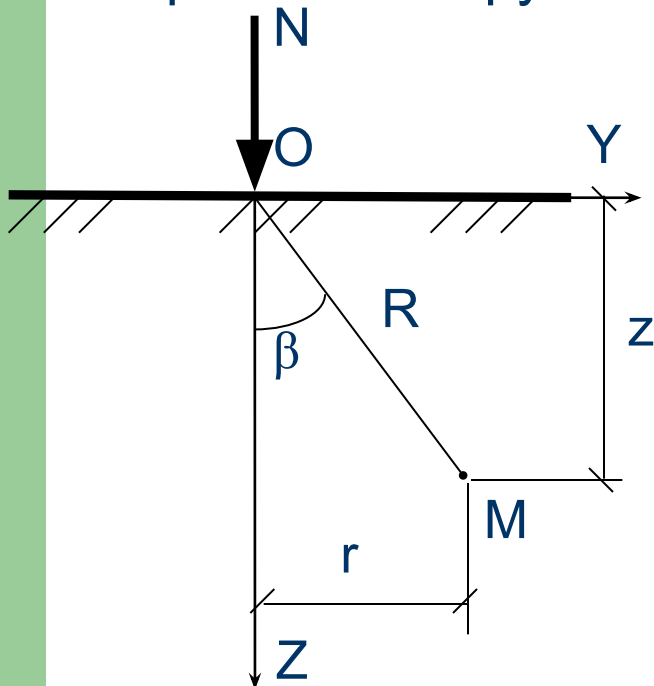


Тема № 4: Распределение напряжений в массиве грунта

1) *Действие сосредоточенной силы (Задача Буссинеска)*
– является **основной задачей** в теории распределения напряжений в грунтах (1885 г.).

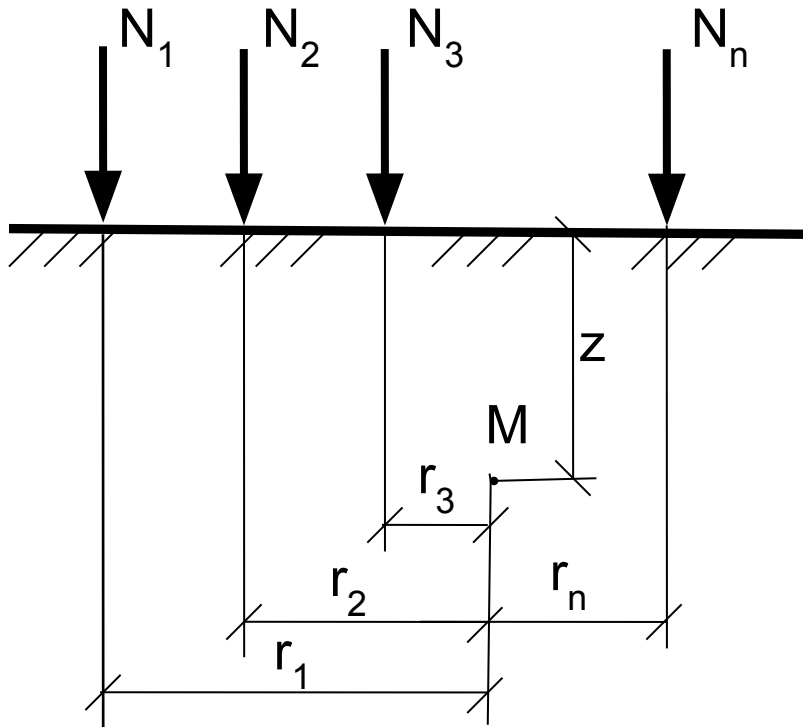


$$\sigma_z = \frac{3}{2} \cdot \frac{N}{\pi} \cdot \frac{z^3}{R^5} \quad (4.1)$$

$$\sigma_z = K_\sigma \frac{N}{z^2} \quad (4.2)$$

где K_σ - табличный коэффициент, зависящий от соотношения r/z .

2) Действие нескольких сосредоточенных сил



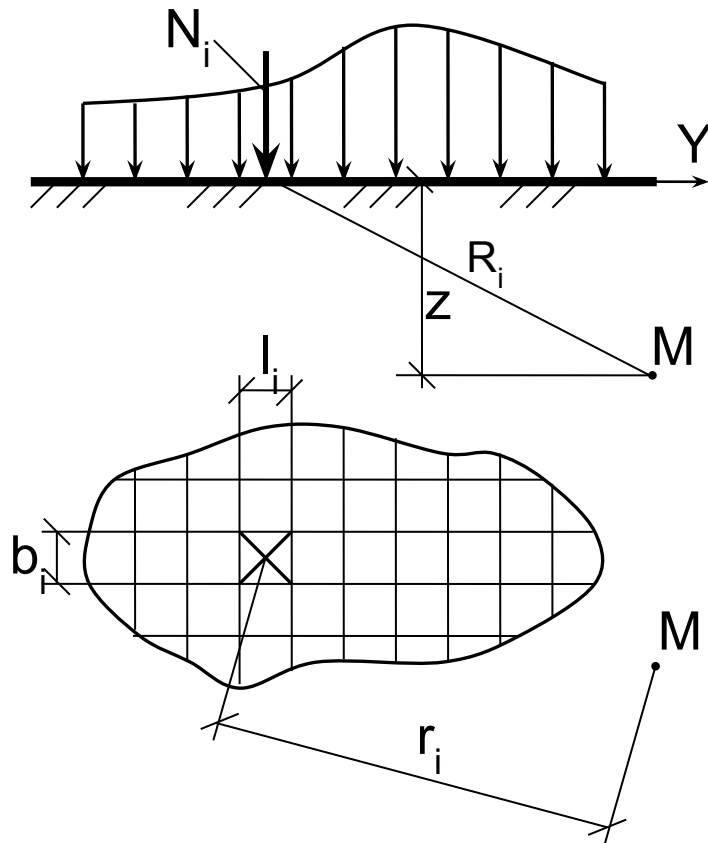
Если к поверхности однородного линейно-деформируемого полупространства приложено несколько сосредоточенных сил ($N_1, N_2, N_3, \dots, N_n$), то напряжение в любой точке грунтового массива определяется простым суммированием напряжений от действия всех сил:

$$\sigma_z = K_{\sigma 1} \frac{N_1}{z^2} + K_{\sigma 2} \frac{N_2}{z^2} + \dots + K_{\sigma n} \frac{N_n}{z^2} \quad (4.3)$$

где $K_{\sigma 1}, K_{\sigma 2}, \dots, K_{\sigma n}$ - табличные коэффициенты, зависящие от соотношений r_i / z .

3) Действие любой распределенной нагрузки

Для определения сжимающих напряжений σ_z используют **способ элементарного суммирования**: площадь загрузки делят на небольшие элементы и нагрузку прикладывают в центре тяжести каждого элемента как сосредоточенную.



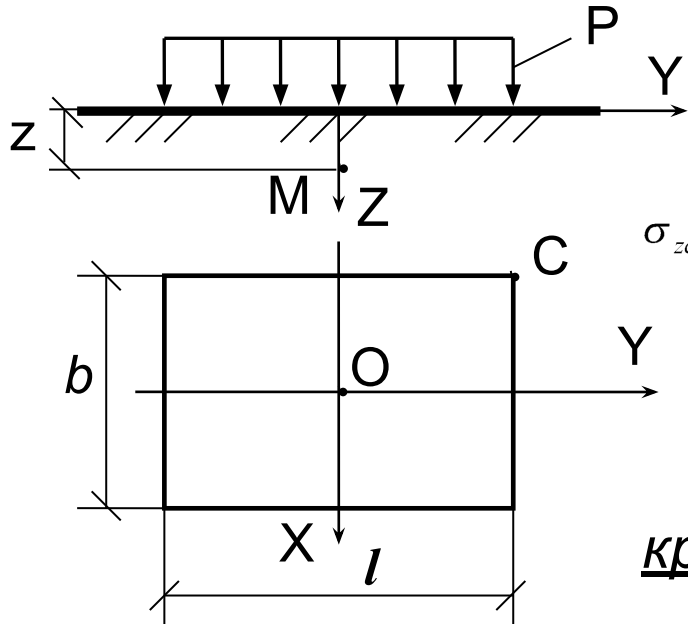
$$\sigma_z = \sum_{i=1}^n K_{\sigma i} \frac{N_i}{z^2} \quad (4.4)$$

где $K_{\sigma i}$ – коэффициент, определяемый по таблице в зависимости от отношения r_i/z

При $R_i > 2l_i$ погрешность определения напряжений будет составлять около 6% (в сторону увеличения напряжений);

при $R_i > 3l_i$ – 3%; при $R_i > 4l_i$ – не более 2%.

4) Действие равномерно распределенной нагрузки по круглым и прямоугольным площадкам



Впервые решение этой задачи в 1935 году получил профессор **А. Ляв:**

$$\sigma_{zc} = \frac{P}{\pi} \left[\frac{l \cdot b \cdot z}{D} \cdot \frac{l^2 + b^2 + 2z^2}{l^2 \cdot b^2 + D^2 \cdot z^2} + \arcsin \left(\frac{l \cdot b}{\sqrt{l^2 + z^2} \cdot \sqrt{b^2 + z^2}} \right) \right] \quad (4.5)$$

где D – детерминант; $\left(\frac{D}{2}\right)^2 = l^2 + b^2 + z^2$

Под центром прямоугольной или круглой площадки загрузки:

$$\sigma_{zo} = \alpha_0 \cdot P \quad (4.6)$$

Под углом прямоугольной или краем круглой площади загрузки:

$$\sigma_{zc} = 0,25\alpha_c \cdot P \quad (4.7)$$

где α_{zo} и α_{zc} – табличные коэффициенты (СНиП 2.02.01-83*):

$$\alpha_0 = f\left(\frac{2z}{b}; \frac{l}{b}\right) \quad (4.8)$$

$$\alpha_c = f\left(\frac{z}{b}; \frac{l}{b}\right) \quad (4.9)$$

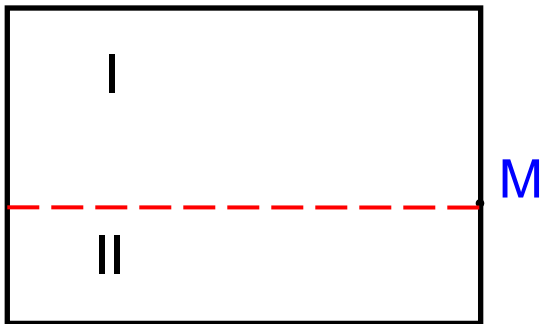
4.5 Метод угловых точек

Сущность метода заключается в том, что грузовая площадь разбивается на такие прямоугольники, в которых рассматриваемая точка оказалась бы угловой.

Сжимающее напряжение σ_z в этой точке будет равно сумме напряжений от прямоугольных площадей загрузки, для которых эта точка является угловой.

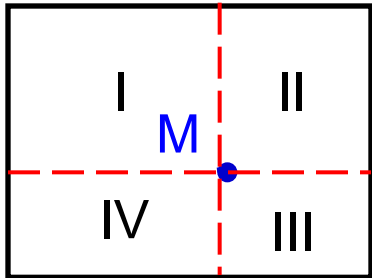
Рассмотрим три основных случая:

I Точка M находится на контуре загруженного прямоугольника:



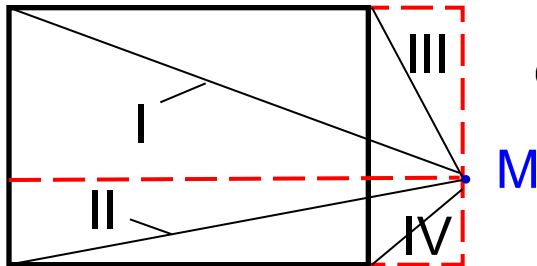
$$\sigma_z = \sigma_{zI} + \sigma_{zII} = 0,25(\alpha_I + \alpha_{II})P \quad (4.10)$$

II Точка M находится внутри прямоугольника:

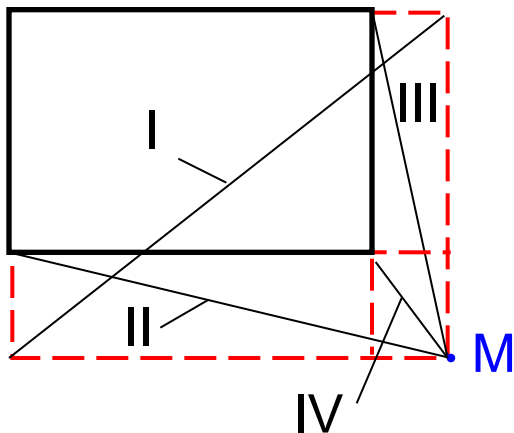


$$\begin{aligned} \sigma_z &= \sigma_{zI} + \sigma_{zII} + \sigma_{zIII} + \sigma_{zIV} = \\ &= 0,25(\alpha_I + \alpha_{II} + \alpha_{III} + \alpha_{IV})P \end{aligned} \quad (4.11)$$

III Точка M находится за пределами прямоугольника:



$$\sigma_z = 0,25(\alpha_I + \alpha_{II} - \alpha_{III} - \alpha_{IV})P \quad (4.12)$$

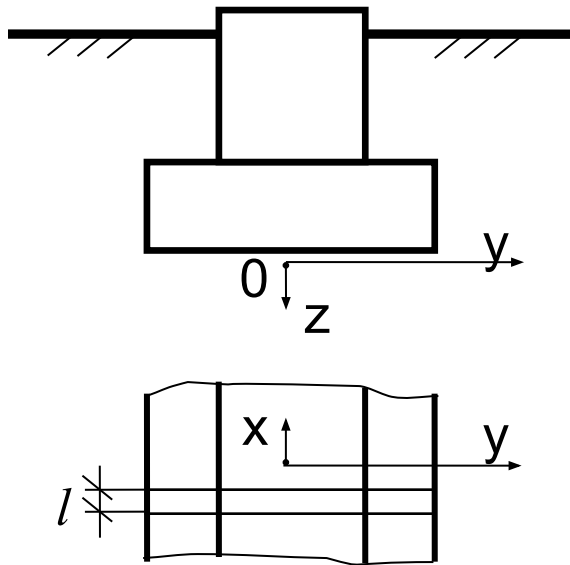


$$\sigma_z = 0,25(\alpha_I - \alpha_{II} - \alpha_{III} + \alpha_{IV})P \quad (4.13)$$

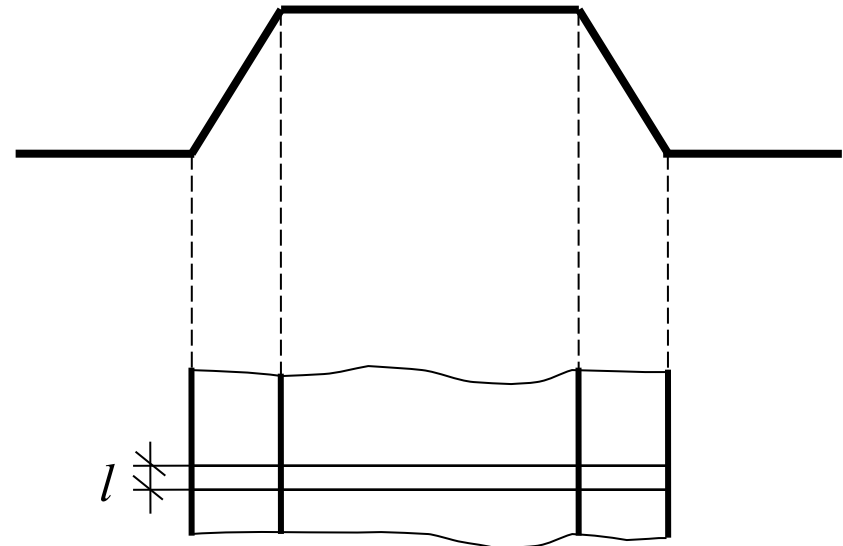
4.6 Действие равномерно распределенной полосовой нагрузки (плоская задача)

Условия плоской задачи будут иметь место в том случае, когда напряжения распределяются в одной плоскости, а в перпендикулярном направлении они либо постоянные, либо равны нулю.

Ленточный фундамент

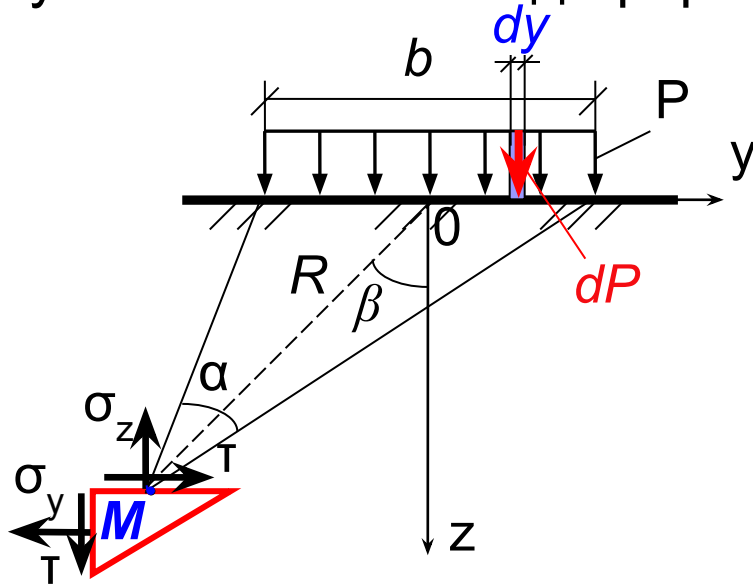


Дорожная насыпь



Напряженное состояние в массиве будет определяться тремя составляющими: нормальными напряжениями σ_z , σ_y и касательными напряжениями τ .

Выражения для этих напряжений получены на основе **решения Фламана** (1892 г.) для сосредоточенной силы в условиях плоской деформации.



α - угол видимости;
 R - расстояние от начала координат до рассматриваемой точки;

β - угол между радиусом и осью z .

$$\begin{cases} \sigma_z = \frac{P}{\pi} (\alpha + \sin \alpha \cdot \cos 2\beta) \\ \sigma_y = \frac{P}{\pi} (\alpha - \sin \alpha \cdot \cos 2\beta) \\ \tau = \frac{P}{\pi} \cdot \sin \alpha \cdot \sin 2\beta \end{cases} \quad (4.14)$$

$$\begin{cases} \sigma_z = K_z P \\ \sigma_y = K_y P \\ \tau = K_{yz} P \end{cases} \quad (4.15)$$

где K_z , K_y , K_{yz} - коэффициенты влияния, определяемые по таблице в зависимости от относительных координат z/b и y/b .

Напряженное состояние в грунтовом массиве в случае плоской задачи может также определяться через главные напряжения (Митчел, 1902).

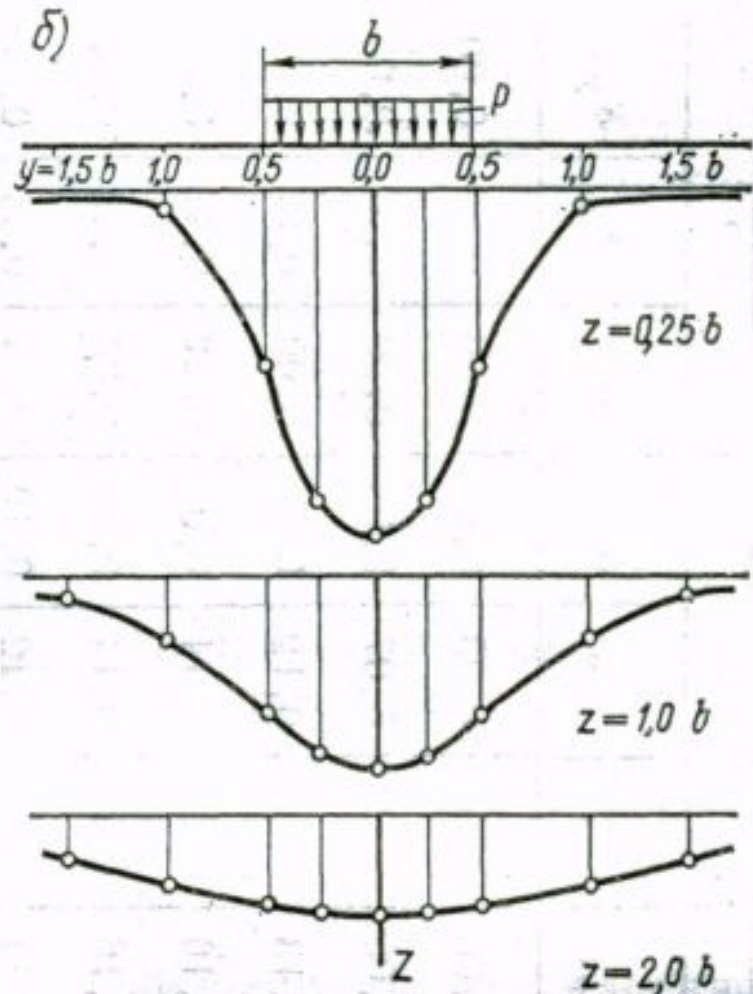
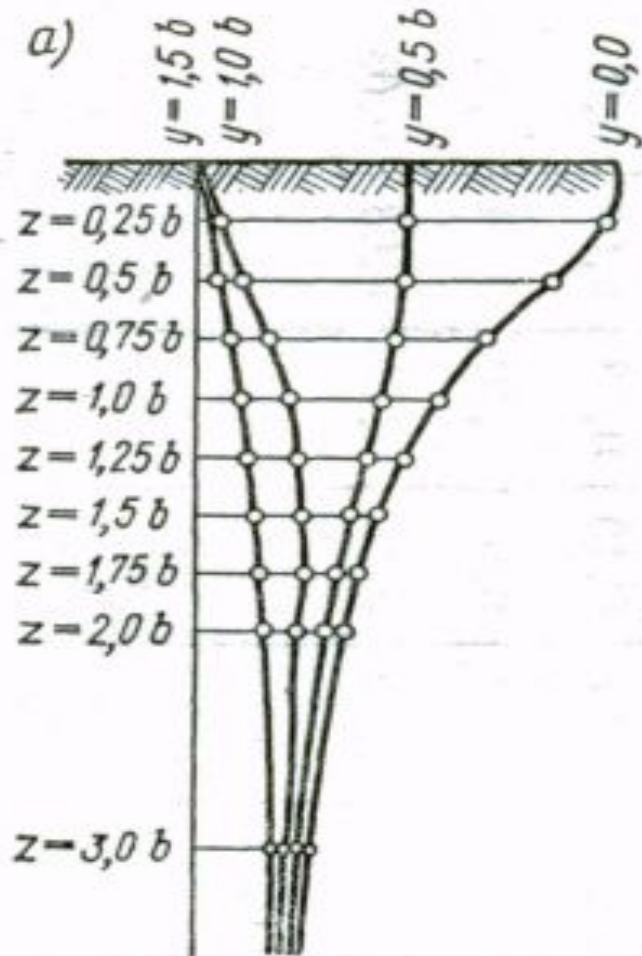
Главные – это наибольшие и наименьшие нормальные напряжения.

Главные напряжения будут возникать на площадках, расположенных по вертикальной оси симметрии нагрузки (при $\beta=0$), по биссектрисам углов видимости и площадках, им перпендикулярным.

Главные напряжения можно вычислить из выражений (4.14) подставляя в них угол $\beta=0$:

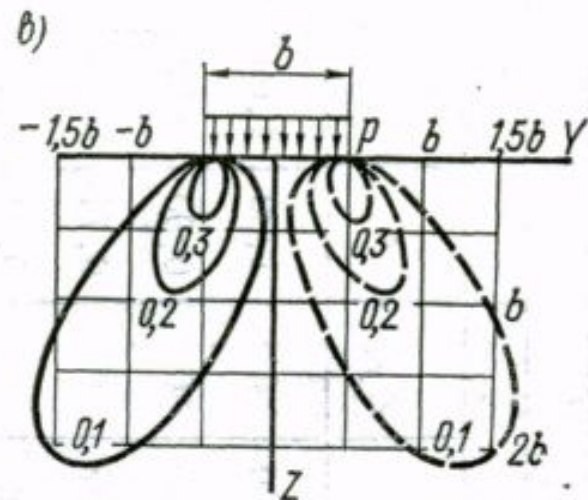
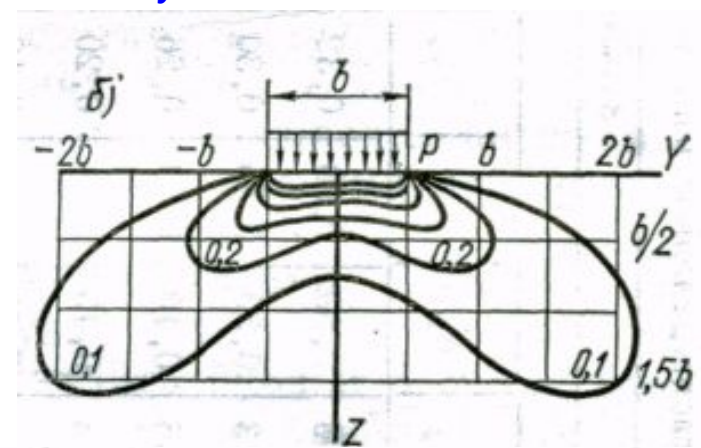
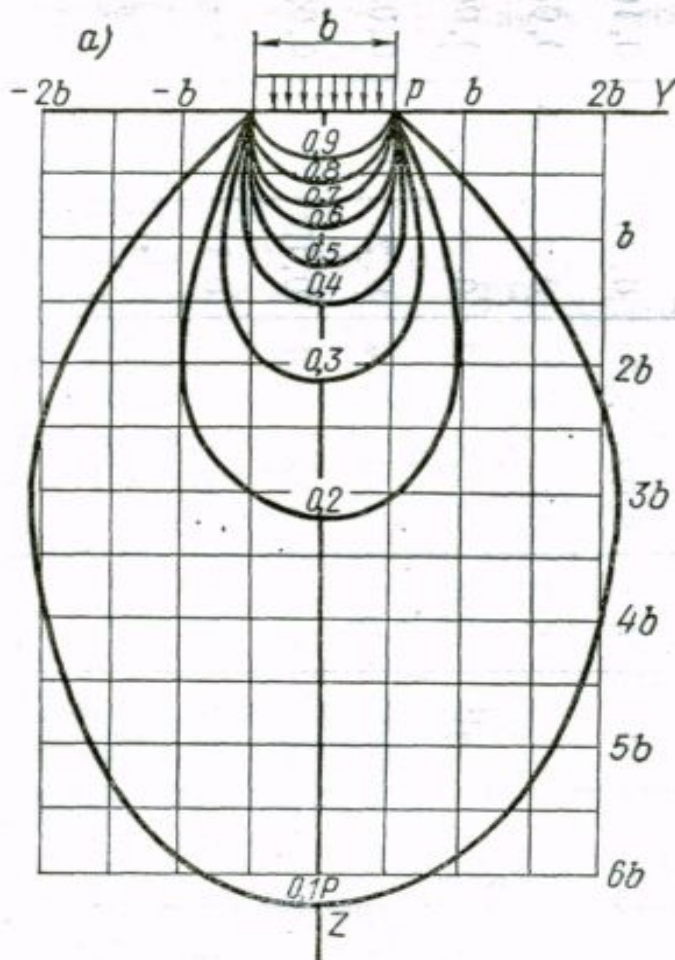
$$\begin{cases} \sigma_z = \frac{P}{\pi} (\alpha + \sin \alpha) \\ \sigma_y = \frac{P}{\pi} (\alpha - \sin \alpha) \\ \tau = 0 \end{cases} \quad (4.16)$$

Эпюры распределения сжимающих напряжений σ_z по вертикальным (а) и горизонтальным (б) сечениям массива грунта

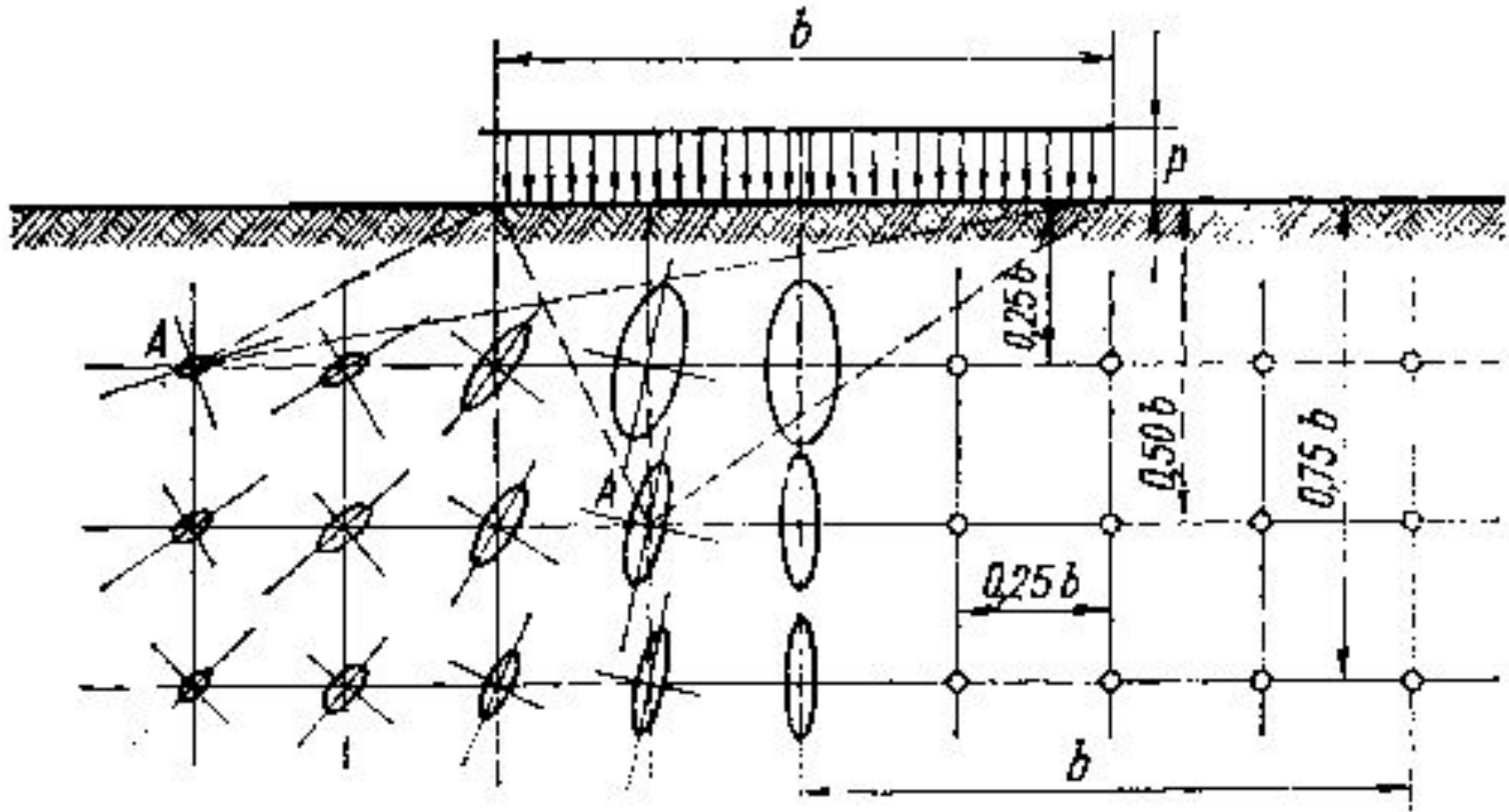


Линии равных напряжений в линейно-деформируемом массиве при действии равномерно распределенной полосовой нагрузки:

a – изобары (σ_x), *б* - распоры (σ_y) и *в* - сдвиги (τ).



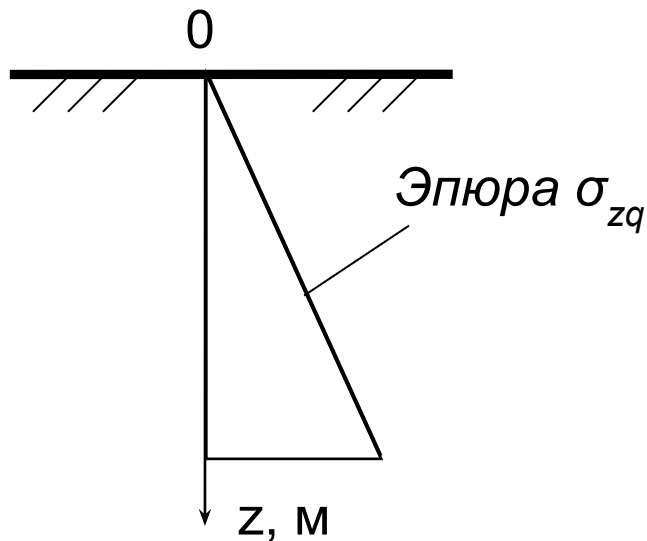
Эллипсы напряжений при действии равномерно распределенной нагрузки в условиях плоской задачи



4.7 Распределение напряжений от действия собственного веса грунта

Напряжения от собственного веса грунта увеличиваются с глубиной.

1) При однородном грунтовом основании (при постоянном удельном весе грунта):

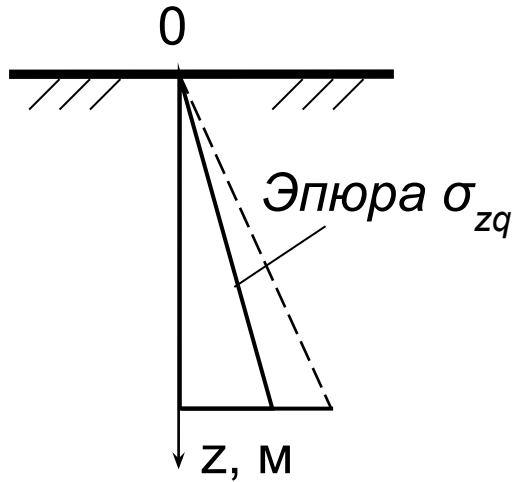


$$\sigma_{zq} = \gamma \cdot z \quad (4.17)$$

где $\gamma = \rho \cdot g$ – удельный вес
грунта;

z – глубина заложения
рассматриваемой точки.

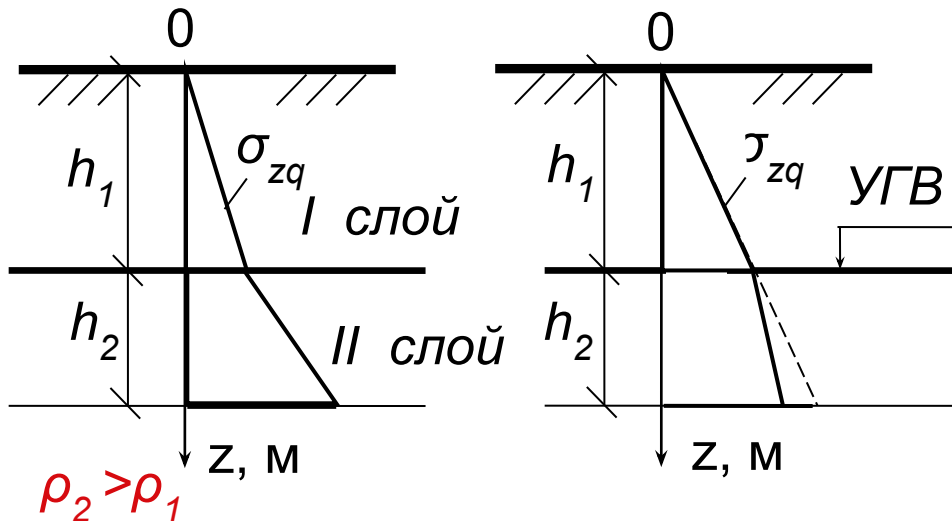
2) Для грунтовой массы (полностью водонасыщенного грунта):



$$\sigma_{zq} = \gamma' \cdot z \quad (4.18)$$

где $\gamma' = \rho' \cdot g$ – удельный вес грунта с учетом взвешивающего действия воды (плотность с учетом взвешивающего действия воды определяется по формуле (2.16) - $\rho' = \frac{\rho_s - \rho_w}{1 + e}$).

3) При неоднородной грунтовой толщ:



$$\sigma_{zq} = \sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot h_i \quad (4.19)$$

где γ_i – удельный вес i -го слоя грунта;

h_i – толщина i -го слоя.