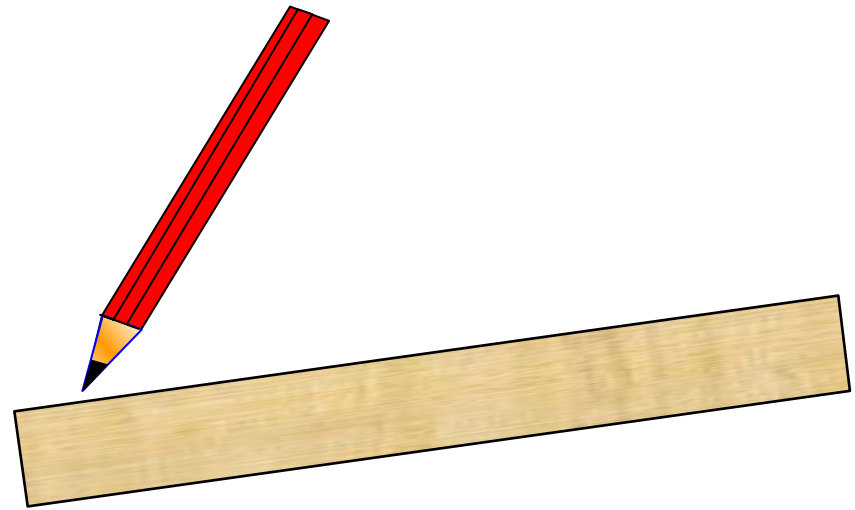
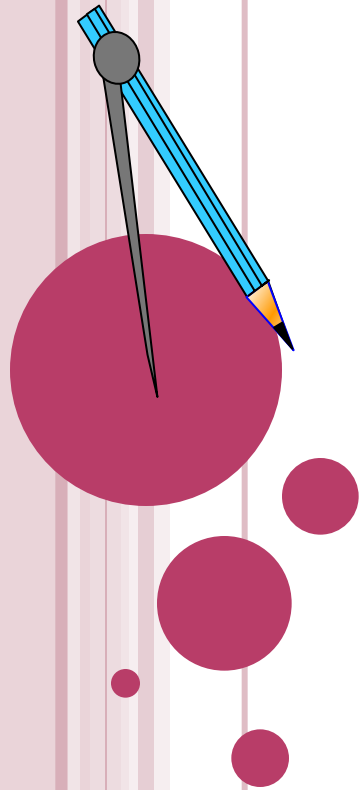
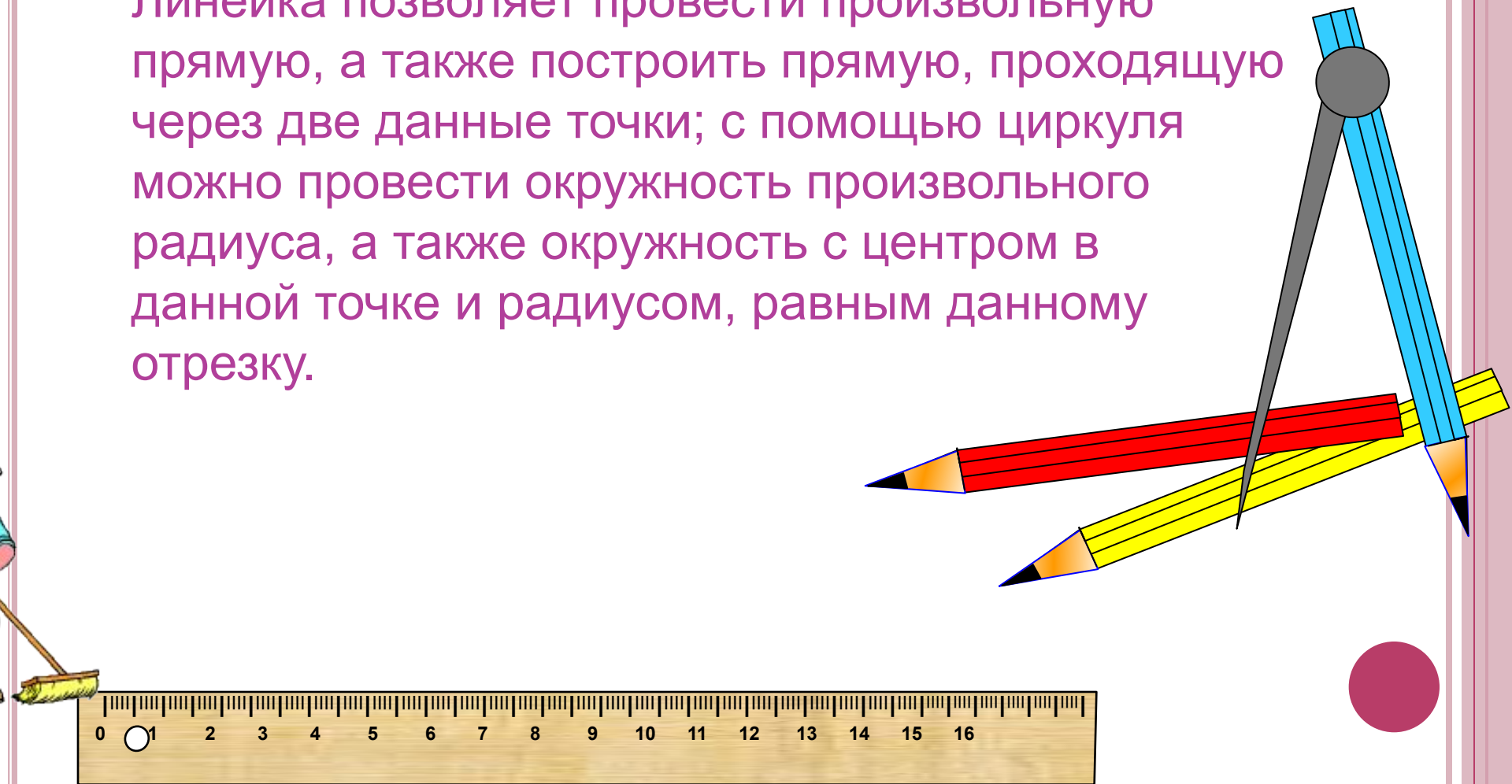


ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ С ПОМОЩЬЮ ЦИРКУЛЯ И ЛИНЕЙКИ



В геометрии выделяют задачи на построение, которые можно решить только с помощью двух инструментов: циркуля и линейки без масштабных делений.

Линейка позволяет провести произвольную прямую, а также построить прямую, проходящую через две данные точки; с помощью циркуля можно провести окружность произвольного радиуса, а также окружность с центром в данной точке и радиусом, равным данному отрезку.



Основные этапы решения задачи на построение

1. АНАЛИЗ
2. ПОСТРОЕНИЕ
3. ДОКАЗАТЕЛЬСТВО
4. ИССЛЕДОВАНИЕ

В том случае, когда при построении *получаются равные фигуры*, будем считать, что задача имеет *единственное* решение.



Условные обозначения

$\text{окр}(O; r)$ - окружность с центром в точке O и радиусом r

\sphericalangle - знак угла

\in - знак принадлежности

\perp - знак перпендикулярности

\cap - знак пересечения

$\{ \}$ - в скобках указано множество точек пересечения

\therefore - заменяет слова "такой что"



Задача 1

На данном луче от его начала отложить отрезок, равный данному

Дано:

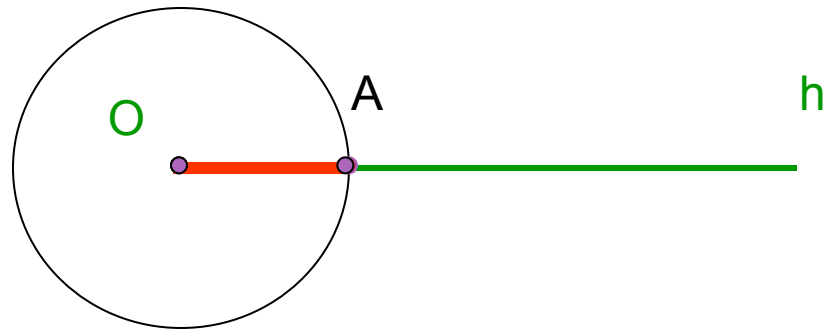
Луч h , O - начало

PQ -отрезок



Построить:

OA :
 $A \in h$
 $OA = PQ$



Построение:

1. $\text{окр}(O; PQ)$
2. $h \cap \text{окр}(O; PQ) = \{A\}$
3. OA -искомый



Задача 2

Построить середину данного отрезка

Дано:

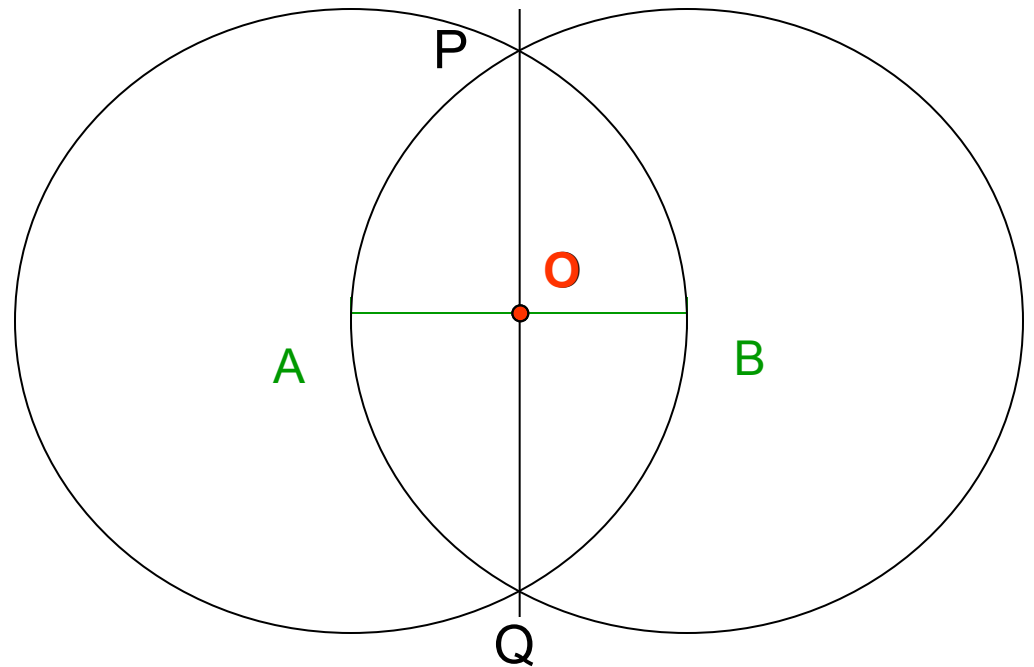
AB-отрезок

Построить:

O: $O \in AB$
 $OA = OB$

Построение:

1. $\text{окр}(A; AB)$
2. $\text{окр}(B; BA)$
3. $\text{окр}(A; AB) \cap \text{окр}(B; BA) = \{P; Q\}$
4. PQ-прямая
5. $PQ \cap AB = \{O\}$
6. O- искомая точка



Задача 2

Построить середину данного отрезка

Дано:

AB-отрезок

Построить:

O: $O \in AB$

$OA = OB$

Доказательство:

$\triangle APQ = \triangle BPQ$ (по трем
сторонам)

так как 1) $AP = BP = r$

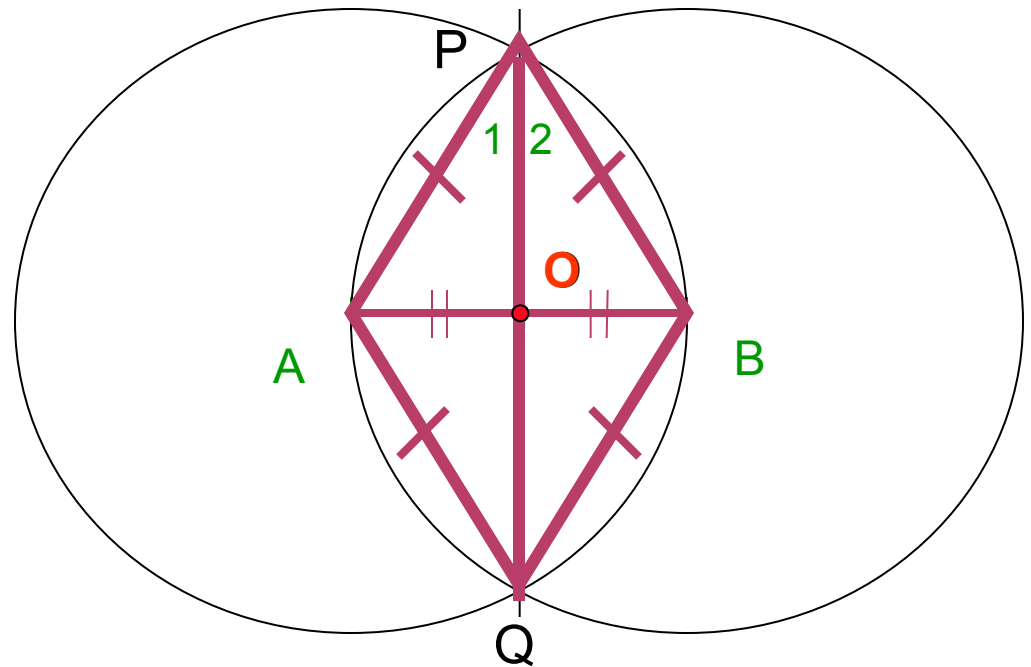
2) $AQ = BQ = r$

3) PQ-общая

Следовательно, $\angle 1 = \angle 2$

Значит, PO-биссектриса равнобедренного $\triangle APB$.

Значит, PO и медиана $\triangle APB$. То есть, O-середина
AB.



Задача 2

Построить середину данного отрезка (строим окружность, радиус которой меньше данного отрезка)

Дано:

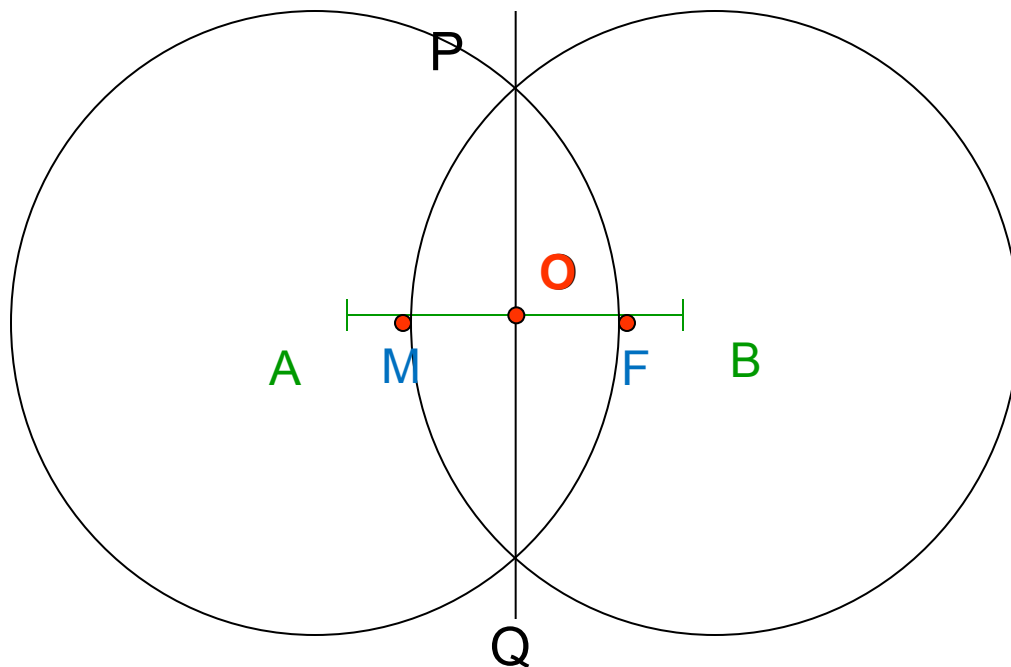
AB-отрезок

Построить:

O: $O \in AB$
 $OA = OB$

Построение:

1. $\text{окр}(A; AF)$
2. $\text{окр}(B; BM)$
3. $\text{окр}(A; AF) \cap \text{окр}(B; BM) = \{P; Q\}$
4. PQ-прямая
5. $PQ \cap AB = \{O\}$
6. O- искомая точка



Задача 2

Построить середину данного отрезка (при построении проводим окружность, радиус которой меньше половины данного отрезка)

Дано:

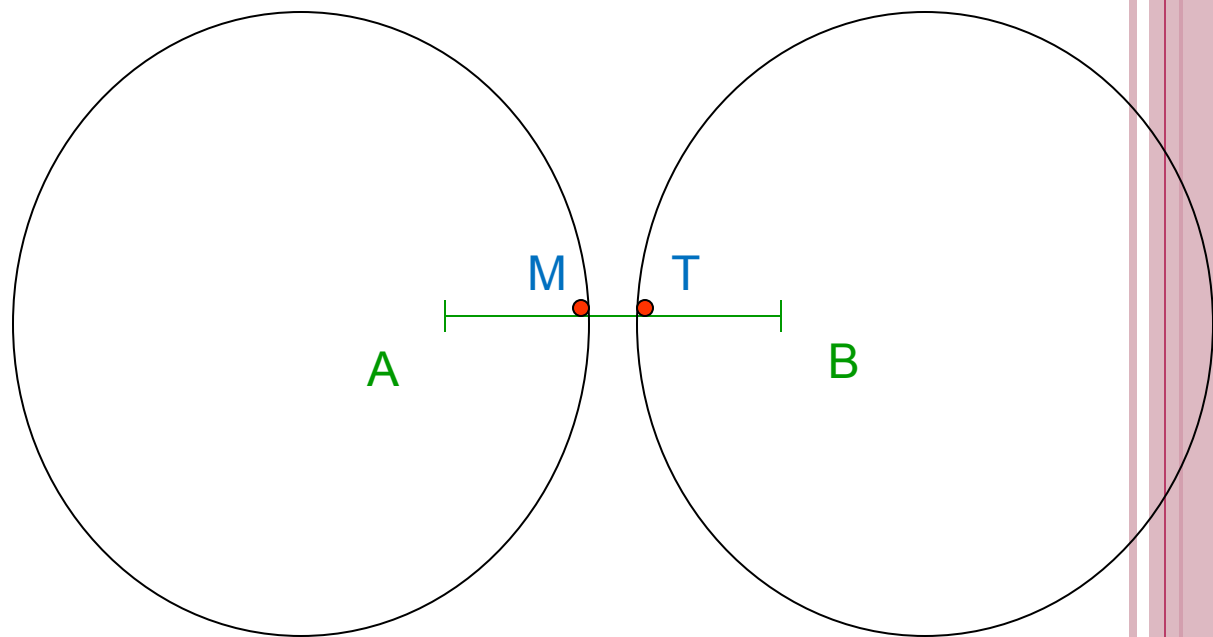
AB-отрезок

Построить:

O: $O \in AB$
 $OA = OB$

Построение:

1. $\text{окр}(A; AM)$
2. $\text{окр}(B; BT)$
3. $\text{окр}(A; AM)$ не пересекает $\text{окр}(B; BT) = \{P; Q\}$



Значит построение середины отрезка невозможно.



Задача 3 Построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную к данной прямой

точка M принадлежит прямой a

Дано:

прямая a

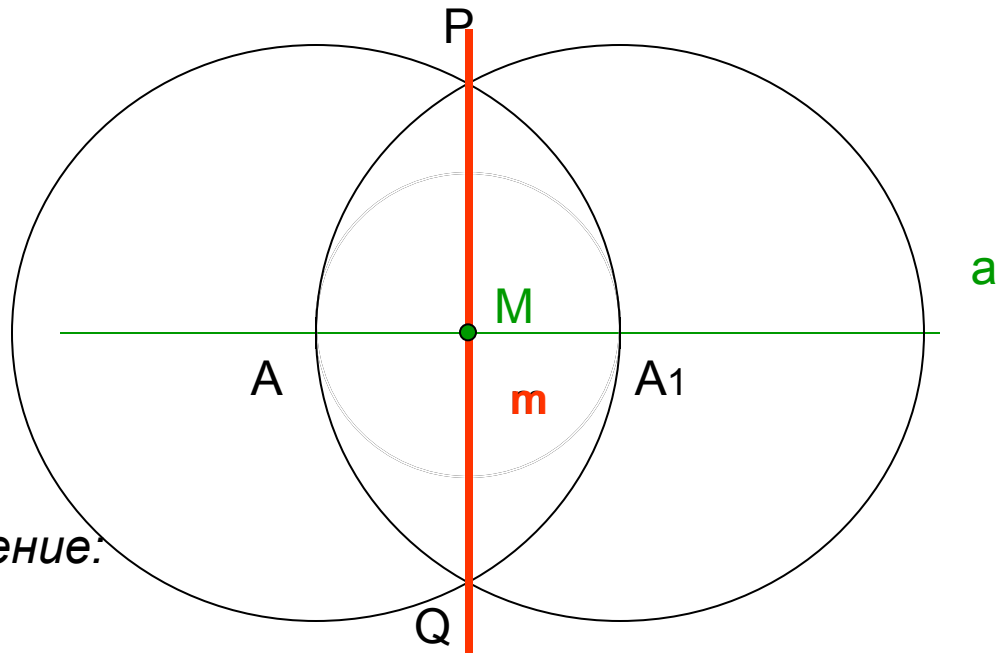
точка M

Построить:

m : $M \in m$
 $m \perp a$

Построение:

1. окр(M ; r); r -любой
 2. окр(M ; r) \cap $a = \{A; A_1\}$
 3. окр(A ; AA_1)
 4. окр(A_1 ; A_1A)
 5. окр(A ; AA_1) \cap окр(A_1 ; A) = $\{P; Q\}$
 6. прямая
 7. m -искомая
- $PQ = m$



Задача 4

Построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную к данной прямой

Дано:

прямая a

точка M

Построить:

m : $M \in m$
 $m \perp a$

Построение:

1. $\text{окр}(M; r)$

2. $\text{окр}(M; r) \cap a = \{A; A_1\}$

3. $\text{окр}(A; AM)$

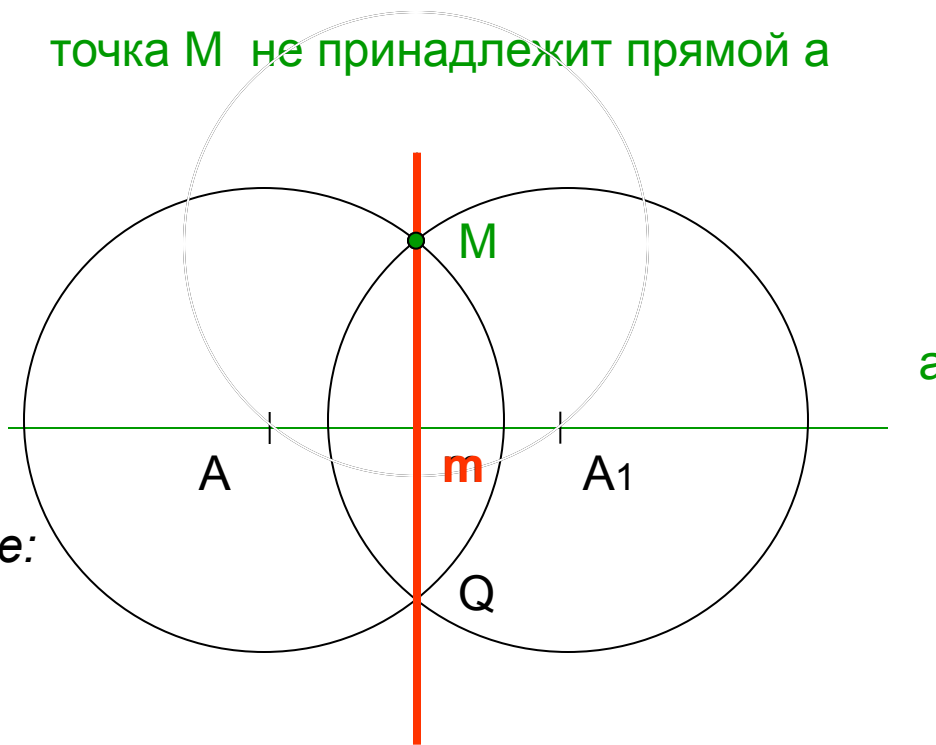
4. $\text{окр}(A_1; A_1M)$

5. $\text{окр}(A; AM) \cap \text{окр}(A_1; A_1M) = \{M; Q\}$

6. прямая $MQ = m$

7. m -искомая

точка M не принадлежит прямой a



Задача 4

Построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную к данной прямой

Дано:

прямая a
точка M

Построить:

m : $M \in m$
 $m \perp a$

Доказательство:

$\triangle AMQ = \triangle A_1MQ$ (по трем сторонам)

так как 1) $AM = A_1M = r$
2) $AQ = A_1Q = r$
3) MQ -общая

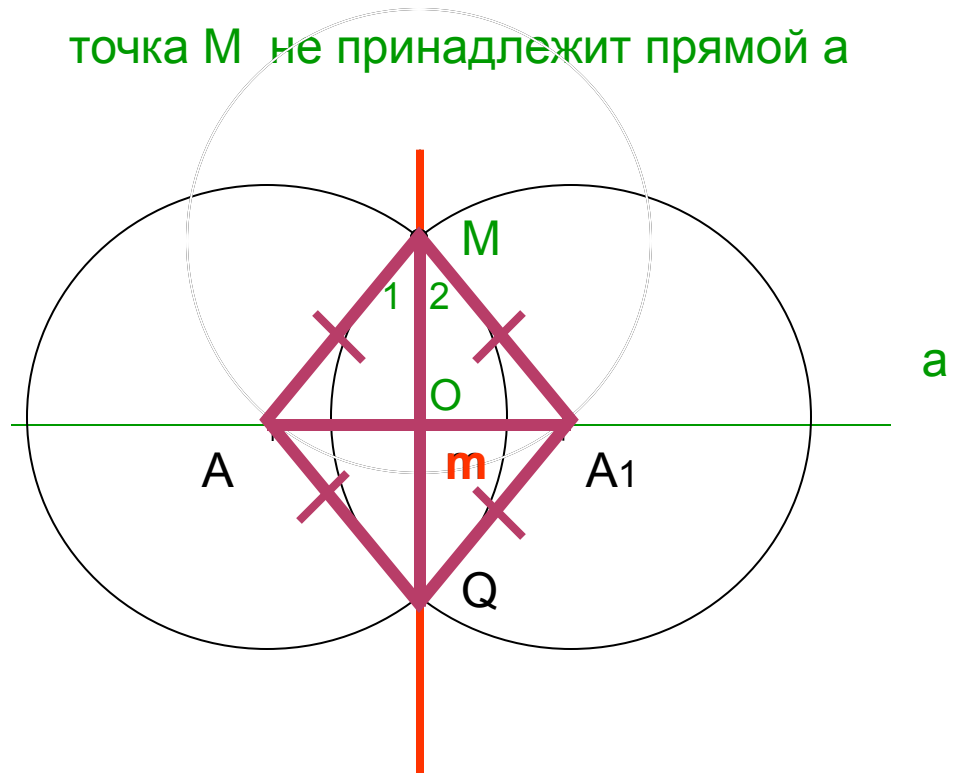
Следовательно, $\angle 1 = \angle 2$.

Тогда, MO -биссектриса равнобедренного

$\triangle AMA_1$.

Значит, MO и высота $\triangle AMA_1$. Тогда, $MQ \perp a$.

точка M не принадлежит прямой a

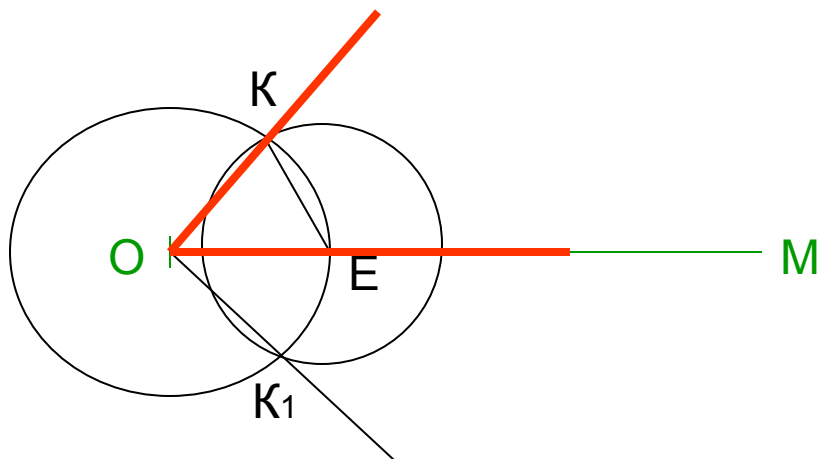
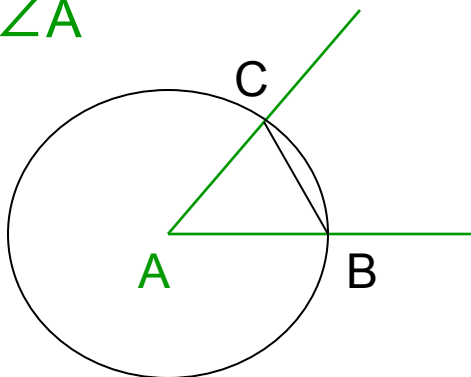


Задача 5

Отложить от данного луча угол, равный данному

Дано:

луч OM
 $\angle A$



Построить:

$\angle KOM = \angle A$

Построение:

1. $\text{окр}(A, r)$; r -любой
2. $\text{окр}(A, r) \cap \angle A = \{B; C\}$
3. $\text{окр}(O, r)$
4. $\text{окр}(O, r) \cap OM = \{E\}$
5. $\text{окр}(E, BC)$
6. $\text{окр}(E, BC) \cap \text{окр}(O, r) = \{K; K_1\}$
7. луч OK ; луч OK_1
8. $\angle KOM$ -искомый

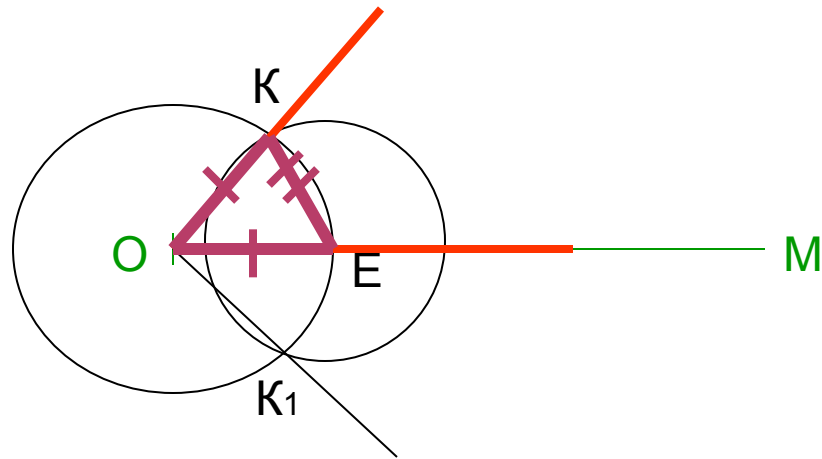
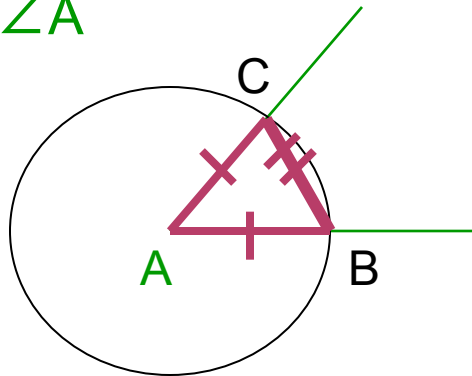


Задача 5

Отложить от данного луча угол, равный данному

Дано:

луч OM
 $\angle A$



Доказательство:

Построить:

$$\angle KOM = \angle A$$

$$\triangle ABC = \triangle OKE \text{ (по трем сторонам)}$$

так как 1) $AB = OE = r$

2) $AC = OK = r$

3) $BC = EK = r_1$

Следовательно, $\angle KOM = \angle A$



Задача 6

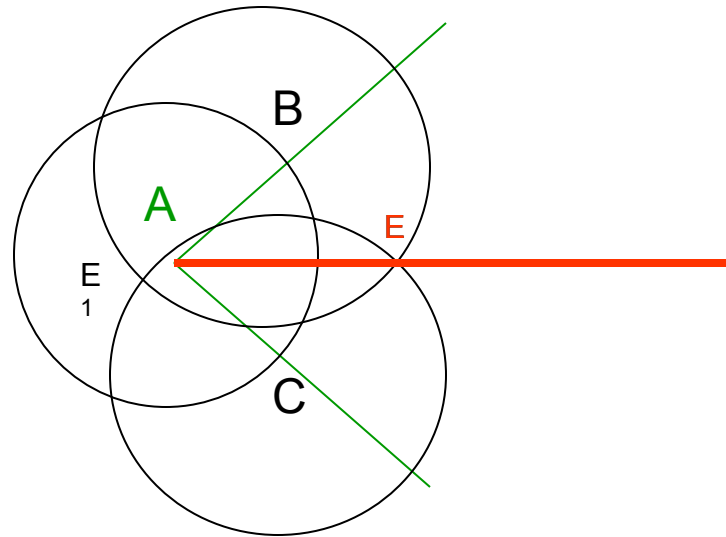
Построить биссектрису данного угла

Дано:

$\angle A$

Построить:

Луч AE -биссектрису $\angle A$



Построение:

1. $\text{окр}(A; r)$; r -любой
2. $\text{окр}(A; r) \cap \angle A = \{B; C\}$
3. $\text{окр}(B; r_1)$
4. $\text{окр}(C; r_1)$
5. $\text{окр}(B; r_1) \cap \text{окр}(C; r_1) = \{E; E_1\}$
6. E -внутри $\angle A$
7. AE -луч
8. AE -
ИСКОМЫЙ

