

## *▣ Старинная восточная притча:*

**Давным-давно жил-был старик, который, умирая, оставил своим трем сыновьям 19 верблюдов. Он завещал старшему сыну половину, среднему – четвертую часть, а младшему – пятую. Не сумев найти решения самостоятельно, братья обратились за помощью к мудрецу.**



▣ **ЭРАТОСФЕН** (около 275–194 до н.э.), один из самых разносторонних ученых античности. Эратосфен занимался самыми различными вопросами - ему принадлежат интересные исследования в области математики, астрономии и других наук. Трактаты Эратосфена были посвящены решению геометрических и арифметических задач. Самым знаменитым математическим открытием Эратосфена стало так называемое «решето», с помощью которого находятся простые числа.



1	2	3	<del>4</del>	5	<del>6</del>	7	<del>8</del>	<del>9</del>	<del>10</del>
11	<del>12</del>	13	<del>14</del>	<del>15</del>	16	17	<del>18</del>	19	<del>20</del>
<del>21</del>	<del>22</del>	23	<del>24</del>	25	<del>26</del>	27	<del>28</del>	29	<del>30</del>
31	<del>32</del>	<del>33</del>	<del>34</del>	<del>35</del>	<del>36</del>	37	<del>38</del>	<del>39</del>	<del>40</del>
41	<del>42</del>	43	<del>44</del>	<del>45</del>	<del>46</del>	47	<del>48</del>	<del>49</del>	50
<del>51</del>	<del>52</del>	53	<del>54</del>	<del>55</del>	<del>56</del>	<del>57</del>	<del>58</del>	<del>59</del>	<del>60</del>

▣ **Блез Паскаль** (1623–1662), французский религиозный мыслитель, математик и физик, один из величайших умов 17 столетия, внес большой вклад в изучение признаков делимости чисел. Он нашел алгоритм для нахождения признаков делимости любого целого числа на любое другое целое число: **натуральное число  $a$  разделится на другое натуральное число  $b$  только в том случае, если сумма произведений цифр числа  $a$  на соответствующие остатки, получаемые при делении разрядных единиц на число  $b$ , делится на это число.**



**Например: число 2814 делится на 7, так как  $2*6 + 8*2 + 1*3 + 4 = 35$  делится на 7. (Здесь 6-остаток отделения 1000 на 7; 2- остаток от деления 100 на 7 и 3- остаток от деления 10 на 7).**

## ▣ **Признак делимости на 2.**

Число делится на 2 в том и, только в том случае, если его последняя цифра чётная.

*Пример:* 124, 200, 152, 68, 406.

## ▣ **Признак делимости на 3.**

Число делится на 3 в том и, только в том случае, если сумма его цифр делится на 3.

*Пример:* 144 на 3, т.к.  $1+4+4 = 9$  делится на 3.

## ▣ **Признак делимости на 5.**

Число делится на 5 в том и только в том случае, если оно оканчивается на 0 или на 5.

*Пример:* 720, 655 делятся на 5.

## ▣ **Признак делимости на 7.**

Число делится на 7 тогда и только тогда, когда результат вычитания удвоенной последней цифры из числа десятков делится на 7.

*Пример:* 259 делится на 7, т. к.  $25 - (2 * 9) = 7$  делится на 7.

## ▣ **Признак делимости на 9.**

Число делится на 9 в том и только в том случае, если сумма его цифр делится на 9.

*Пример:* 6102 делится на 9, т.к.  $6+1+0+2 = 9$  делится на 9.

## ▣ **Признак делимости на 10.**

Число делится на 10 в том и только в том случае, если оно оканчивается на 0.

*Пример:* 720 делится на 10.

## ▣ Признак делимости на 11.

-число делится на 11 тогда и только тогда, если модуль разности суммы цифр, стоящих на нечетных местах, и суммы цифр, стоящих на четных местах, делится на 11

*Пример:* 100397 делится на 11, т.к. .

$1+0+9=10$ ;  $0+3+7=10$ ;  $10-10=0$  (нумерация идет слева направо).

-испытываемое число разбивают справа налево на группы по две цифры в каждой и складывают эти группы. Если получаемая сумма кратна 11, то испытываемое число кратно 11.

*Пример:* 15235 делится на 11, т.к. разбивая на группы и складывая их:  $1+52+35=88$  делится на 11.

## ▣ **Признак делимости на 13.**

Число делится на 13 тогда:

- когда сумма числа десятков с учетверенным числом единиц делится на 13.

*Пример:* 845 делится на 13, так как на 13 делятся  $84+5*4=104$  и  $10+4*4=26$ .

- когда разность числа десятков с девятикратным числом единиц делится на 13.

*Пример:* 845 делится на 13, так как на 13 делятся  $84-9*5=39$ .

## ▣ **Признак делимости на 19.**

Число делится на 19 тогда и только тогда, когда число десятков, сложенное с удвоенным числом единиц, делится на 19.

*Пример:* 646 делится на 19, так как на 19 делятся и

$$64+2*6=76 \text{ и } 7+2*6=19$$

## ▣ **Признак делимости на 4.**

Число делится на 4 в том и только в том случае, если две его последние цифры образуют двузначное число, делящееся на 4.

*Пример:* 724 делится на 4, т.к. 24 делится на 4.

## ▣ **Признак делимости на 8.**

Число делится на 8 в том и только в том случае, если его последние три цифры образуют число, делящееся на 8.

*Пример:* 6136 делится на 8, т.к. 136 делится на 8.

## ▣ **Признак делимости на 20.**

-число делится на 20 тогда и только тогда, когда число, образованное двумя последними цифрами, делится на 20.

-число делится на 20 тогда и только тогда, когда последняя цифра числа — 0, а предпоследняя — чётная.

*Пример:* 640 делится на 20, т.к. 40 делится на 20.



### ▣ **Признак делимости на 6.**

▣ Число делится на 6 в том и только в том случае, если оно чётное и делится на 3.

*Пример:* 720 делится и на 2 и на 3.

### ▣ **Признак делимости на 12.**

Число делится на 12 в том и только в том случае, если оно делится одновременно и на 3, и на 4.

*Пример:* 720 делится на 12, т.к. число делится и на 3, и на 4.

### ▣ **Признак делимости на 14.**

Число делится на 14 в том и только в том случае, если оно делится одновременно и на 2, и на 7.

*Пример:* 420 делится на 14, т.к. число делится и на 2, и на 7.

### ▣ **Признак делимости на 15.**

Число делится на 15 в том и только в том случае, если оно делится одновременно и на 3, и на 5.

*Пример:* 420 делится на 15, т.к. число делится и на 3, и на 5.

## ▣ Признак делимости на 17.

Число делится на 17 тогда:

- когда модуль разности числа десятков и пятикратного числа единиц делится на 17.

*Пример:* 221 делится на 17, так как  $|22 - 5 \cdot 1| = 17$  делится на 17.

- когда модуль суммы числа десятков и двенадцатикратного числа единиц делится на 17.

*Пример:* 221 делится на 17, так как  $|22 + 12 \cdot 1| = 34$  делится на 17.

## ▣ Признак делимости на 25.

Число делится на 25 тогда и только тогда, когда две его последние цифры составляют число, которое делится на 25.

*Пример:* 175 делится на 25, т.к. 75 делится на 25.

### ▣ **Признак делимости на 18.**

Число делится на 18 в том и только в том случае, если оно делится одновременно и на 2, и на 9.

*Пример:* 432 делится на 18, т.к. число делится и на 2, и на 9

### ▣ **Признак делимости на 21.**

Число делится на 21 в том и только в том случае, если оно делится одновременно и на 3, и на 7.

*Пример:* 231 делится на 21, т.к. число делится и на 3, и на 7.

### ▣ **Признак делимости на 22.**

Число делится на 22 в том и только в том случае, если оно делится одновременно и на 2, и на 11.

*Пример:* 352 делится на 22, т.к. число делится и на 2, и на 11.



## ▣ Признак делимости на 23.

-число делится на 23 тогда и только тогда, когда число сотен, сложенное с утроенным числом, образованным двумя последними цифрами, делится на 23.

**Пример:** 28842 делится на 23, так как на 23 делятся  $288 + 3 \cdot 42 = 414$  и  $4 + 3 \cdot 14 = 46$

-число делится на 23 тогда и только тогда, когда число десятков, сложенное с семикратным числом единиц, делится на 23.

**Пример:** 391 делится на 23, так как  $39 + 7 \cdot 1 = 46$  делится на 23.

-число делится на 23 тогда и только тогда, когда число сотен, сложенное с семикратным числом десятков и утроенным числом единиц, делится на 23.

**Пример:** 391 делится на 23, так как  $3 + 7 \cdot 9 + 3 \cdot 1 = 69$   
делится на 23.

▣ **Свойство 1.** Если каждое слагаемое суммы делится на одно и то же число, то и сумма делится на это число.

**Пример:**  $66 + 121 = 187$  делится на 11, т.к. 66 и 121 делятся на 11.

▣ **Свойство 2.** Если уменьшаемое и вычитаемое делятся на одно и то же число, то и разность делится на это число.

**Пример:**  $1125 - 75 = 1050$  делится на 25, т.к. 1125 и 75 делятся на 25

▣ **Свойства 3.** Если в произведении нескольких натуральных чисел хотя бы один из сомножителей делится на какое-то число, то и все произведение делится на это число.

**Пример:**  $21 * 5 * 9 = 945$  делится на 7, т.к. 21 делится на 7.

▣ **Свойство 4.** Если некоторое целое число делится на другое, а это другое – на третье, то и первое число делится на третье.

**Пример:** 171 делится на 57, а 57 делится на 19, значит 171 делится на 19.

