A \& B = B \& A$$

$$A \vee B = B \vee A$$

2) закон *ассоциативности*:

$$(A \& B) \& C = A \& (B \& C)$$

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

3) закон *дистрибутивности*:

$$A \& (B \vee C) = (A \& B) \vee (A \& C)$$

$$A \vee (B \& C) = (A \vee B) \& (A \vee C)$$



Законы алгебры логики

4) закон *поглощения* **0** и **1**:

$$A \vee 0 = A$$

$$A \& 1 = A$$

5) закон *противоречия*:

$$A \& \bar{A} = 0$$

6) закон *исключенного третьего*:

$$A \vee \bar{A} = 1$$

7) закон *двойного отрицания*:

$$\overline{\overline{A}} = A$$

8) закон *поглощения* :

$$A \vee (A \& B) = A$$

$$A \& (A \vee B) = A$$