



# ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЧИСЕЛ В ПОЗИЦИОННЫХ СИСТЕМАХ СЧИСЛЕНИЯ

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ИНФОРМАЦИИ В КОМПЬЮТЕРЕ

**10 класс**



ИЗДАТЕЛЬСТВО

**БИНОМ**

# Ключевые слова

- системы счисления
- позиционная система счисления
- непозиционная система счисления
- базис системы счисления
- схема Горнера



# Общие сведения



**Система счисления** – это способ записи чисел.

## Унарные

- Узелки
- Камни

## Непозиционные

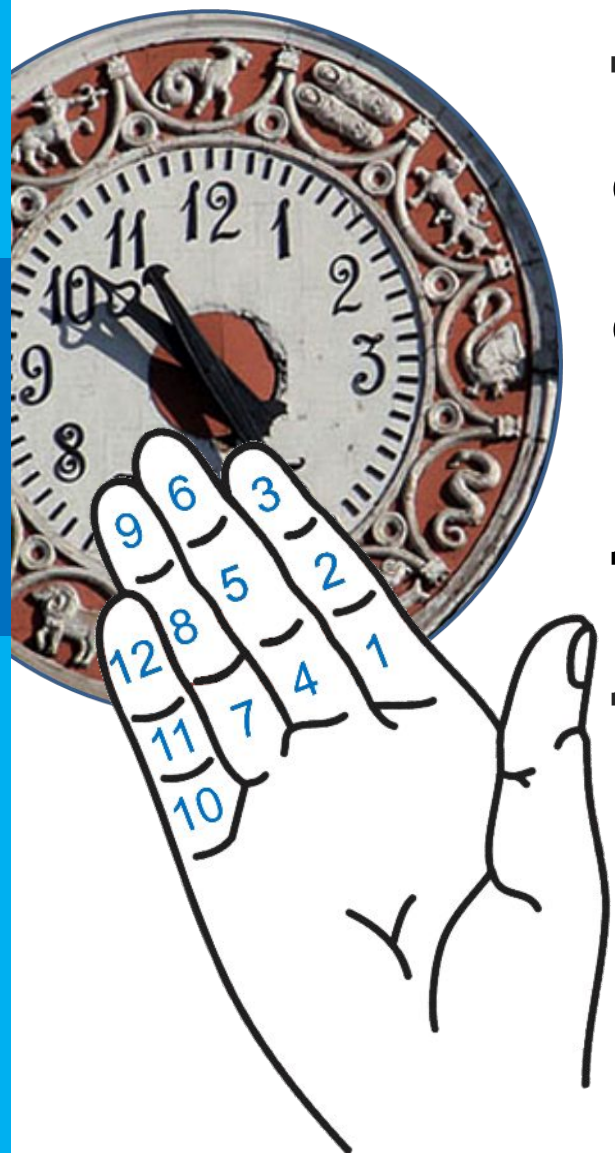
- Римская {I, V, X, L, C, D, M}
- Кириллическая



## Позиционные

- Двоичная {0, 1}
- Восьмеричная {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}
- Двенадцатеричная {0, 1, ..., 9, T, E}
- Шестнадцатеричная {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F}

# Позиционные системы



Двенадцатеричная система счисления – позиционная система счисления с основанием 12. Используются цифры 0–9, A, B. Существует другая система обозначения, где для недостающих цифр используют *T* (*ten*) и *E* (*eleven*).

Неоднократно предлагался переход на двенадцатеричную систему счисления.

Преимущество – большое количество делителей основания 12: 2, 3, 4, 6.

**1/12 доля (разных величин) – унция**

**1/12 шиллинга = 1 английский пенс**

**1/12 фута = 1 дюйм**

**1 гросс = 12 дюжин = 144 штуки**

**1 масса = 12 гроссов = 1728 штук**

**1 дюжина = 12 штук**



# Непозиционные системы



Часы (Суздаль)

**Кириллическая система счисления** основана на алфавитной записи чисел с использованием кириллицы или глаголицы. Применялась в России до начала XVIII века. В настоящее время используется в церковнославянском языке.

Для отличия от букв над числовым значением писался специальный знак – титло.



# Позиционные системы

## счисления



Система счисления называется **позиционной**, если количественный эквивалент цифры зависит от её положения (места, позиции) в записи числа.

Основное достоинство любой позиционной системы счисления – возможность записи произвольного числа ограниченным количеством символов.

Основание	Название	Базис
$q = 2$	Двоичная	1, 2, 4, 8, 16, 32, ...
$q = 3$	Троичная	1, 3, 9, 27, 81, 243, ...
$q = 8$	Восьмеричная	1, 8, 64, 512, ...
$q = 16$	Шестнадцатеричная	1, 16, 256, 4096, ...

# Позиционная система

## счисления



Представление числа в виде суммы разрядных слагаемых называется **развёрнутой формой записи числа** в системе счисления с основанием  $q$ . **Свёрнутой формой представления числа** называется его запись в виде:  $A = a_{n-1}a_{n-2} \dots a_1a_0, a_{-1}a_{-2} \dots a_{-m}$

$$A = a_{n-1} \cdot q^{n-1} + a_{n-2} \cdot q^{n-2} + \dots + a_1 \cdot q^1 + a_0 \cdot q^0 + a_{-1} \cdot q^{-1} + \dots + a_{-m} \cdot q^{-m}$$

$$\underbrace{2395,4}_{\text{Свёрнутая форма}} = \underbrace{2 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 5 + 4 \cdot 0,1}_{\text{Развёрнутая форма}}$$

**Свёрнутая  
форма**

**Развёрнутая  
форма**

# Перевод чисел в 10-ую систему

Алгоритм перевода в 10-ую систему счисления:



1. Записать развёрнутую форму числа  $A_q$ .
2. Представить все числа, фигурирующие в развёрнутой форме, в 10-ой системе счисления
3. Вычислить значение полученного выражения.

$$102,3_4 = 1 \cdot 10_4^2 + 0 \cdot 10_4^1 + 2 \cdot 10_4^0 + 3 \cdot 10_4^{-1}$$

$$102,3_4 = 1 \cdot 4^2 + 0 \cdot 4^1 + 2 \cdot 4^0 + 3 \cdot 4^{-1}$$

Базис двоичной системы счисления

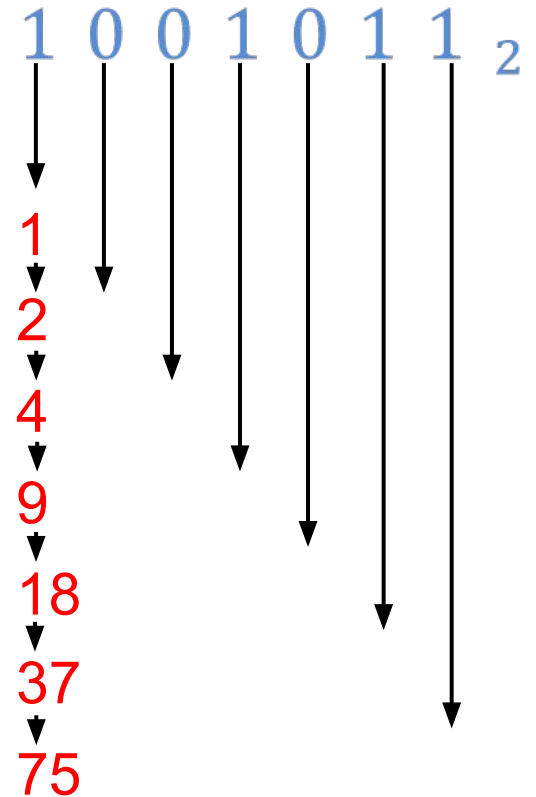
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

	4	32	256
	4	8	2048
			256
2		2	64



# Схема Горнера

Перевести в 10-ую систему счисления:



*По схеме Горнера перевести в 10-ую систему счисления:*

# Пример решения

Десятичное число 134 в некоторой системе счисления записывается как 251. Определить основание этой системы счисления.

## Решение:

По условию задачи:  $251_q = 134_{10}$

Представим 251 в виде суммы разрядных слагаемых:

$$251_q = 2 \cdot q^2 + 5 \cdot q^1 + 1 \cdot q^0 = 134_{10}$$

Найдем корни уравнения:  $2 \cdot q^2 + 5 \cdot q - 133 = 0$

$$q_1 = -9,5; q_2 = 7$$

Так как основание системы счисления должно быть натуральным числом, то  $q = 7$

# Пример решения



Все четырехбуквенные слова, составленные из пяти букв М, А, G, I, P записаны в алфавитном порядке.

1	2	3	4	5	6	7
AAAA	AAAG	AAAI	AAAM	AAP	AAGA	...

Каким по счету в списке слов будет **GIMP**?

**Решение:**

Введем обозначения:

A	G	I	M	P
0	1	2	3	4

Получаем список чисел в пятеричной системе счисления:

1	2	3	4	5	6	7
0000	0001	0002	0003	0004	0010	...

$$\mathbf{GIMP}: 1234_5 = 1 \cdot 5^3 + 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 4 = 125 + 50 + 15 + 4 = 194$$

**Ответ: 195**

# Самое главное

**Система счисления** – это способ записи чисел.

Система счисления называется **позиционной**, если количественный эквивалент цифры зависит от её положения в записи числа.

Существует бесконечно много позиционных систем счисления. Каждая из них определяется целым числом  $q > 1$ , называемым **основанием системы счисления**.

Для записи чисел в позиционной системе счисления с основанием  $q$  нужен алфавит из  $q$  цифр:  $0, 1, 2, \dots, q - 1$ .



# Самое главное

Представление числа в виде конечной суммы степеней числа  $q$  (суммы разрядных слагаемых) называется **развёрнутой формой** записи числа в системе счисления с основанием  $q$ .

Для перевода числа  $A_q$  в десятичную систему счисления достаточно:

1. Записать развёрнутую форму числа  $A_q$ .
2. Представить все числа, фигурирующие в развёрнутой форме, в десятичной системе счисления.
3. Вычислить значение полученного выражения по правилам десятичной арифметики.





# Вопросы и задания



6. В электронных таблицах можно переключать стиль ссылок в настройках параметров.

Стиль ссылок **R1C1**

В этом случае в формуле указывается смещение относительно ячейки с формулой.

Например формула **=R[2]C[-3]** указывает на ячейку на два ряда ниже и на 3 колонки левее.

В ячейке **AAA1** записали формулу **=BCN1**.

Как изменится формула после изменения стиля ссылок?

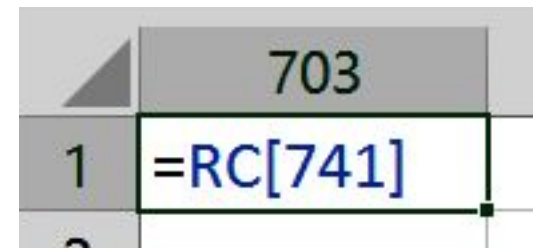
В какой ячейке записана формула?

РЕШЕНИЕ

# Решение



В ячейке AAA1 записали формулу =BCN1. Как изменится формула после изменения стиля ссылок? В какой ячейке записана формула?



Алфавит	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z

## Решение:

Формула записана в первом столбце, имя столбца не меняется  
Имя столбца = [1][2][3]<sub>26</sub> = 1\*26<sup>2</sup> + 2\*26 + 3 = 741 столбцов с  
двух символьными именами. Формула =RC[741] - 76 двухсимвольных  
имен. 676 + 26 = 702 столбца левее столбца AAA.

Номер столбца AAA - 703

**Ответ: Формула =RC[741] записана в ячейке [703][1]**



# Вопросы и задания



7. Число  $x$  перевели в восьмеричную и шестнадцатеричную системы счисления. В обоих случаях получили двузначное число. Сколько чисел удовлетворяют этому условию?

**Решение:**

$$\begin{cases} 10_8 \leq x < 100_8 \\ 10_{16} \leq x < 100_{16} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8^1 \leq x < 8^2 \\ 16^1 \leq x < 16^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8 \leq x < 64 \\ 16 \leq x < 256 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 16 \leq x < 64 \\ 64 - 16 = 48 \end{aligned}$$

**Ответ: 48**

# Информационные источники

- <http://i4.fastpic.ru/big/2011/0316/17/763de43b420e65f3bd5a5f475597e617.png>
- [http://www.rzd-expo.ru/images/history/Railways\\_of%20the\\_Crimea/20.jpg](http://www.rzd-expo.ru/images/history/Railways_of%20the_Crimea/20.jpg)
- [http://alkerz.ru/uploads/posts/2015-04/stati-vdomim-abo-yak-postaviti-galochku-v-kontakt\\_653.png](http://alkerz.ru/uploads/posts/2015-04/stati-vdomim-abo-yak-postaviti-galochku-v-kontakt_653.png)
- <https://goo.gl/dtQ7ly>
- [http://windowsmir.ru/wp-content/uploads/2016/06/GIMP\\_logo.jpg](http://windowsmir.ru/wp-content/uploads/2016/06/GIMP_logo.jpg)
- <http://gabrielecirulli.github.io/2048/>