Занимательная математика

АЛГЕБРА

9 КЛАСС.

**УРОК НА ТЕМУ:
ЧИСЛОВЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ.
СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ.**

Числовые последовательности.

Ребята, мы переходим к изучению новой темы - ***числовые последовательности***. Из названия понятно, что ***мы будем рассматривать последовательность чисел.***

Например последовательность чисел 1,2,3,4,5,6,7,8,9 – последовательность первых десяти чисел.

Числовые последовательности принято рассматривать в виде похожем на задание функций.

$$y = f(n) \text{– где } n \text{ натуральное число}$$

Хорошо известную нам функцию $y = x^2$, можем записать в виде числовой последовательности $y = n^2$. Мы получим последовательность квадратов натуральных чисел: 1,4,9,16…

Числовые последовательности.

А нужны ли нам последовательности в реальной жизни?

Предположим у нас есть некоторый счет в банке, на который раз в месяц начисляют некоторую конкретную сумму денег. Так вот такое начисление можно описать в виде числовой последовательности:

$$y = \mathrm{a} + n \cdot b$$

Где а - начальная сумма на счете, b – сумма которую каждый месяц начисляют, n – натуральное число.

Если мы хотим подсчитать какая сумма будет находиться в банке через 12 месяцев:

$$y(12) = \mathrm{a} + 12 \cdot b$$

Числовые последовательности.

Чтобы сильно не путаться с функциями, математики приняли обозначение последовательностей вот в таком виде:

Вместо $f(1)$ принято писать $y_1, f(2) \to y_2$ $f(n) \to y_n$

Пусть дана функция $y = n^2$огда члены числовой последовательности запишутся как:

$$y_1 = 1$$
$$y_2 = 4$$
$$y_3 = 9$$

……..

$$y_n = n^2$$

Числовые последовательности.

Давайте введем определение числовой последовательности.

Определение. Функцию y=f(x), x∈N называют функцией натурального аргумента или числовой последовательностью,

обозначают как y=f(n) или $y_1, y_2, y_3 \ldots y_n \ldots$

Для y_n, ***n – индекс, он задает порядковый номер элемента последовательности.***

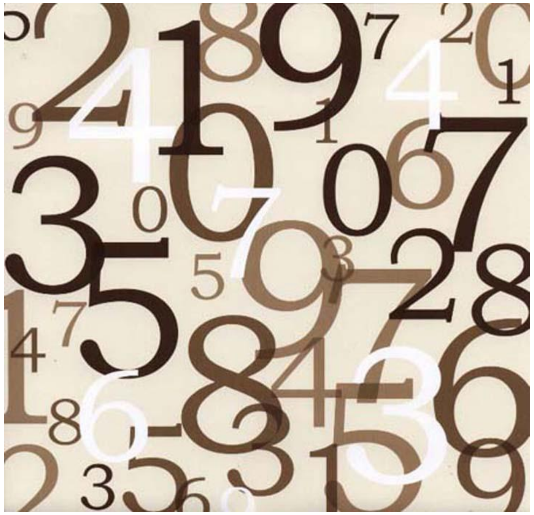
Если в последовательности встречаются ***многоточия***, то так ***принято обозначать последующие члены.***

Для последовательности $y_1, y_2, y_3 \ldots y_n \ldots$

имеется ввиду что после y_3 идут y_4, y_5, y_6 и так далее.

Возле члена y_n подразумевается запись y_{n-1}, y_n, y_{n+1}

Последовательности можно обозначать любыми буквами латинского алфавита.



Числовые последовательности.

Способы задания числовых последовательностей.

Аналитический способ.

Последовательность задана аналитически, если задана формула n-ого члена последовательности.

$y_n = f(n)$ – *аналитический способ задания последовательности.*

Пример. Последовательность задана аналитически

$$y_n = (-1)^n \frac{1}{n^2}$$

Запишем последовательно несколько первых членов:

$$y_1 = (-1)^1 \frac{1}{1^2} = -1$$

$$y_2 = (-1)^2 \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$$

$$y_3 = (-1)^3 \frac{1}{3^2} = -\frac{1}{9}$$

$$y_4 = (-1)^4 \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$$

Зная начальную формулу, нетрудно найти какой либо член последовательности, давайте найдем 10 член последовательности, в исходной формуле вместо n подставим 10.

$$y_{10} = (-1)^{10} \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$$

Числовые последовательности.

Пример. $y_n = C$ Эта последовательность всегда принимает значение равное С, то есть имеет вид: С,С,С,С… Такую последовательность называют стационарной.

Зная формулу n-ого члена последовательности, нетрудно найти какой либо член последовательности. А вот если задана последовательность, но неизвестна формула для n-ого члена, чаще всего удается задать последовательность в аналитическом виде.

Пример. Дана последовательность 1,3,5,7,9…
Очевидно, что перед нами последовательность нечетных чисел. Тогда аналитическая форма будет в таком виде:

$$y_n = 2n - 1$$

Пример. Дана последовательность 5,15,20,25…
Номер члена последовательности умножается на пять, тогда в аналитическом виде имеем:

$$y_n = 5n$$

Числовые последовательности.

Пример. 8,13,18,23…

Каждый член последовательности на 5 больше предыдущего.

8=5+3, тогда получаем, что наша последовательность задана в виде:

$$y_n = 5n + 3$$

Пример. $\frac{2}{1};\frac{3}{4};\frac{4}{9};\frac{5}{16}\dots$

Аналитическая запись нашей последовательности:

$$y_n = \frac{n+1}{n^2}$$

Числовые последовательности.

Словесное задание последовательности.

Чаще всего такой способ применяют, ***когда нет возможности задать последовательность аналитически (или это очень сложно) или последовательность состоит из небольшого количества членов.***

Пример. 1,3,5,6,9,10,15.

Нашу последовательность задать в аналитической форме не представляется возможным, тогда просто произносят члены последовательности.

Числовые последовательности.

Рекуррентное задание последовательности.

Данный способ ***позволяет вычислять члены последовательности, через предыдущие ее члены.***

Используя данный способ, ***мы как бы всегда возвращаемся назад, вычисляя предыдущие члены***. Почти всегда ***задана формула позволяющая вычислять n-ый член через предыдущие члены.***

Пример. $y_1 = 2, y_n = y_{n-1} + 2, \text{если } n = 2,3,4\ldots$

Каждый новый член последовательности получается из предыдущего прибавлением к нему двойки.

$$y_2 = y_1 + 2 = 2 + 2 = 4$$
$$y_3 = y_2 + 2 = 4 + 2 = 6$$
$$y_4 = y_3 + 2 = 6 + 2 = 8$$

Последовательность можно задать и аналитически:

$$y_n = 2n$$

Числовые последовательности.

Пример. $y_1 = 2, y_2 = 4, y_n = y_{n-2} - y_{n-1}$, если $n = 3,4,5 \dots$

Каждый новый член последовательности получается из разности двух предыдущих членов.

$$y_3 = y_2 - y_1 = 4 - 2 = 2$$

$$y_4 = y_3 - y_2 = 2 - 4 = -2$$

$$y_5 = y_4 - y_3 = -2 - 2 = -4$$

$$y_6 = y_5 - y_4 = -4 - (-2) = -2$$

$$y_7 = y_6 - y_5 = -2 - (-4) = 2$$

$$y_8 = y_7 - y_6 = 2 - (-2) = 4$$

Наша последовательность представляет собой:2;4;2;-2;-4;-2;2;4….

Числовые последовательности.

Монотонные последовательности.

Последовательность называется ***возрастающей***, если ***каждый следующий член больше предыдущего.***

Последовательность называется ***убывающей***, если ***каждый следующий член меньше предыдущего.***

Убывающие и возрастающие последовательности называют монотонными последовательностями.

Пример. 1,3,5,7,9…. – возрастающая последовательность.

Пример. 1,-1,-3,-5… - убывающая последовательность.

Пример. 1,-1,3,-3,5,-5… - ни возрастающая, ни убывающая последовательность.

Пример $y_n = 2^n$ ены нашей последовательности: 2,4,8,16…

Последовательность возрастает.

$$y_n = a^n$$

a>1- то последовательность возрастает,

<a<1- то последовательность убывает.

Числовые последовательности.

Задачи для самостоятельного решения.

Задачи для самостоятельного решения.

1. Задать последовательность в аналитическом виде:

а. 4,8,12,16…

б. 1,-1,1,-1…

2. Последовательность задана в аналитической форме $y_n = 2n + 10$

Найти 10,50,63 член последовательности.

3. Последовательность задана в аналитической форме $y_n = n^2 + 2$

Найти 5,10,13 член последовательности.

4. Последовательность задана в рекурсивном виде $y_1 = 5 \quad y_n = y_{n-1} - 3$

если n=2,3,4… Найти 5,11,12 член последовательности.

5. Последовательность задана в рекурсивном виде

$$y_1 = 3 \qquad y_2 = 8 \qquad y_n = 2y_{n-2} + 3y_{n-1}$$

если n=3,4,5…. Найти 3,4,9 член последовательности.