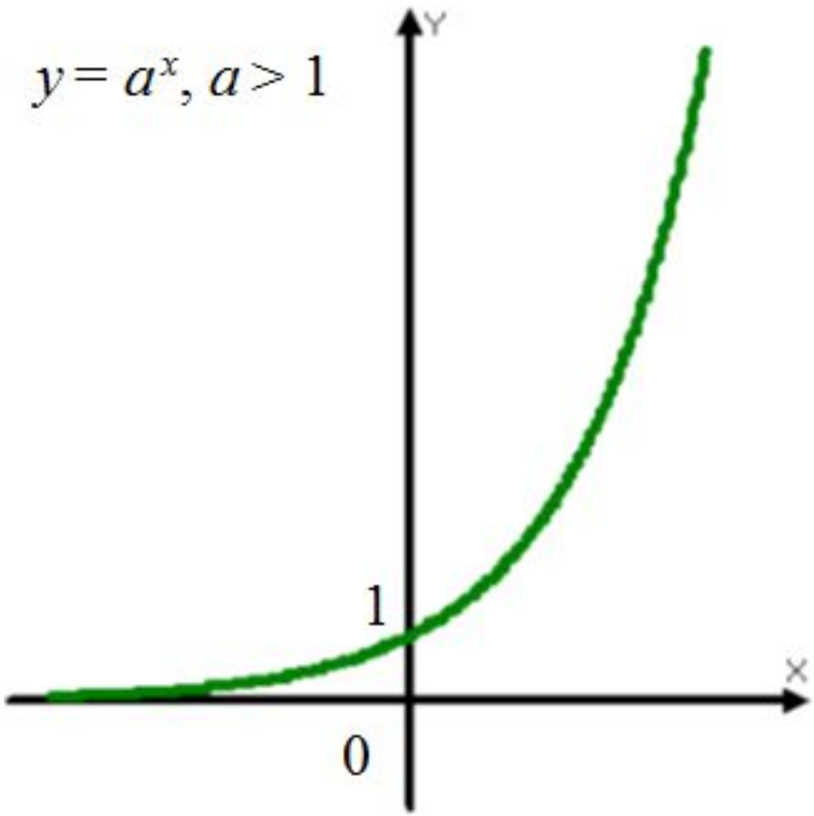
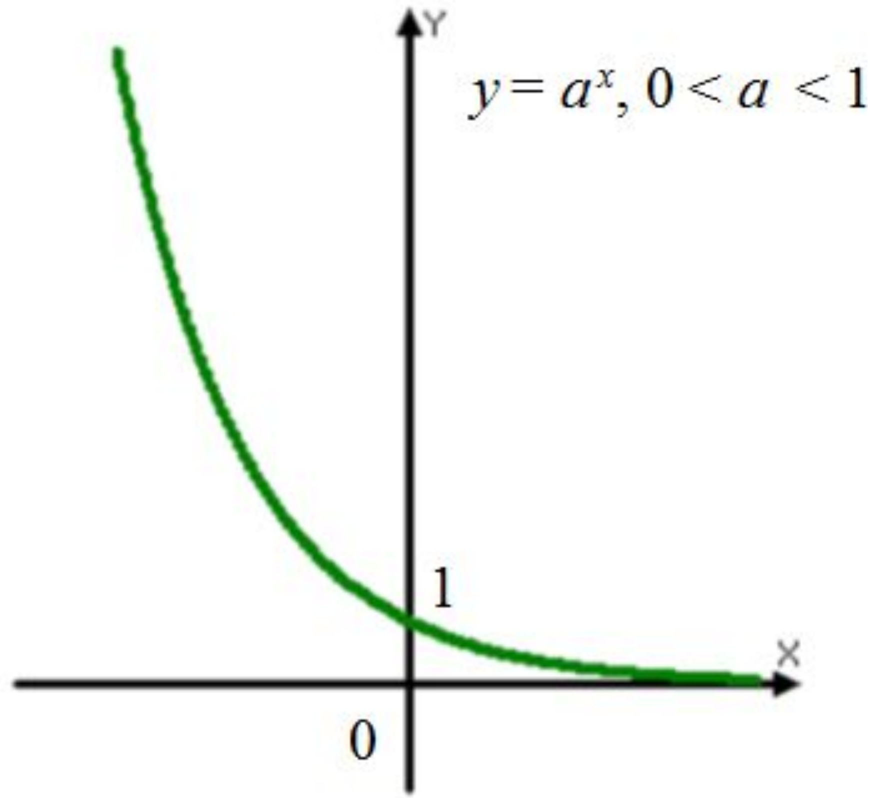
Показательная и логарифмическая функции

Показательная фукция





Показательные уравнения

1) $a^{f(x)} = 1 \Rightarrow a^{f(x)} = a^0 \Rightarrow f(x) = 0$

$$2^{x+1} = 1, \quad 2^{x+1} = 2^0, \; x+1 = 0......$$

2) $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Rightarrow f(x) = g(x)$

$$2^{x+1} = 2^{x^2-2}, \quad x+1 = x^2 - 2......$$

Показательные уравнения

.

3) ***Вынесение за скобки общего множителя***

$$2^{x+2} - 2^{x} = 12, \qquad 2^{x}(2^{2} - 1) = 12.....$$

4) ***Приведение к квадратному уравнению***

$$4^{x} - 3 \cdot 2^{x} + 4 = 0, \qquad 2^{2x} - 3 \cdot 2^{x} + 4 = 0,$$

$$\textit{Пусть}\ 2^{x} = t,\ \textit{тогда}....$$

Показательные уравнения

5) ***Однородные уравнения***

$$5\cdot 4^x - 3\cdot 6^x + 9^x = 0, \qquad ,$$

Делим обе части на 4^x *или на* 9^x

Плучаем уравнение квадратное

Показательные уравнения

6) $2^{x+2}-2^{2-x}=15$

$$2^2\cdot 2^x-\frac{2^2}{2^x}-15=0$$

$$4\cdot 2^x-\frac{4}{2^x}-15=0$$

$$Пусть\; 2^x=t, тогда$$

$$4\cdot t-\frac{4}{t}-15=0\mid\cdot t$$

$$4t^2-15t-4=0......$$

Показательные неравенства

1) $a^{f(x)} \rangle a^{g(x)}$,

$если\ 0 \langle a \langle 1, то\ f(x) \langle g(x)$

$0{,}2^{x+1} \le 0{,}2^{x^2-2}$

$Так\ как\ 0{,}2 \langle 1, то$

$x+1 \ge x^2 - 2......$

Показательные неравенства

1) $$a^{f(x)} \rangle a^{g(x)},$$

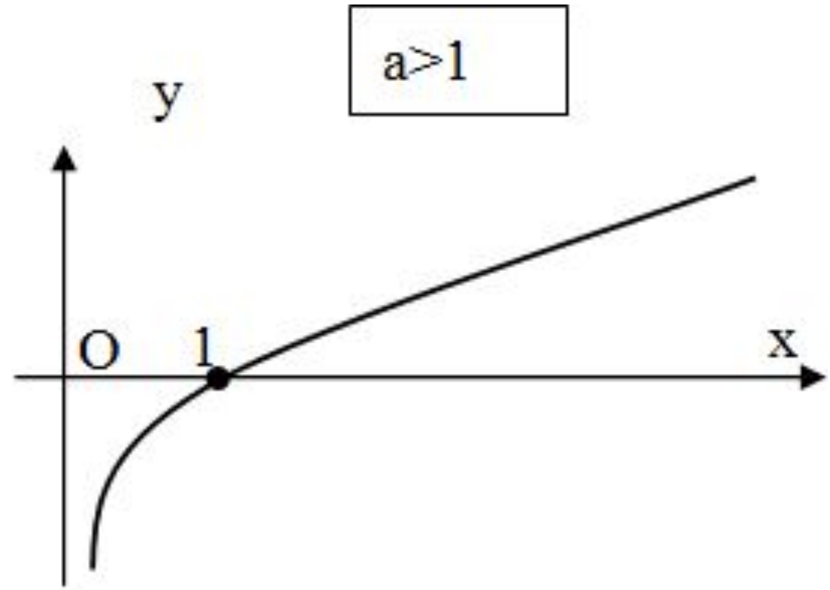
$$если\ a \rangle 1,\ то\ f(x) \rangle g(x)$$

$$2^{x+1} \le 2^{x^2-2}$$

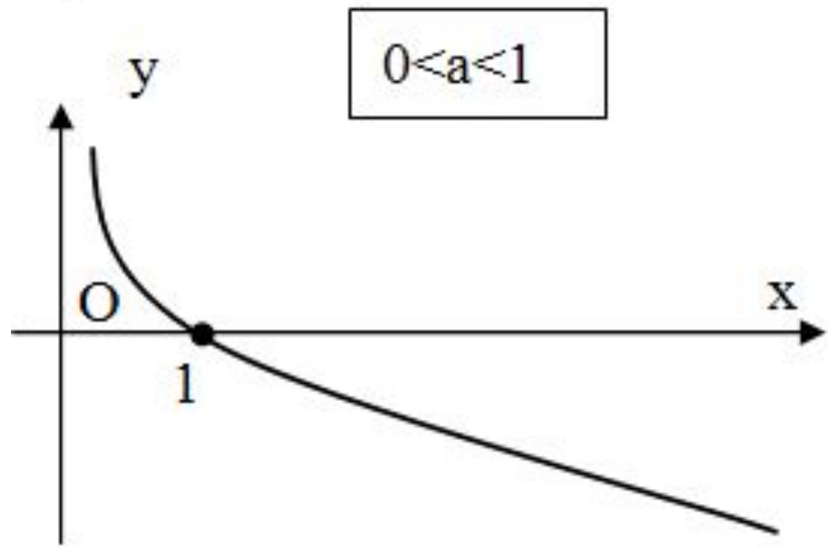
$$Так\ как\ 2 \rangle 1,\ то$$

$$x+1 \le x^2 - 2......$$

Логарифмическая функция



$$y = \log_a x,\ a > 0,\ a \neq 1$$



Основные свойства логарифмов

$$1.\ \log_a 1 = 0$$

$$2.\ \log_a a = 1$$

$$3.\ \log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$4.\ \log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

$$5.\ \log_a x^p = p \log_a x$$

$$6.\ \log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

$$7.\log_{a^g} x = \frac{1}{g} \log_a x$$

$$8.\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

Логарифмические уравнения

1) $$\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$$

$$\log_2(x+4) = 5 \Leftrightarrow x+4 = 2^5 \ldots\ldots$$

2) $$\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = g(x) \\ f(x) \rangle\ 0 \text{ или } g(x) \rangle\ 0 \end{cases}$$

$$\log_2(x+4) = \log_2(x^2-1) \Leftrightarrow \begin{cases} x+4 = x^2-1 \\ x+4 \rangle\ 0 \ldots\ldots \end{cases}$$

3) *Приведение к квадратному уравнению*

$$\log_2^2 x + 5\log_2 x - 4 = 0$$

$$\textit{Пусть } \log_2 x = t......$$

4) *Применение свойств логарифмов*

$$\log_a f(x) + \log_a g(x) = \log_a h(x),$$

$$\log_a (f(x)g(x)) = \log_a h(x),$$

$$\begin{cases} f(x)g(x) = h(x) \\ f(x) \rangle 0 \\ g(x) \rangle 0 \\ h(x) \rangle 0...... \end{cases}$$

Логарифмические уравнения

5)

$$\log_{g(x)} f(x) = a \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = \left(g(x)\right)^a \\ g(x) \rangle 0 \\ g(x) \neq 1 \end{cases}$$

$$\log_x (x+4) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x + 4 = x^2 \\ x \rangle 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

Логарифмические неравенства

$$\log_a f(x) \rangle \log_a g(x) \Rightarrow$$

$$\text{Если } a \rangle 1, \text{ то } f(x) \rangle g(x)$$

$$\log_2(x+4) \rangle \log_2(x^2-1) \Rightarrow \begin{cases} x+4 \rangle x^2-1 \\ x^2-1 \rangle 0.... \end{cases}$$

(обязательно проверяем меньшее в системе…)

Логарифмические неравенства

$$\log_a f(x) \rangle \log_a g(x) \Rightarrow$$

$$\text{\textit{Если}}\ 0 \langle\ a \langle\ 1,\ \text{\textit{то}}\ f(x) \langle\ g(x)$$

$$\log_{\frac{2}{3}}(x+4) \rangle \log_{\frac{2}{3}}(x^2-1) \Rightarrow \begin{cases} x+4 \langle\ x^2-1 \\ x+4 \rangle\ 0.... \end{cases}$$

(обязательно проверяем меньшее в системе…)

Логарифмические неравенства

$$\log_{g(x)} f(x) \rangle \log_{g(x)} h(x)$$

$$\begin{cases} g(x) \rangle 1 \\ f(x) \rangle h(x) \\ f(x) \rangle 0 \\ h(x) \rangle 0 \end{cases} \textit{или} \begin{cases} 0 \langle g(x) \langle 1, \\ f(x) \langle h(x) \\ f(x) \rangle 0 \\ h(x) \rangle 0 \end{cases}$$