

# Надежность технических систем и техногенный риск

Лекция №2



## Лекция № 2. Основные количественные показатели надежности технических систем



Цель : Рассмотреть основные количественные показатели надежности

Учебные вопросы:

1. Показатели оценки свойств технических систем.
2. Основные показатели безотказности.
3. Основные показатели ремонтпригодности, долговечности и сохраняемости.
4. Комплексные показатели надежности.
5. Основные законы распределения случайных величин, используемые в теории надежности.

# 1. Показатели оценки свойств технических систем.



- **Показатель надежности** — это количественная характеристика одного или нескольких свойств, составляющих надежность объекта.

При рассмотрении показателей надежности следует различать:

- наименование показателя (например, средняя наработка на отказ  $T_{0n}$ );
- численное значение (например  $P(t)=0,58$ ),
- формулировку сущности этой величины;
- размерность показателя (при ее наличии, например 1/ч).

- Различают **единичные** и **комплексные** показатели надежности.
- **Единичный показатель** надежности - это показатель, характеризующий одно из свойств, составляющих надежность объекта.
- **Комплексный показатель** надежности - это показатель, характеризующий несколько частных свойств надежности объекта.

# 1. Показатели оценки свойств технических систем.



Свойство	Условное обозначение показателя	Наименование показателя
Безотказность	$P(t)$ $\lambda(t)$ $T_0$ $\omega(t)$ $T_{0п}$	Вероятность безотказной работы Интенсивность отказов Средняя наработка до отказов Параметр потока отказов Средняя наработка на отказ
Ремонтопригодность	$P(tв)$ $\mu(t)$ $TВ$	Вероятность восстановления Интенсивность восстановления Среднее время восстановления
Долговечность	$R_n$ $R_{мр}$ $T_{сл}$	Назначенный ресурс Средний ресурс между капитальными ремонтами (межремонтный ресурс) Средний срок службы
Сохраняемость	$T_{сх}$ $\gamma_{сх}$	Средний срок сохраняемости Гамма — процентный срок сохраняемости
Безотказность и ремонтпригодность	$K_g$ $K_p$ $K_i$ $K_{ог}$	Коэффициент готовности Коэффициент простоя Коэффициент технического использования Коэффициент оперативной готовности

## 2. Основные показатели безотказности.



### 2.1. Вероятность безотказной работы $P(t)$

- Под **вероятностью безотказной работы** понимается вероятность того, что в заданном интервале времени или в пределах заданной наработки отказ не возникает.

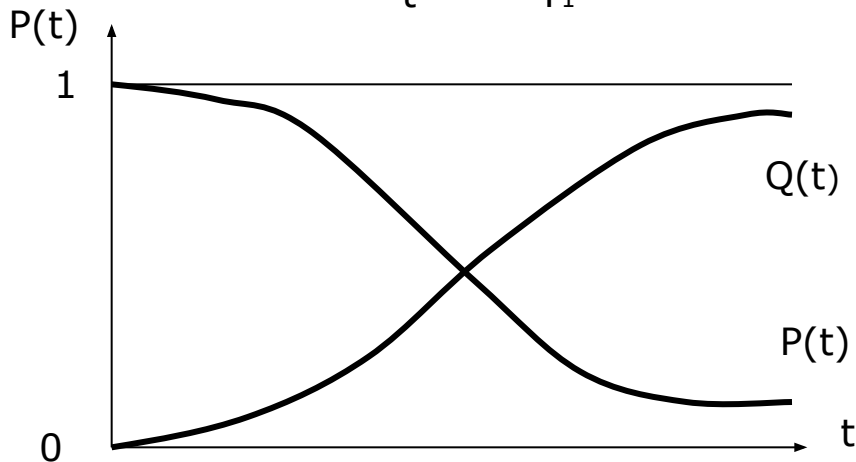
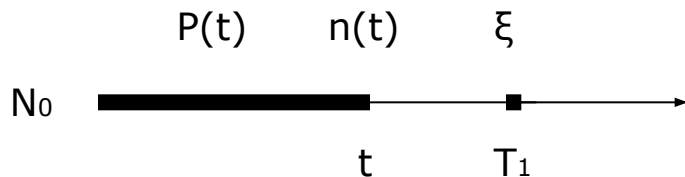
$$P^*(t) = P\{T > t\},$$

где  $t$  – время в течении которого определяется  $P(t)$ ;

$T$  – время от включения до первого отказа.

$$P^*(t) = \lim_{N_0 \rightarrow 0} \frac{N_0 - n(t)}{N_0} = \frac{N_0 - n(t)}{N_0}$$

где  $N_0$  – число образцов аппаратуры в начале испытаний;  
 $n(t)$  – число отказавших образцов за время  $t$ .

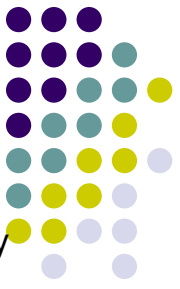


$$P(t) + Q(t) = 1,$$

где  $P(t)$  – вероятность безотказной работы;

$Q(t)$  – вероятность отказа.

$$Q(t) = 1 - P(t); \quad P(t) = 1 - Q(t).$$



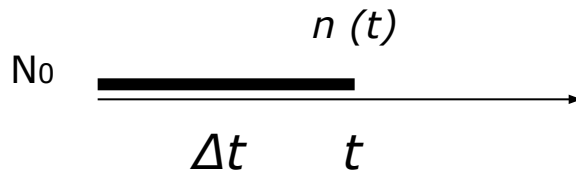
## 2.2. Частота отказов

- **Частота отказов** - число отказов в единицу времени, отнесенное к первоначальному числу элементов.

Из статистических данных частота отказов  $f(t)$  определяется:

$$f^*(t) = \frac{n(t)}{N_0 \Delta t},$$

где  $n(t)$  – число отказавших изделий в рассматриваемый интервал времени  $\Delta t$ ;  
 $N_0$  – число изделий первоначально взятых на испытание.

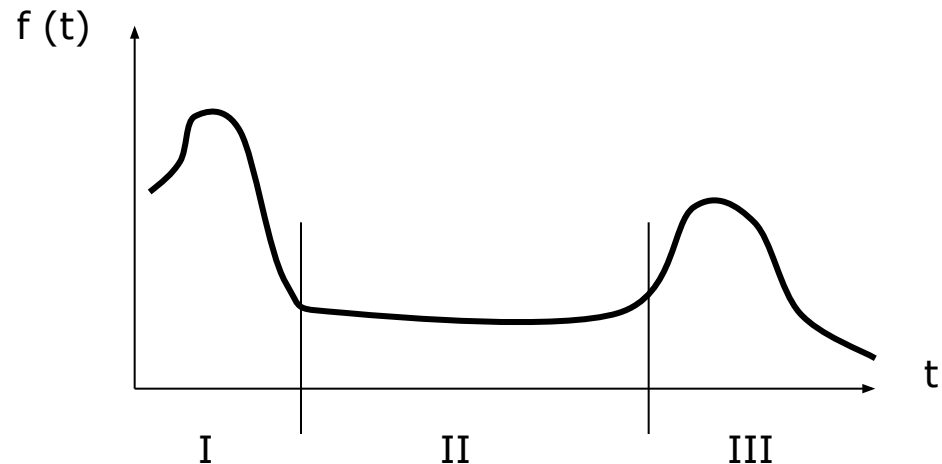


$f(t)$  может быть получена путем дифференцирования  $Q(t)$  и  $P(t)$

$$f(t) = \frac{dQ(t)}{dt} - \frac{dP(t)}{dt},$$

в этом случае  $f(t)$  является плотностью распределения случайной величины  $T$  – времени исправной работы

График функции  $f(t)$



I – период приработки изделий;  
II- период нормальной эксплуатации  
III – период старения, износа



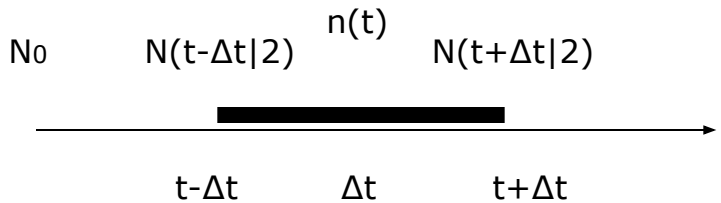
## 2.3. Интенсивность отказов

- Интенсивность отказов** - вероятность отказов невозстанавливаемого изделия в единицу времени после данного момента времени при условии, что до этого момента отказ не возник.

Интенсивность отказов определяется числом отказов в единицу времени, отнесенному к среднему числу элементов, исправно работающих в данный отрезок времени:

$$\lambda^*(t) = \frac{n(t)}{N(t)\Delta t},$$

где  $N(t)$  - среднее число элементов, продолжающих исправно работать на интервале  $\Delta t$

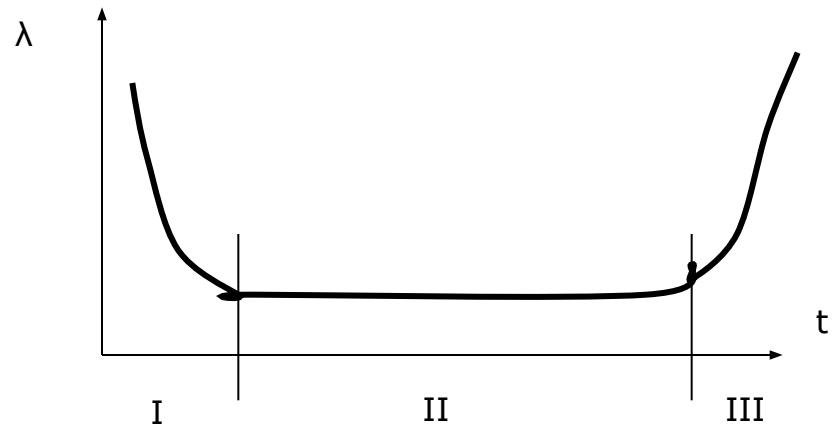


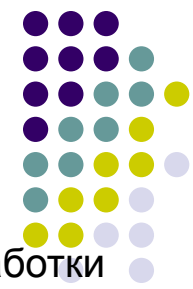
$$N(t) = \frac{N(t - \Delta t/2) + N(t + \Delta t/2)}{2},$$

где  $N(t - \Delta t/2)$  - число исправно работающих объектов в начале интервала времени  $\Delta t$

Интенсивность отказа часто называют  $\lambda$  - характеристикой. Соотношение между  $\lambda(t)$  и  $P(t)$  называют основным законом надежности:

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt}$$

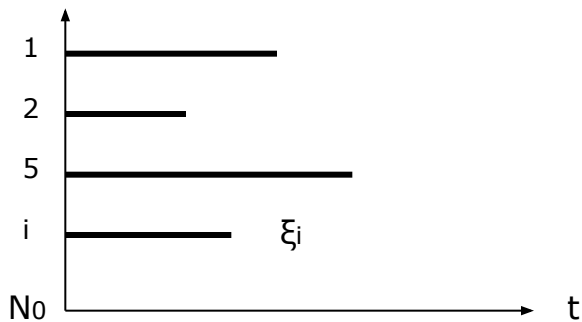




## 2.4. Средняя наработка до отказа

- Средняя наработка до отказа ( $T_0$  или  $T_{cp}$ ) - это математическое ожидание наработки изделия до первого отказа.

Модель испытаний на надежность невосстанавливаемого изделия



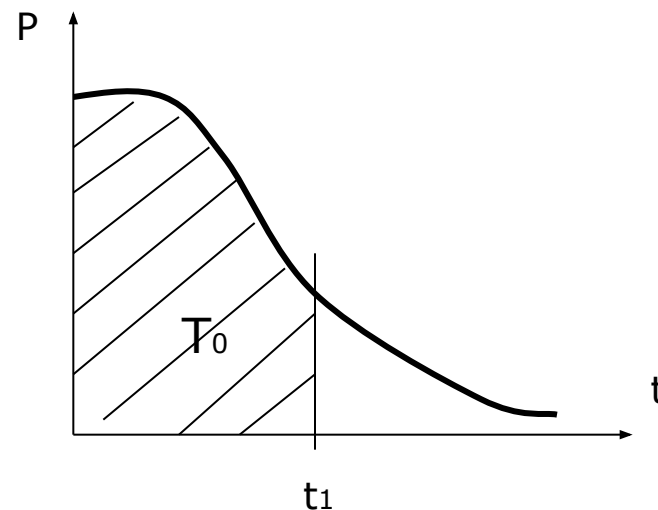
Статистически средняя наработка до отказ однотипных объектов определяется:

$$T_0 = \frac{\sum t_i}{N_0},$$

где  $t_i$  - время исправной работы  $i$  объекта.

Графически  $T_0$  соответствует площади, ограниченной сверху кривой  $P(t)$

$$T_0 = \int_0^t P(t) dt$$

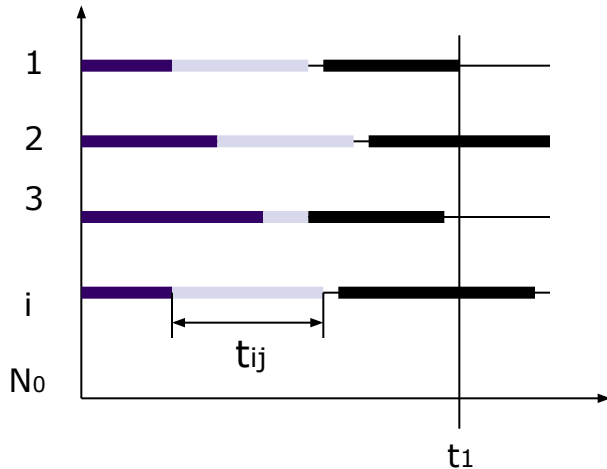




## 2.5 Количественные характеристики надежности восстанавливаемых объектов



- Восстанавливаемые объекты – это объекты, отказы которых устраняются.



$$P^*(t) = 1 - \frac{n(t)}{N_0}$$

### 2.5.1. Параметр потока отказов

Под *потоком отказов* понимается последовательность отказов, происходящих один за другим в случайные моменты времени.

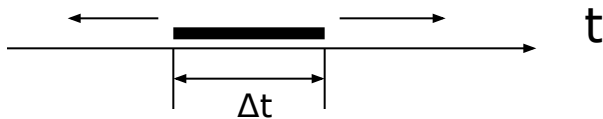
**Параметром потока отказов**  $\omega(t)$  называется предел отношения вероятности появления хотя бы одного отказа за промежуток  $\Delta t$  к данному промежутку при  $\Delta t \rightarrow 0$

$$\omega^*(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_1(t, t + \Delta t)}{\Delta t},$$

## 2.5.2. Простейший поток отказов



- **Простейшим потоком отказов** называется такой поток, при котором время возникновения отказов удовлетворяет одновременно условию **стационарности, отсутствия последствий и ординарности**.



- **Стационарность** случайного процесса времени возникновения отказа означает, что на любом промежутке времени  $\Delta t$  вероятность возникновения  $n$  отказов зависит только от  $n$  и величины промежутка  $\Delta t$ , но не изменяется от сдвига  $\Delta t$  по оси времени.
- **Отсутствие последствий** означает, что вероятность возникновения фиксированного числа отказов на интервале времени  $(t, t+\tau)$  не зависит от того, сколько отказов возникло до момента  $t$ , т.е. отказы являются событиями случайными и независимыми.
- **Ординарность** потока отказов означает невозможность появления в один и тот же момент времени более одного отказа.

Статистически  $\omega^*(t)$  определяется:

$$\omega^*(t) = \frac{\sum n_i(t)}{N_0 \Delta t}.$$



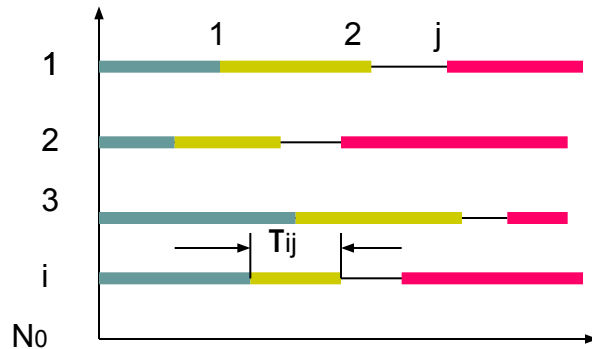
## 2.5.3. Нарботка на отказ

- **Нарботка на отказ** ( средняя наработка на отказ )  $T_{0n}$  – это среднее время между соседними отказами.

$T_{0n}$  определяется отношением суммарной наработки восстанавливаемых изделий к суммарному числу отказов за какое-то время испытаний:

$$T_{0n} = \frac{\sum \sum t_{ij}}{\sum \sum r_{ij}},$$

где  $j$  – индекс номера отказа,  $i$  – индекс номера изделия.

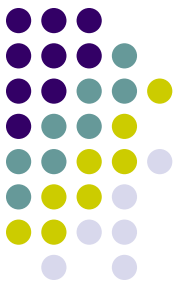


$T_{ij}$  – время между соседними отказами;  
 $r_{ij}$  – количество отказов.

Для простейшего потока отказов

$$\lambda(t) = \omega(t),$$

Если  $\lambda(t) = 1/T_0$ , то  $T_{0n} = 1/\omega(t)$ .



### 3. Основные показатели ремонтпригодности, долговечности и сохраняемости

#### 3.1. Показатели ремонтпригодности.

**Вероятность восстановления работоспособного состояния** – это вероятность того, что время восстановления работоспособного состояния объекта не превысит заданного.

- Вероятность восстановления работоспособного состояния представляет собой значение функции распределения времени восстановления при  $tв = Tз$ , где  $Tз$  - заданное время восстановления,  $P(tв) = P(tв < Tз) = F(tв)$ .

Для экспоненциального закона распределения:

$$P(tв) = e^{-\int_0^{tв} \mu(t) dt} \quad \text{или} \quad P(tв) = e^{-\mu t},$$

где  $\mu$  - интенсивность восстановления.

**Среднее время восстановления работоспособного состояния** - математическое ожидание времени восстановления работоспособного состояния. Определяется по формуле

$$Tв = \int_0^{\infty} t f(tв) dt = \int_0^{\infty} t dF(tв) = \int_0^{\infty} [1 - F(tв)] dt$$

где:  $F(tв)$  - функция распределения времени восстановления;

$f(tв)$  - плотность распределения времени восстановления.

Для экспоненциального закона  $tв = \frac{1}{\mu}$  при расчете по статистическим данным :  $Tв = \frac{\sum_{i=1}^n \tau}{n}$

# 3. Основные показатели ремонтпригодности , долговечности и сохраняемости



## 3.2. Показатели долговечности.

**Средний ресурс** - математическое ожидание ресурса.

- Если предельное состояние обуславливает окончательное снятие объекта с эксплуатации, то показатели долговечности называют: **полный средний ресурс (срок службы), полный назначенный ресурс**.
- В полный срок службы входят продолжительности всех видов ремонта объекта. Выражение для расчета среднего ресурса имеет вид:

$$R_{\text{ср}} = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} t dF(t) = \int_0^{\infty} [1 - F(t)] dt,$$

где:  $R_{\text{ср}}$  - средний ресурс (средний срок службы);

$F(t)$  - функция распределения наработки до отказа (ресурса срока службы);

$f(t)$  - плотность распределения ресурса, срока службы.

**Гамма-процентный ресурс** - наработка, в течение которой объект не достигнет предельного состояния с заданной вероятностью  $\gamma$ , выраженной в процентах.

$$P_{\gamma}(t) = \frac{\gamma}{100}$$

**Назначенный ресурс** - суммарная наработка объекта, при достижении которой применение по назначению должно быть прекращено.

**Средний срок службы** - математическое ожидание срока службы.

### 3. Основные показатели ремонтпригодности , долговечности и сохраняемости



#### 4.3. Показателя сохраняемости.

- **Средний срок сохраняемое** - математическое ожидание срока сохраняемости.
- **Гамма-процентный срок сохраняемости** - срок, достигаемый с заданной вероятностью  $\gamma$  выраженной в процентах.



## 4. Комплексные показатели надежности

- Коэффициент готовности – это вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов времени, в течение которых применение по назначению не предусмотрено

$$K_G = \frac{T_0}{T_0 + T_B}$$

- Коэффициент оперативной готовности определяется как вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течении которых применение объекта по назначению не предусматривается и, начиная с этого момента, будет работать безотказно в течении заданного интервала времени  $t_{ог}$

- Коэффициент простоя  $K_{\Pi} = 1 - K_G = \frac{T_B}{T_0 + T_B}$   $K_{ог} = K_G \cdot P(t_{ог})$

- Коэффициент технического использования – это отношение математического ожидания интервалов времени пребывания объекта в состоянии простоев, обусловленных техническим обслуживанием и ремонтом, за тот же период эксплуатации

$$K_{ТИ} = \frac{\bar{t}}{\bar{t} + \bar{t}_{ТО} + \bar{t}_P}$$

# 5. Основные законы распределения случайных величин, используемые в теории надежности.



## 5.1. Нормальное распределение (закон Гауса).

Плотность вероятности нормального распределения находят по выражению:

$$f(t) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-a)^2}{2\sigma^2}} \quad \text{для } t > 0,$$

где  $a$  и  $\sigma$  – параметры распределения Гауса,  $a > 0$ ,  $\sigma > 0$ ,  $\frac{\sigma}{a} < 0,25$ .

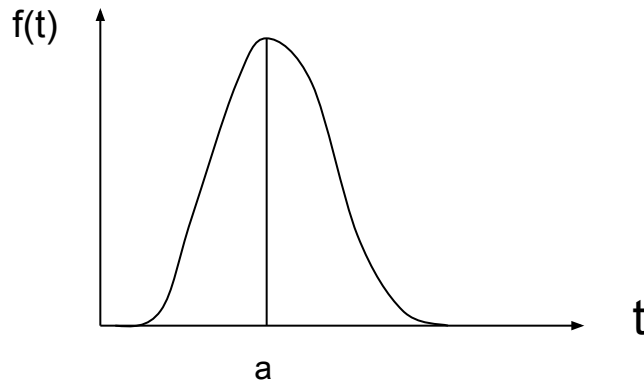


Рис.5.1

Параметры закона  $a$  и  $\sigma$  являются его числовыми характеристиками:

$$M(t) = a, \quad \sigma_2(t) = a \cdot \sigma^2$$

Наработка до отказа невосстанавливаемых объектов приближенно распределена по нормальному закону (Гаусса).

Это характерно для объектов, подверженных старению и износу.



## 5.2. Экспоненциальное распределение



Распределение случайной положительной величины называется **экспоненциальным**, если его плотность распределения вероятности имеет вид:

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}, \quad t \geq 0,$$

где  $\lambda$  – параметр распределения,  $\lambda > 0$ .

$$f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$$

При экспоненциальном распределении времени возникновения отказов  $\lambda(t) = \text{const}$ . Для восстанавливаемых систем при применении экспоненциального закона распределения характерен простейший поток отказов.

Зависимости между основными количественными показателями:

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} = e^{-\lambda t}$$

$$T_0 = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}$$

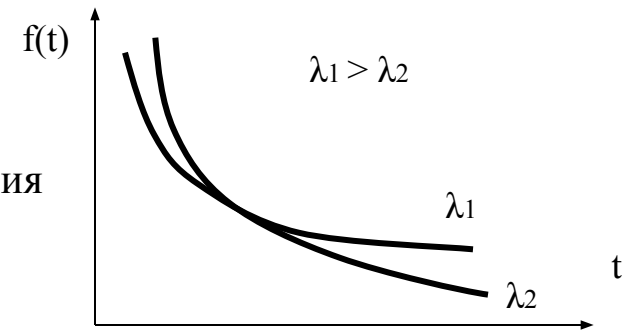


Рис.5.2

## 5.3. Распределение Вейбулла

Случайная положительная величина имеет **распределение Вейбулла**, если для плотности распределения справедливо уравнение:

$$f(t) = \frac{b}{a} \left(\frac{t}{a}\right)^{b-1} e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^b},$$

где  $a$  и  $b$  – параметры распределения

Параметры  $a$  и  $b$  могут очень сильно менять вид кривой. На рис.5.3 показан характер изменения  $f(t)$  при изменении  $b$ . При  $b = 1$  распределение Вейбулла вырождается в экспоненциальное распределение.

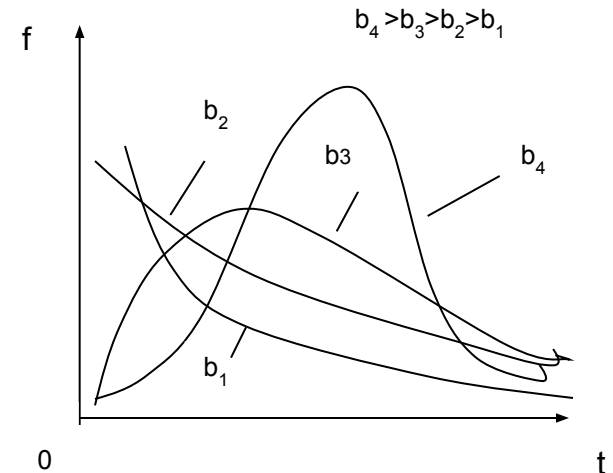
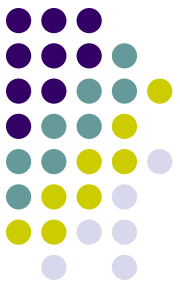


Рис. 5.3





## 5.4. Распределение Пуассона.

Случайная величина имеет **распределение Пуассона** тогда, когда вероятность, что она принимает целое положительное значение, находится по формуле:

$$P(x_1) = \frac{1}{x_1!} a^{x_1} e^{-a},$$

где  $a$  – параметр распределения,  $a > 0$ .

Распределение Пуассона является частным случаем биномиального распределения, когда число испытаний  $n$  достаточно велико, а вероятность наступления события  $A$  в одном испытании достаточно мала ( $P < 0,1$ ). Этот закон называют еще законом «редких событий» из – за малости  $P$ .

Закону Пуассона подчиняются следующие случайные величины:

- число отказов элементов за время  $t$ , если наработка до отказа у каждого из однотипных элементов распределена по экспоненциальному закону;
- число отказов за время  $t$  для восстанавливаемого объекта, у которого промежутки времени между соседними отказами имеют экспоненциальное распределение;
- число дефектных изделий в выборке, если доля дефектных изделий  $q < 0,1$  и др.

## 6. Основной закон надежности



Поставив выражение  $f(t)$  в формулу для нахождения  $\lambda(t)$ , получим:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = -\frac{dP(t)}{P(t)dt} \quad \text{или} \quad -\lambda(t)dt = \frac{dP(t)}{P(t)}$$

Проинтегрируем полученное выражение в пределах от 0 до  $t$ :  $\int_0^t \frac{dP(t)}{P(t)} = -\int_0^t \lambda(t)dt$

После подстановки верхнего и нижнего пределов интегрирования в левую часть формулы можно записать:

$$\ln P(t) - \ln P(0) = -\int_0^t \lambda(t)dt \quad P(0) = 1; \quad \ln 1 = 0.$$

Тогда  $\ln P(t) = -\int_0^t \lambda(t)dt$ , откуда, по определению натуральных логарифмов имеем:

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt} \quad \text{- основной закон надежности}$$