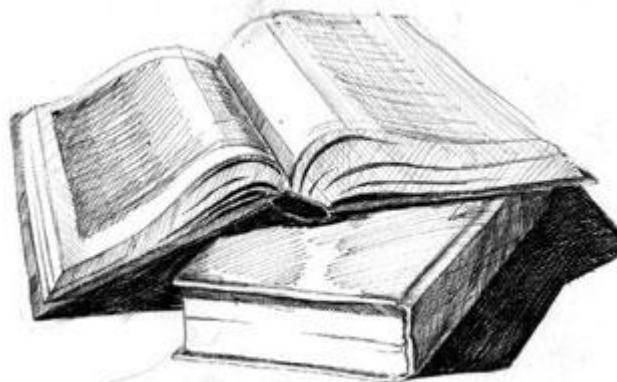


Министерство просвещения Российской Федерации
Центральная предметно-методическая комиссия по астрономии
Всероссийской олимпиады школьников

XXVI Всероссийская олимпиада школьников по астрономии

Заключительный этап
г. Самара, 19-24 марта 2019 г.

Теоретический тур





Искусственный спутник Земли обращается по круговой экваториальной орбите на высоте 500 км над поверхностью Земли в направлении осевого вращения Земли. На нем установлен мощный узконаправленный прожектор, вращающийся так, чтобы держать на луче определенную точку на экваторе Земли всегда, когда это только возможно. Определите длительность каждого сеанса такого освещения, а также угловые скорости прожектора в начале и середине сеанса. Сам спутник не вращается вокруг своей оси, атмосферной рефракцией и поглощением света, а также действием на систему всех других тел пренебречь.

IX.1 ЛАЗЕР СЛЕДЯЩИЙ



Этап 1 – 6 баллов

Период обращения спутника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(R + H)^3}{GM}} = 1.577 \text{ час.}$$

Синодический период спутника:

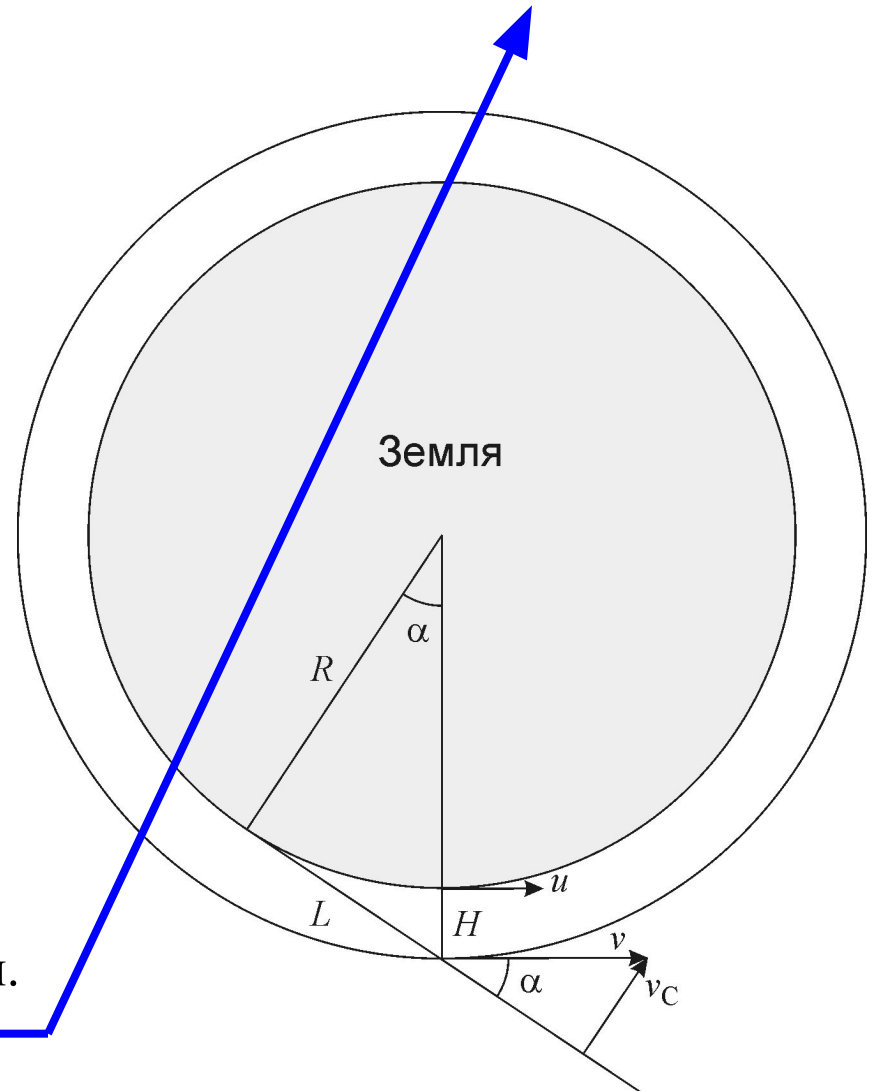
$$S = \frac{T T_0}{T_0 - T} = 1.688 \text{ час.}$$

Максимальная разность долгот:

$$\alpha = \arccos \frac{R}{R + H} = 22^\circ.$$

Длительность одного сеанса:

$$t = S \cdot 2\alpha / 360^\circ = 0.206 \text{ час} = 12.4 \text{ мин.}$$



IX.1 ЛАЗЕР СЛЕДЯЩИЙ



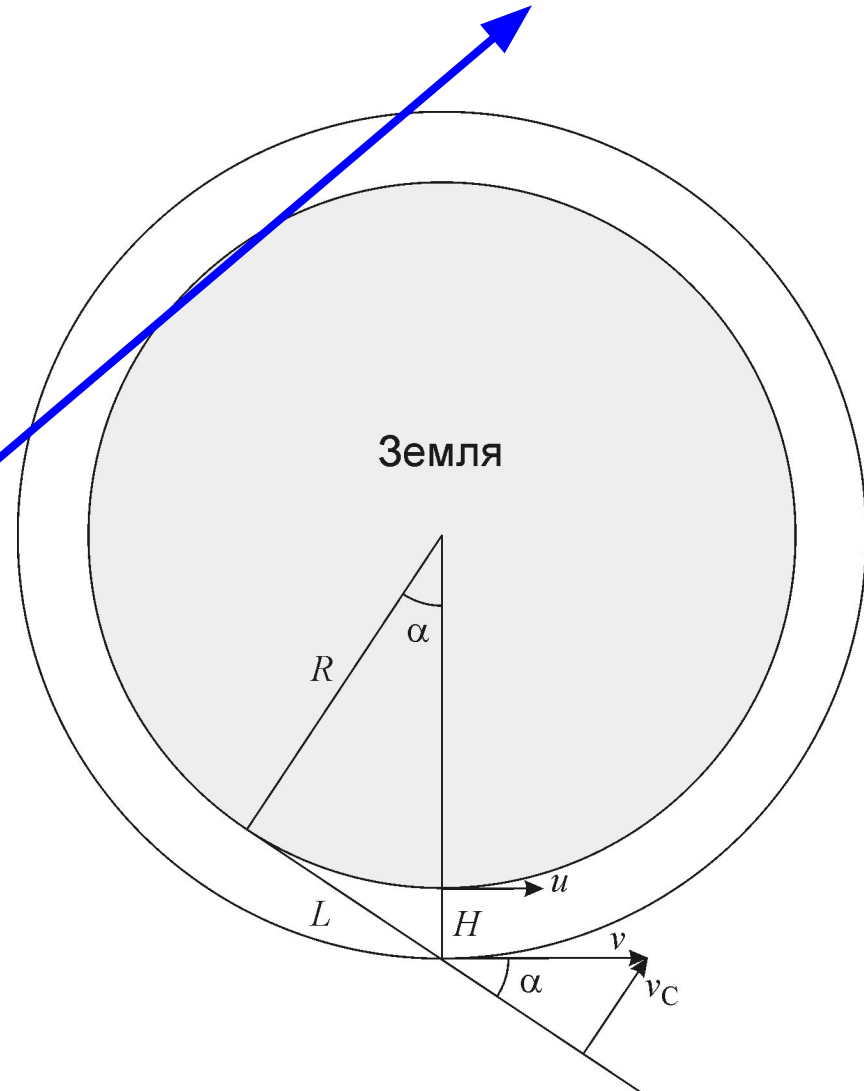
Орбитальная скорость спутника:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R+H}} = 7.613 \text{ км/с.}$$

Угловая скорость в середине сеанса:

$$\omega_0 = \frac{v-u}{H} = 0.0143 \text{ с}^{-1} = 0.82^\circ / \text{с.}$$

Этап 2 – 6 баллов



IX.1 ЛАЗЕР СЛЕДЯЩИЙ



Начало и конец сеанса:

Тангенциальная скорость спутника:

$$v_C = v \sin \alpha = 2.852 \text{ км/с.}$$

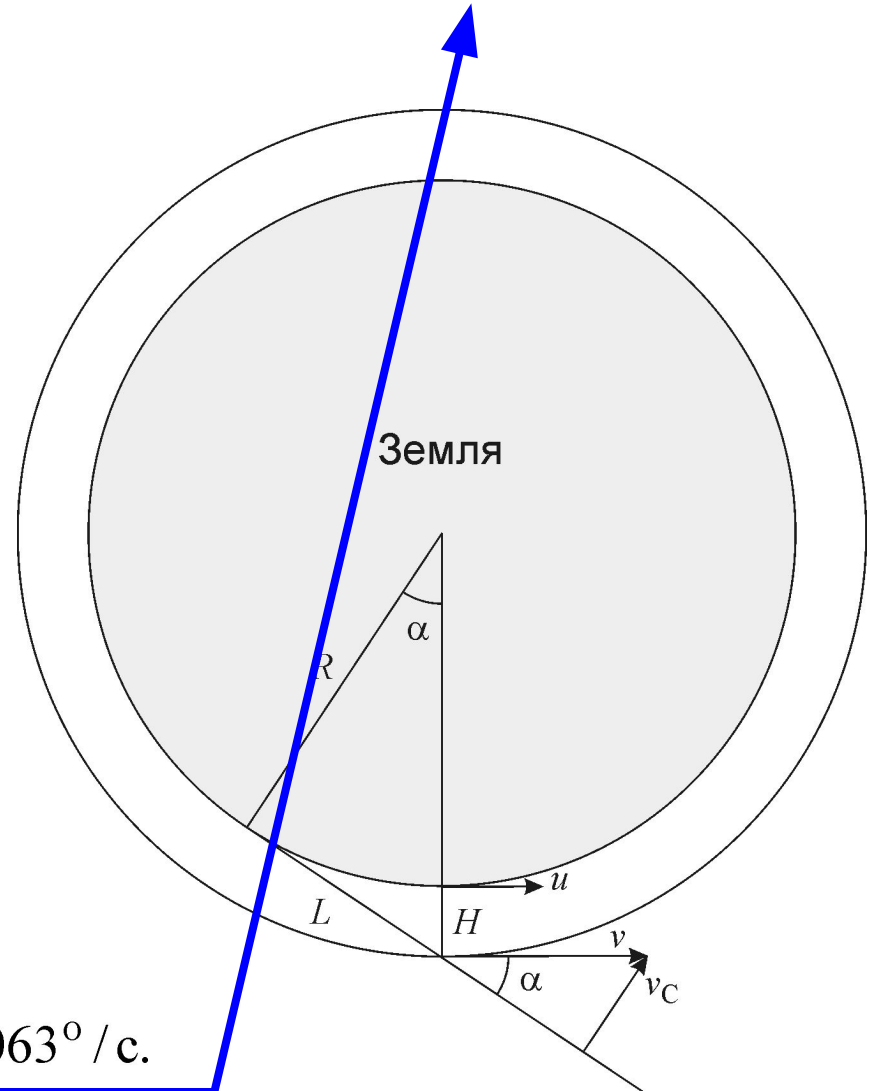
Расстояние до спутника:

$$L = \sqrt{(R + H)^2 - R^2} = R \operatorname{tg} \alpha = 2575.5 \text{ км.}$$

Угловая скорость:

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{v_C}{L} = \frac{v \cos \alpha}{R} = \frac{v}{R + H} = \\ &= \sqrt{\frac{GM}{(R + H)^3}} = \frac{2\pi}{T} = 0.00111 \text{ с}^{-1} = 0.063^\circ / \text{с.} \end{aligned}$$

Этап 3 – 4 балла





Система оценивания:

Длительность сеанса	6	
Угловая скорость в середине		6
(Геоцентрическая)	(0)	
(Без учета вращения Земли)	(4)	
Угловая скорость в начале/конце		4

ИТОГО	16	
-------	----	--



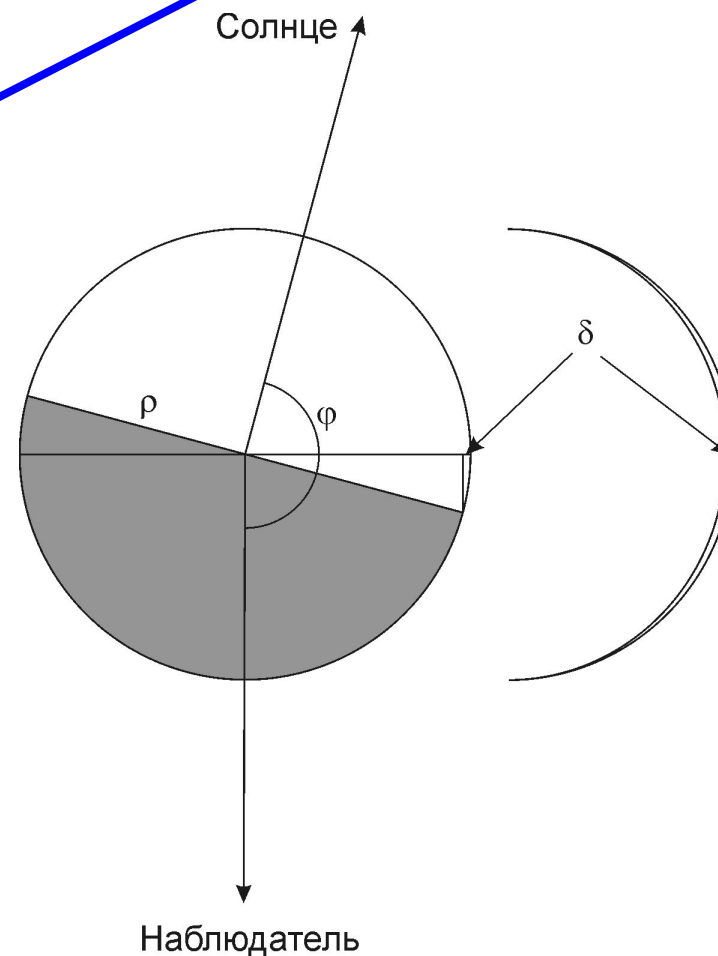
Луна и Венера вступили на небе Земли в тесное соединение, обе при этом видны как тонкие серпы. У кого из них фаза больше и во сколько раз? Атмосферные эффекты увеличения фазы Венеры не учитывать.



Фаза объекта (не затмения!),
линейная или площадная:

$$F = \frac{1 + \cos \varphi}{2}$$

Этап 1 – 4 балла





Этап 2 – 8 баллов

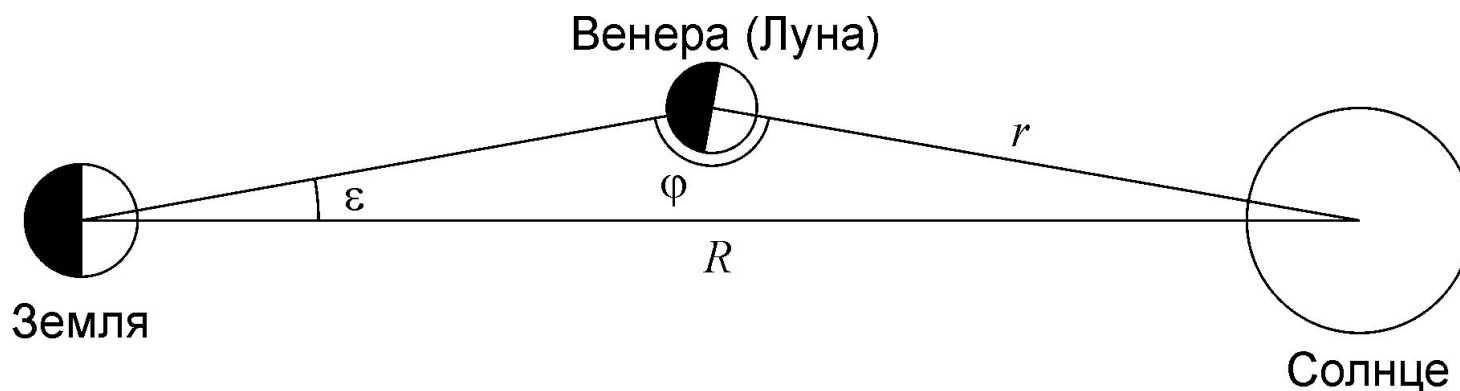
Угол ε одинаков для Луны и Венеры.

Фазовый угол: $\sin \varphi = \sin \varepsilon \frac{R}{r}$.

Фазовый угол близок к 180° :

$$\cos \varphi = -\sqrt{1 - \sin^2 \varphi} \approx -1 + \frac{\sin^2 \varphi}{2} = -1 + \frac{\sin^2 \varepsilon}{2} \frac{R^2}{r^2}.$$

Фаза: $F = \frac{\sin^2 \varepsilon}{4} \cdot \frac{R^2}{r^2}.$



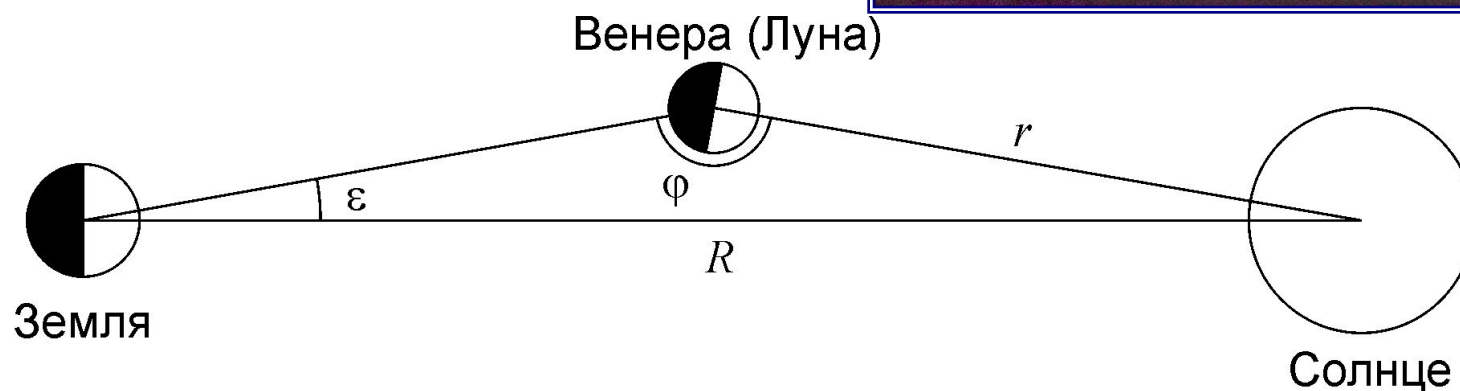


Этап 3 – 4 балла

Луна: $(R/r_L)^2 = 1.005 \sim 1$.

Венера: $(R/r_V)^2 = 1.91$.

Соотношение фаз: $\frac{F_V}{F_M} \approx \frac{R^2}{r_V^2} = 1.91$.





Система оценивания:

Выражение для фазы	4	
Фаза в приближении серпа		8
Соотношение фаз	4	

ИТОГО	16	
-------	----	--



Эллиптическая галактика типа E0 (шарообразная форма) на 20% по массе состоит из звезд солнечного типа и на 80% - из темной материи. Плотность обеих составляющих постоянна на всем объеме галактики. Некоторая звезда движется по замкнутой траектории внутри галактики, не вылетая за ее пределы, с периодом 100 миллионов лет. Сколько всего звезд было бы видно невооруженным глазом в небе обитаемой планеты, обращающейся вокруг этой звезды? Тесные сближения с другими звездами не учитывать.



Центростремительное ускорение:

$$g = -\frac{4\pi G\rho r}{3}.$$

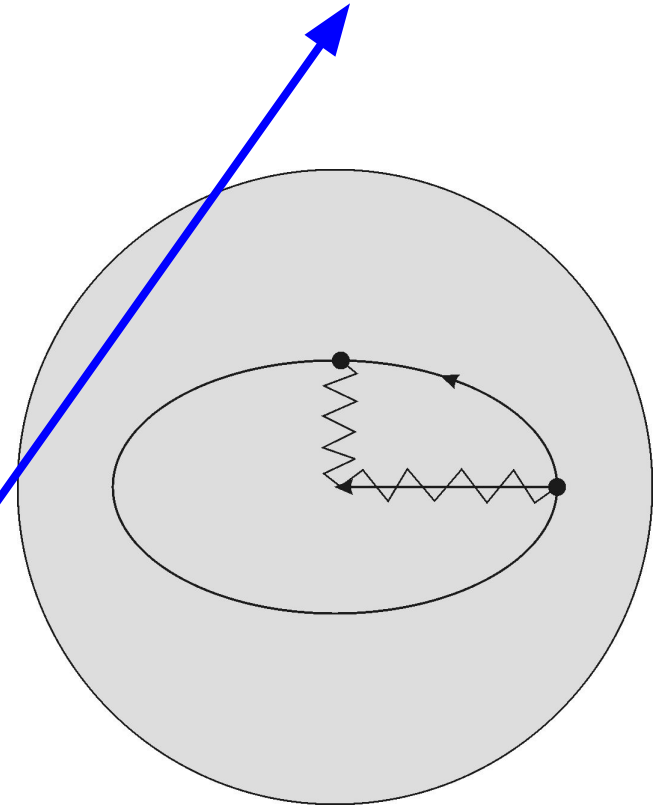
Пружинный маятник: $a = -\omega^2 r$.

Период колебаний: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{3}{4\pi G\rho}}.$

Плотность галактики:

$$\rho = \frac{3\pi}{GT^2} = 1.4 \cdot 10^{-20} \text{ кг/м}^3.$$

Этап 1 – 6 баллов



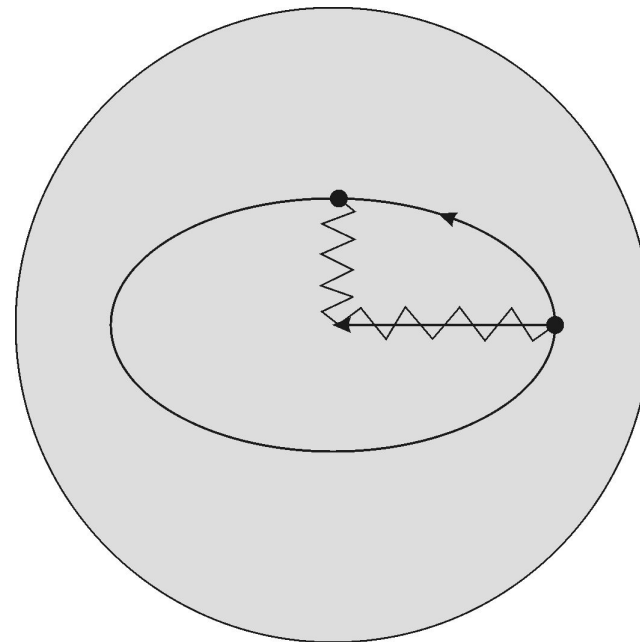


Концентрация звезд в галактике:

$$\rho \cdot \eta = n \cdot M; \quad n = \frac{\rho \cdot \eta}{M} = \frac{3\pi\eta}{GMT^2} = 1.4 \cdot 10^{-51} \text{ м}^{-3} = 0.041 \text{ пк}^{-3}.$$

$$\eta = 0.2.$$

Этап 2 – 4 балла





Этап 3 – 4 балла

Расстояние, с которого можно будет увидеть звезду:

$$\lg r_0 = \frac{m - m_0}{5} + 1; \quad r_0 = 18.2 \text{ пк.}$$

Этап 4 – 2 балла

Количество видимых звезд:

$$N = \frac{4\pi nr_0^3}{3} \approx 1000.$$



Система оценивания:

Плотность галактики	6	
(из модели круговой орбиты)	(4)	
Концентрация звезд	4	
Максимальное расстояние до звезды		4
Число звезд	2	
(на сфере или полусфере)		

ИТОГО	16	
-------	----	--

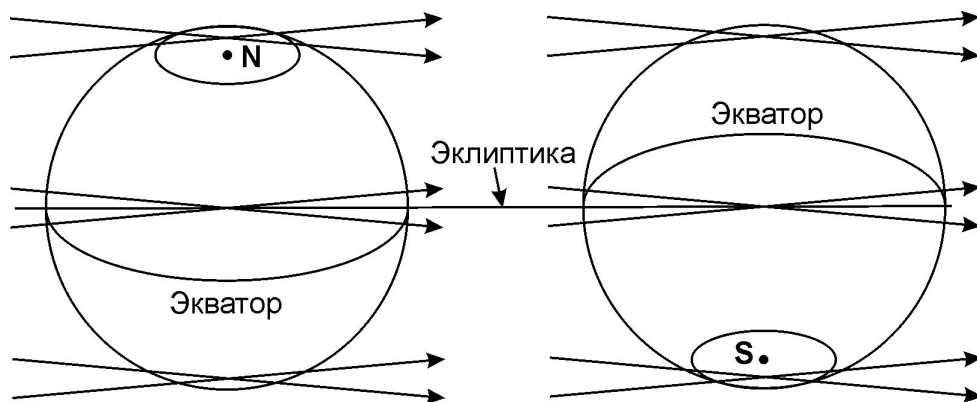
(Попытка учета межзвездного поглощения)	(-4)
---	------



В каких широтах лунная тень во время солнечного затмения может двигаться по поверхности Земли точно с запада на восток, и в каких – точно с востока на запад? Атмосферной рефракцией и рельефом Земли пренебречь.



Солнцестояния:



С запада на восток – на любой широте.

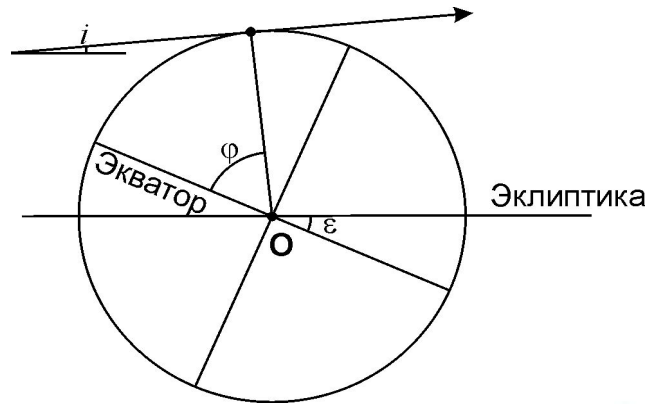
Этап 1 – 6 баллов

С востока на запад – от полярного круга до полюса?

IX.4 БЕГУЩАЯ ТЕНЬ

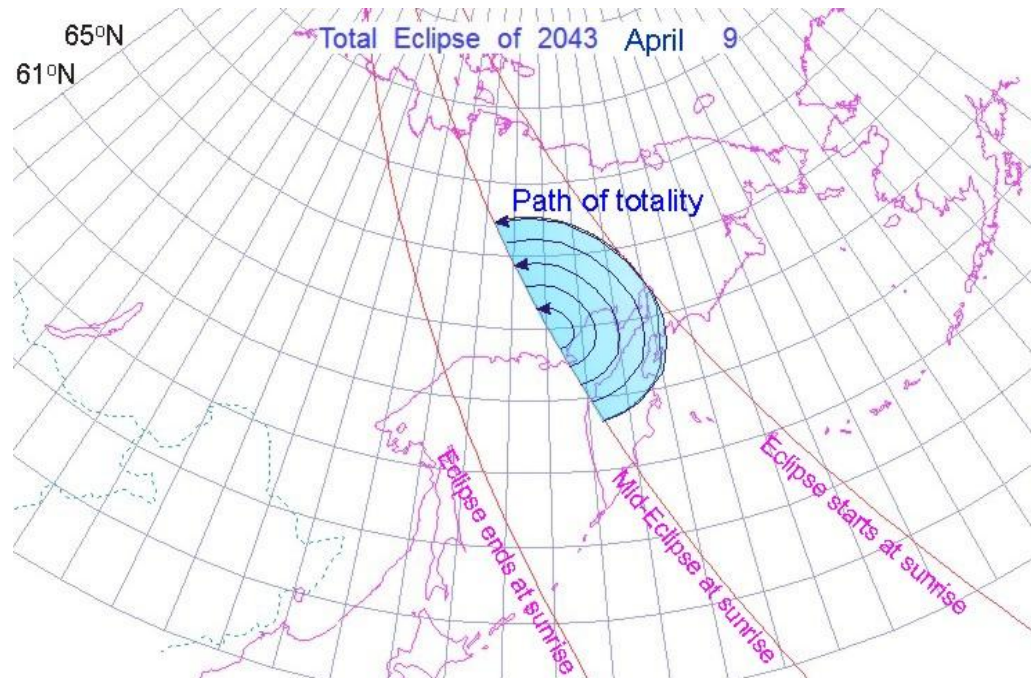


Равноденствия:



Минимальный модуль широты:
 $\phi = 90^\circ - \varepsilon - i = 61.4^\circ$.

Этап 2 – 10 баллов





Система оценивания:

Движение с запада на восток		6
(рассмотрено одно полушарие)	(2)	
Движение с востока на запад		10
(рассмотрено одно полушарие)	(6)	
(от полярного круга до полюса)	(4)	
(от широты 61.4° с рассмотрением солнцестояния)		(4)
(от полярного круга, одно полушарие)	(2)	

ИТОГО	16
-------	----



Один астроном решил сделать себе свой собственный планетарий, просверлив отверстия нужного размера в глобусе радиусом 20 см, в центр которого он установил точечный источник света. Оцените размер отверстия в глобусе, при котором размер проецируемой звезды перестанет сокращаться с уменьшением диаметра отверстия. Пусть такой диаметр соответствует самым слабым звездам, видимым невооруженным глазом. Считая, что относительная яркость звезд должна сохраняться, определите размер отверстия для самой яркой звезды ночного неба, Сириуса, имеющего звездную величину -1.5^m , и угловой размер его изображения. Звезды какой звездной величины сидящий рядом с планетарием астроном увидит, как точки?

Этап 1 – 8 баллов

Геометрический угловой размер изображения:

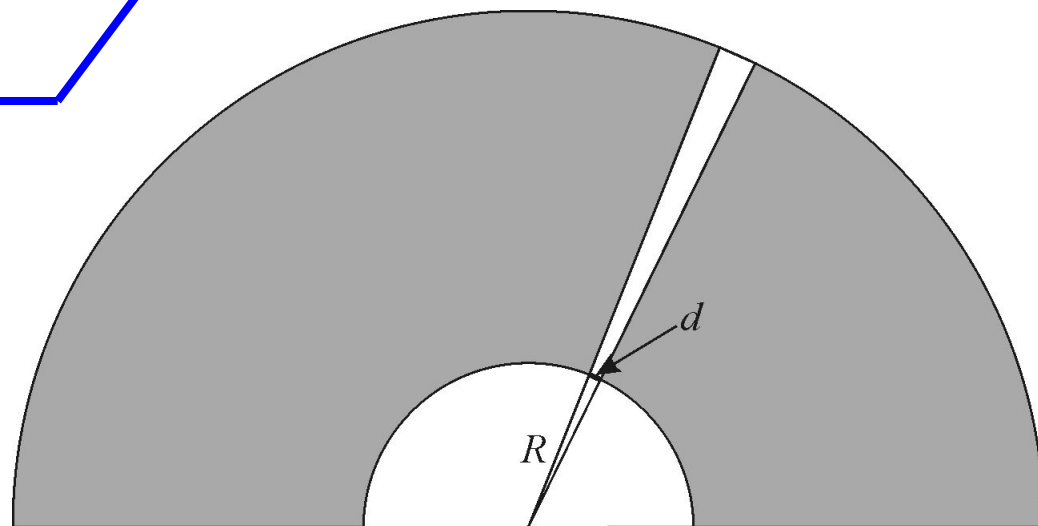
$$\alpha = \frac{d}{R}.$$

Дифракционный угловой размер изображения:

$$\beta \approx \frac{\lambda}{d}.$$

Оптимальный диаметр отверстия:

$$\frac{d}{R} = \frac{\lambda}{d}, \quad d = \sqrt{\lambda R} \approx 0.3 \text{ мм.}$$



Этап 2 – 4 балла

Угловой размер изображения:

$$\theta \approx \alpha + \beta = 2 \frac{d}{R} = 2 \frac{\lambda}{d} \approx 0.003 \text{ рад} = 10'.$$

Точечных изображений звезд не будет.

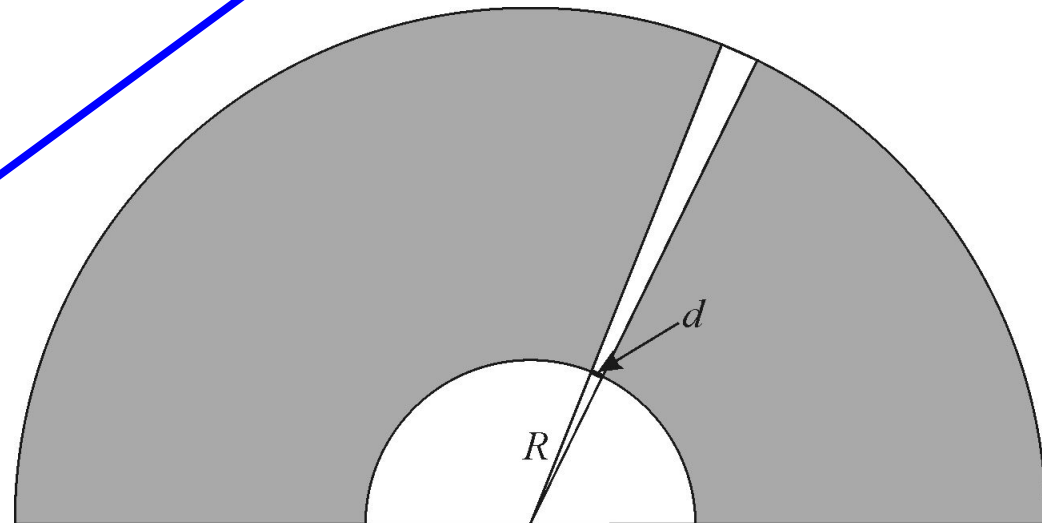
Этап 3 – 4 балла

Сириус ярче в $10^{0.4 \cdot 7.5} = 1000$ раз.

Диаметр отверстия: $d_s = d \sqrt{1000} \approx 10 \text{ мм}.$

Видимый размер изображения:

$$\theta_s = \frac{d_s}{R} \approx 0.05 \text{ рад} = 3^\circ.$$





Система оценивания:

Оптимальный диаметр отверстия	8	
Возможность точечных изображений	4	
Диаметр отверстия и изображения Сириуса	2 + 2	

ИТОГО	16	
-------	----	--



12 сентября 2018 года комета Джакобини-Циннера прошла на минимальном расстоянии от Земли в своем текущем обороте вокруг Солнца и одновременно оказалась в точке перигелия своей орбиты. После этого, 9 октября 2018 года, наступил острый максимум метеорного потока Дракониды, порожденного этой кометой. Считая, что радиант потока находится в северном полюсе эклиптики, а сам рой компактен, найдите минимальное расстояние кометы Джакобини-Циннера от Земли в 2018 году и наклонение ее орбиты к плоскости эклиптики. Эксцентриситет орбиты кометы равен 0.7, орбиту Земли считать круговой.

IX.6 КОМЕТА СО СВИТОЙ



Система отсчета, движущаяся с Землей:

Расстояние до кометы: $L = v_0 (t - t_0) = 0.46 \text{ а.е.}$

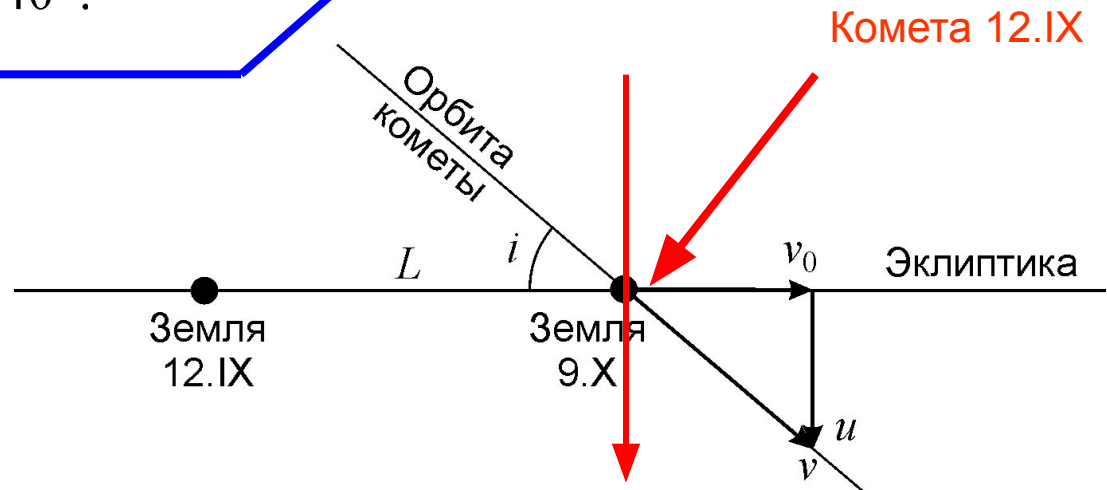
Этап 1 – 8 баллов

Скорость кометы: $v = v_0 \sqrt{1 + e}$.

Наклон орбиты:

$$i = \arccos \frac{v_0}{v} = \arccos \sqrt{\frac{1}{1 + e}} = 40^\circ.$$

Этап 2 – 8 баллов





Система оценивания:

Минимальное расстояние
(Положение кометы 12.IX не в узле)

8
(0)

Наклонение орбиты
(90° , 23.4° , 66.6° , ...)

8
(0)

ИТОГО

16



В одном из проектов будущего предполагается разгонять маленькие космические корабли мощным лазерным лучом, отправляя их на большие расстояния. До какой скорости можно разогнать идеально зеркальный корабль цилиндрической формы с диаметром основания 1 мм и массой 1 мг оптическим лазером мощностью 1 МВт и расходимостью пучка 5"? Считать, что основание цилиндра ориентировано перпендикулярно лазерному лучу, сам луч при выходе из лазера очень тонкий. Начальной скоростью корабля и гравитационным действием на него всех окрестных тел пренебречь.

X/XI.1 ЛАЗЕР ДВИЖУЩИЙ



Две зоны с разным характером действия лазера

Этап 1 – 2 балла

Граница: $D_0 = d_0 / \rho = 41$ м.

Этап 2 – 4 балла

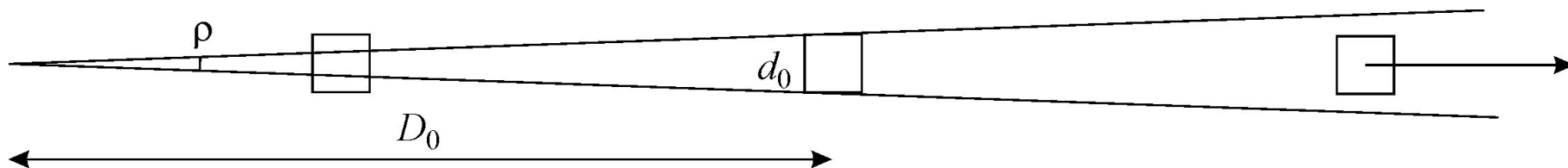
«Ближняя зона» - сила: $F_0 = 2P / c$,

Энергия: $E_0 = F_0 D_0 = \frac{2Pd_0}{\rho c}$.

Этап 3 – 4 балла

«Дальняя зона» - сила: $F = F_0 \frac{D_0^2}{D^2}$.

Приращение энергии: $\Delta E = F_0 D_0 = E_0$.

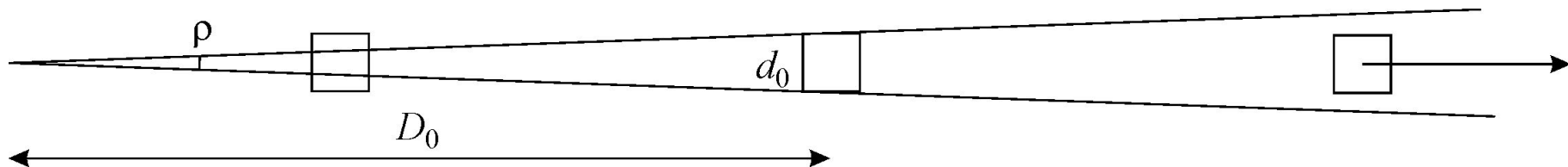
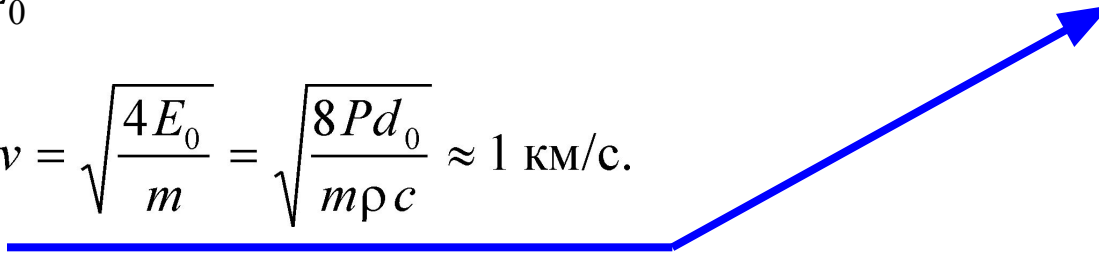




Энергия: $2E_0$

Скорость: $v = \sqrt{\frac{4E_0}{m}} = \sqrt{\frac{8Pd_0}{m\rho c}} \approx 1 \text{ км/с.}$

Этап 4 – 2 балла





Система оценивания:

Две зоны, расстояние границы	2	
Энергия (скорость) после ближней зоны	8	
(не учтен множитель 2)		(-2)
Энергия на бесконечности	8	
Скорость на бесконечности	2	
(не учтен множитель 2)		(-2)

ИТОГО	16	
-------	----	--

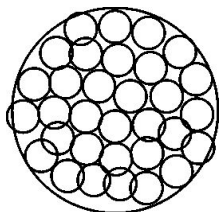


Ядро слабой кометы располагается в противосолнечной точке неба на расстоянии 1 а.е. от Земли, находясь при этом в перигелии своей параболической орбиты. В этот момент в ядре происходит взрыв, разбивающий его на миллион одинаковых осколков, разлетающихся во все стороны со скоростью до 10 м/с. Вскоре после взрыва комета на короткое время становится видимой на пределе в телескоп с диаметром объектива 8 см. Оцените время, в течение которого комета будет превосходить по своей поверхностной яркости фон неба (21^m с квадратной секунды).



Проницающая способность телескопа:
 $m = 6 + 5 \lg (D/d) = 11$ (допустимо $\pm 1^m$).

Этап 1 – 4 балла



Расстояние кометы от Солнца
практически не меняется

Этап 2 – 2 балла

Поверхностная яркость не зависит от расстояния до Земли,
примем его равным 1 а.е., тогда общая яркость кометы не меняется.

21^m : $1/10000$ от 11^m . Угловой радиус кометы: $\rho = \sqrt{10000/\pi}'' = 56'' \approx 1'$.

Пространственный радиус кометы: $R = l \sin \rho \sim 40$ тыс. км.

Этап 3 – 6 баллов

Этап 4 – 4 балла

Искомое время: $T = R / v = 1.5$ месяца.



Система оценивания:

Проницающая способность телескопа	4
Постоянство расстояния от Солнца	2
Пространственный радиус кометы (не обосновано расстояние от Земли 1 а.е.)	6 (4)
Время (правильный ответ)	4

ИТОГО	16
-------	----



На Земле происходит солнечное затмение. В некоторой точке Земли на горизонте наблюдается полное затмение с фазой ровно 1.0, видимые диски Солнца и Луны совпадают по положению и размерам. В 10 км от этой точки вдоль пути тени ширина полосы полной фазы на поверхности Земли составляет 200 м. На какой максимальной высоте над горизонтом можно будет увидеть это полное солнечное затмение на Земле? Атмосферной рефракцией, рельефом и эффектами осевого вращения Земли пренебречь.

Х.4 ТОНКАЯ ПОЛОСА



Угол раствора тени: $\delta = 32'$ или 0.0093 рад.

Ширина конуса тени в точке **В**: $S_0 = L\delta = 93$ м.

Ширина полосы тени на поверхности Земли:

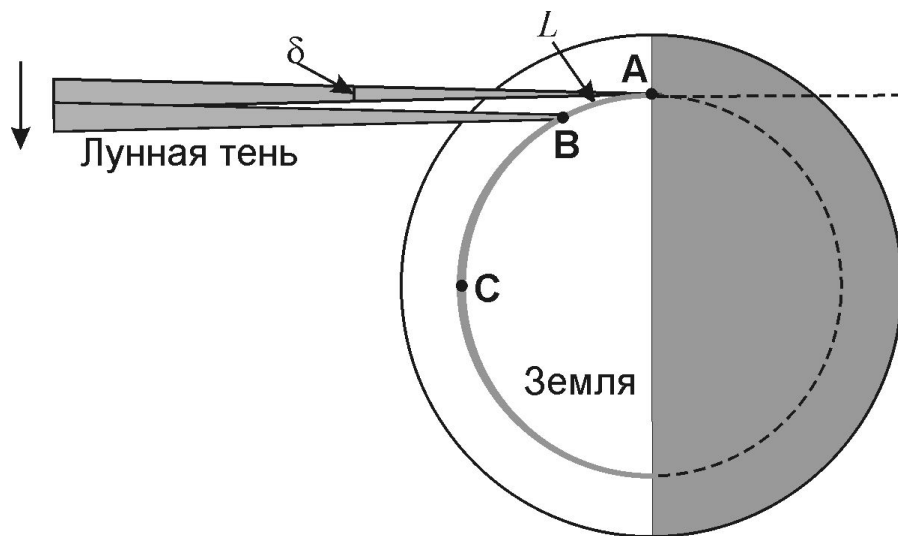
$$S = S_0 / \cos \gamma = L\delta / \cos \gamma = 200 \text{ м.}$$

«Эклиптическая широта» затмения:

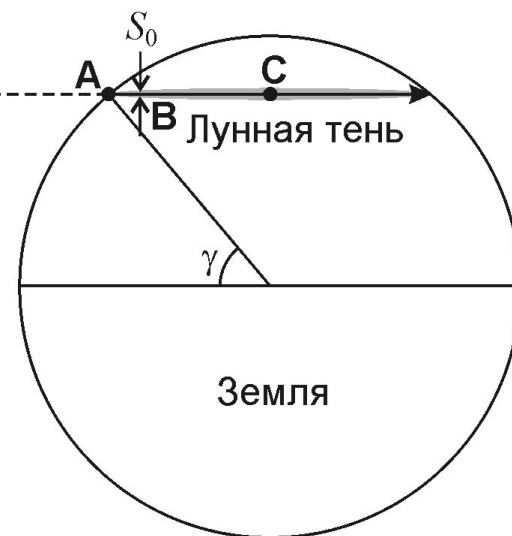
$$\gamma = \arccos (L\delta / S) = 62.3^\circ.$$

Этап 1 – 6 баллов

Этап 2 – 6 баллов



Солнце сбоку



Солнце позади наблюдателя



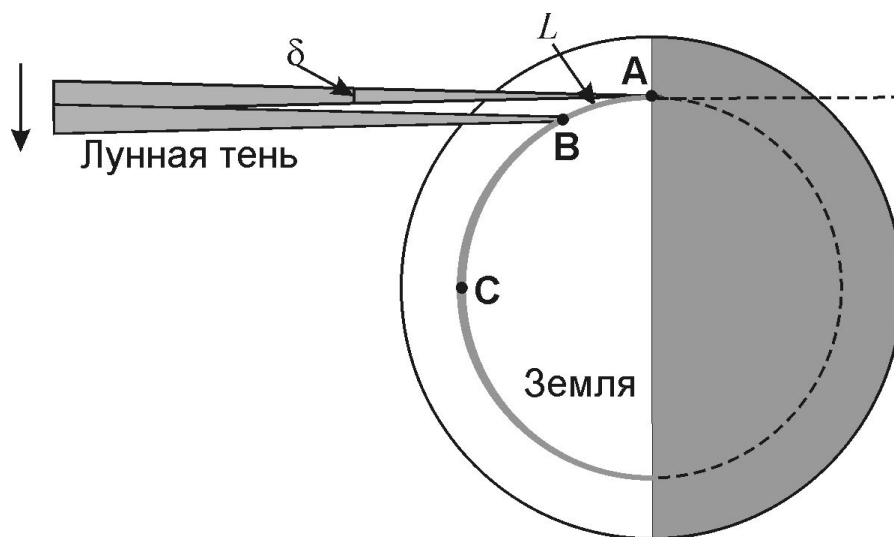
Этап 3 – 4 балла

Максимальная высота (центр тени):

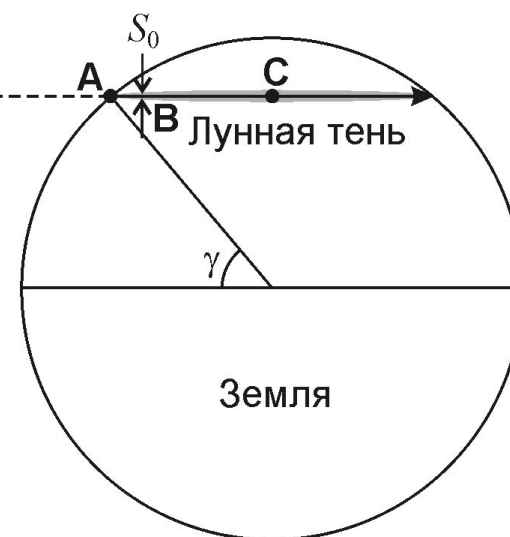
$$h_0 = 90^\circ - \gamma = 27.7^\circ.$$

Максимальная высота (край тени):

$$h = h_0 + (R\delta \cos \gamma / 2R) = h_0 + \delta \cos \gamma / 2 = 27.8^\circ.$$



Солнце сбоку



Солнце позади наблюдателя



Система оценивания:

Ширина конуса тени в точке В (ошибка в 2 раза – радиус/диаметр)	6 (0)
Угол γ (задание хорды)	6
Максимальная высота (центр или край)	4

ИТОГО	16
-------	----

(Результат каким-либо образом зависит от углов $\varepsilon=23.4^\circ$, $i=5.1^\circ$) (≤ 4)



Комета покинула окрестности звезды Росс 248 по параболической траектории относительно нее и попала в окрестности Солнца, пролетев мимо него на минимальном расстоянии 1 а.е. Какой был эксцентриситет орбиты этой кометы при пролете около Солнца? На какой угол изменится направление скорости кометы после пролета через Солнечную систему? Параметры звезды Росс 248: собственное движение $1.6''/\text{год}$, лучевая скорость равна -78 км/с , параллакс $0.32''$. Влиянием на систему всех иных тел, кроме Солнца и звезды Росс 248, пренебречь.

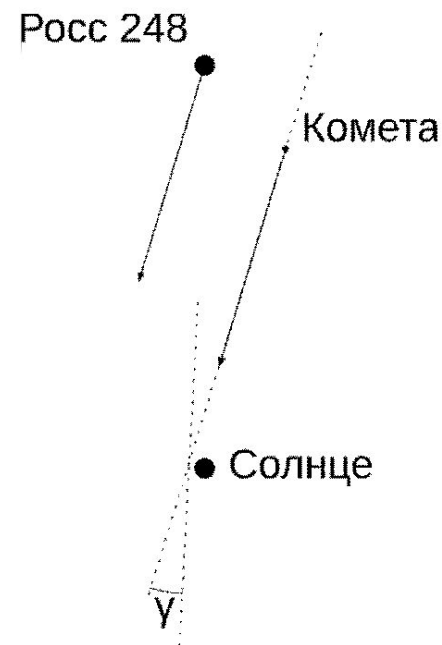


Гелиоцентрическая скорость кометы на удалении от Солнца = гелиоцентрическая скорость звезды.

Этап 1 – 2 балла

$$V_c = \sqrt{V_r^2 + \left(4.74 \frac{\mu}{\pi}\right)^2} = 81.5 \text{ км/с.}$$

Этап 2 – 2 балла





Этап 3 – 6 баллов

Скорость на гиперболической орбите:

$$v^2 = GM \left(\frac{2}{r} + \frac{1}{a} \right). \quad V_c^2 = \frac{GM}{a}.$$

Эксцентриситет орбиты: $\varepsilon = \frac{r_p}{a} + 1 = \frac{V_c^2}{v_0^2} + 1 \approx 8.49.$

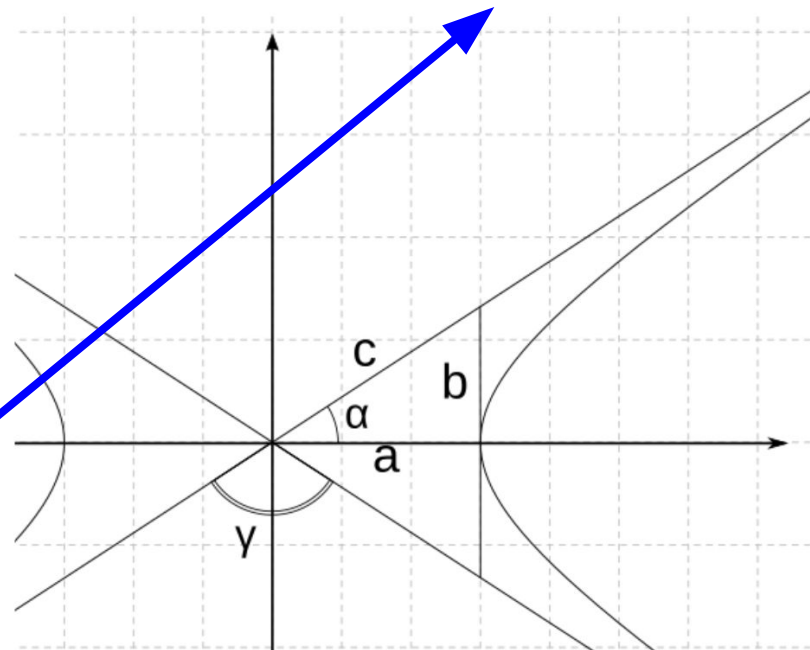
Этап 4 – 6 баллов

Малая полуось гиперболы:

$$b = a \sqrt{\varepsilon^2 - 1} = \sqrt{r_p^2 + 2r_p a} = 1.13 \text{ a.e.}$$

Угол поворота:

$$\begin{aligned} \gamma &= 2 \cdot \arcsin \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) = \\ &= 180^\circ - 2 \arctg \left(\frac{b}{a} \right) = 14^\circ. \end{aligned}$$





Система оценивания:

Равенство удаленной скорости кометы и звезды	2
--	---

Удаленная скорость кометы	2
---------------------------	---

Эксцентриситет орбиты	6
-----------------------	---

($e \leq 1$)	(≤ 2)
----------------	--------------

Угол поворота	6
---------------	---

ИТОГО	16
-------	----

(Произвольно взятая скорость)	(≤ 10)
-------------------------------	---------------



На Марсе разразилась мощная пылевая буря, охватившая в равной степени всю планету и ослабившая блеск Солнца в зените на 1^m . Определите общую массу поднятой пыли, считая, что она состоит из частиц радиусом 0.1 мм и плотностью 1.5 г/см^3 . Волновые эффекты при взаимодействии света с частицей не учитывать.

Этап 1 – 6 баллов

Среднее число частиц на луче (зенит):

$$\eta = \ln 2.512 = 0.92 \sim 1.$$

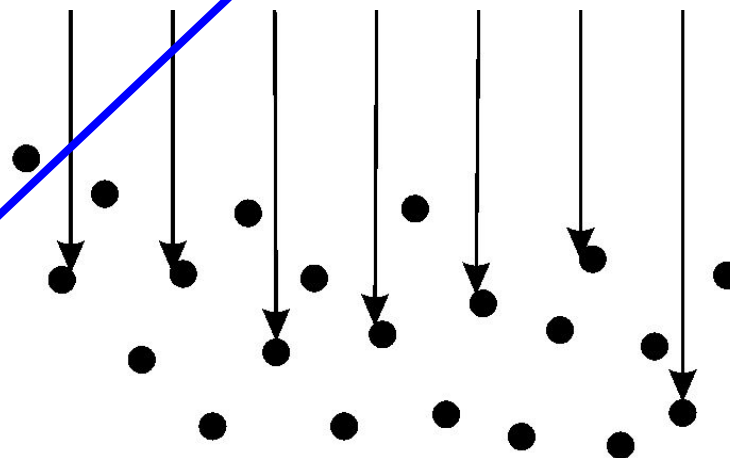
Этап 2 – 10 баллов

Полное число частиц:

$$N = \frac{4\pi R^2}{\pi r^2} = \frac{4R^2}{r^2} = 5 \cdot 10^{21}.$$

Суммарная масса частиц:

$$m = \frac{4}{3}\pi r^3 N = \frac{16\pi r R^2}{3} = 2.9 \cdot 10^{13} \text{ кг.}$$





Система оценивания:

Число частиц на луче зрения (0.92 или 1) 6

($1 - 2.512^{-1} = 0.6$)

(2)

(<0.5 или >2.0)

(0 в сумме)

Масса пыли

10

ИТОГО

16

(Пыль – монолитный слой толщиной 0.1 мм)

(12)



Между полюсами Земли прорыли прямую шахту, из которой был откачан газ. Аппарат, оснащенный надежной термозащитой, был сброшен в эту шахту с поверхности Земли без начальной скорости. Во время пролета через центр Земли аппарат на короткое время включил импульсный двигатель, выбросивший $1/10$ полной массы аппарата с относительной скоростью 10 м/с назад вдоль линии движения аппарата. С какой скоростью аппарат вылетит из шахты на противоположном полюсе Земли? Считать Землю однородным по плотности шаром.



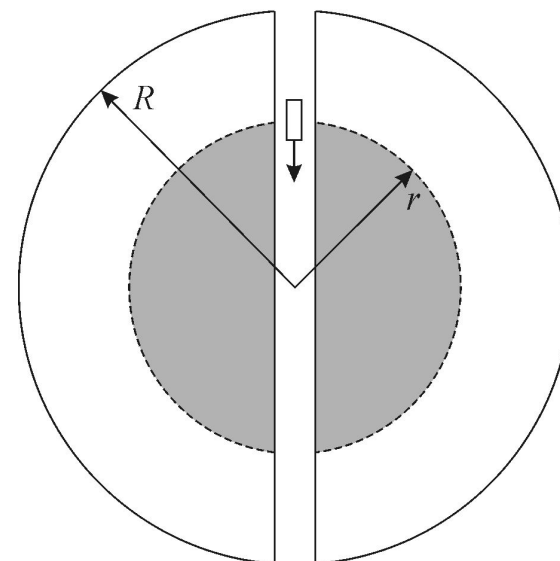
Этап 1 – 6 баллов

Ускорение, действующее на аппарат:

$$\mathbf{g}(r) = -\frac{4\pi G\rho r^3}{3r^3} \mathbf{r} = -g_0 \frac{\mathbf{r}}{R}.$$

Частота пружинного маятника: $\omega = \sqrt{\frac{g_0}{R}}.$

Амплитуда скорости: $v_0 = R\omega = \sqrt{g_0 R} = 7.9 \text{ км/с}.$





Приращение скорости при маневре:

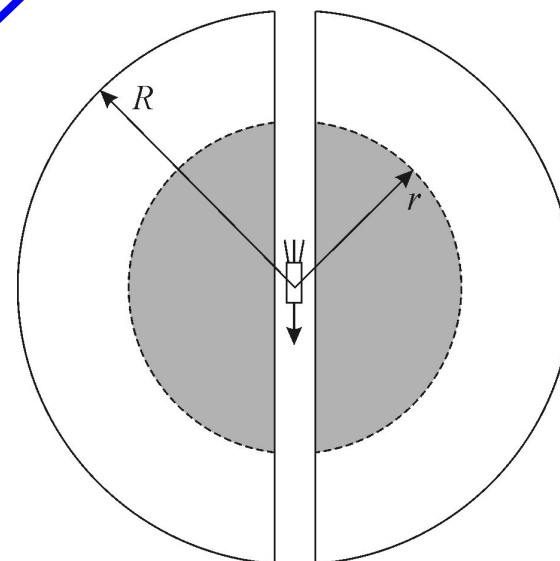
$$\Delta v = u \cdot \ln \frac{M}{M - m} = 1.054 \text{ м/с.}$$

Этап 2 – 4 балла

Скорость аппарата при вылете из шахты:

$$v(R) = \sqrt{(v_0 + \Delta v)^2 - v_0^2} \approx \sqrt{2\Delta v \cdot v_0} = 129 \text{ м/с.}$$

Этап 3 – 6 баллов





Система оценивания:

Скорость в центре Земли

6

Приращение скорости

4

(1 м/с или 1.1 м/с)

(2)

Скорость при вылете из шахты

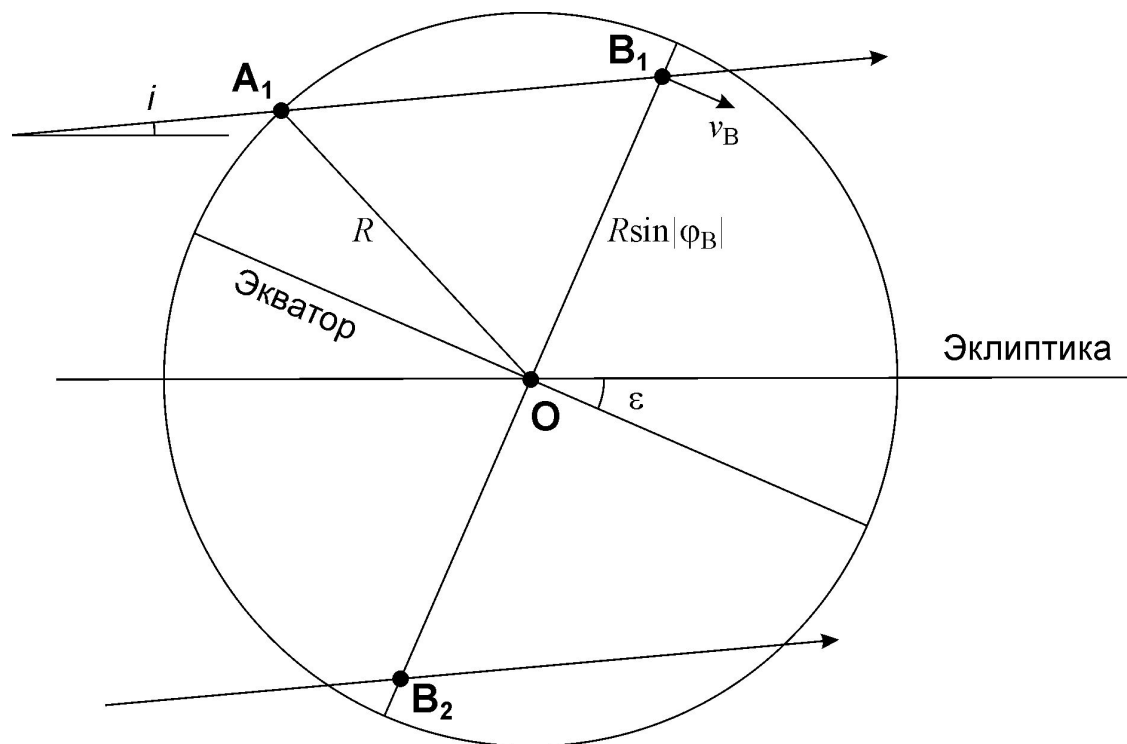
6

ИТОГО

16



Полное солнечное затмение произошло 20 марта у восходящего узла орбиты Луны. В пункте А центральное затмение наблюдалось на восходе Солнца, полная фаза (между моментами внутренних контактов дисков Луны и Солнца) продлилась ровно 2 минуты. В пункте В центральное затмение наступило в местный истинный солнечный полдень, а полная фаза продлилась ровно 3 минуты. Определите широты обоих пунктов. Рельеф Земли и атмосферную рефракцию не учитывать.



XI.4 Короткие мгновения



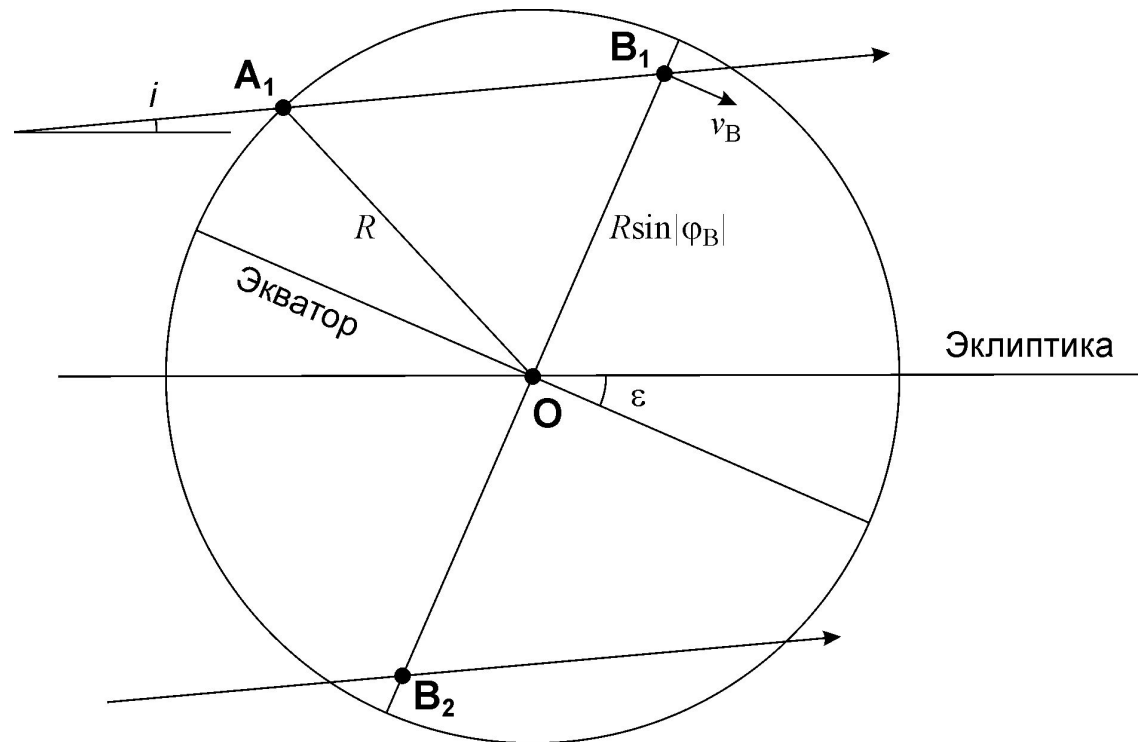
Точка **В**: **2**. Скорость тени по поверхности уменьшается за счет осевого вращения Земли: $v_B = v_0 \cos \phi_B$

$$u = \sqrt{v^2 + v_0^2 \cos^2 \phi_B - 2vv_0 \cos \phi_B \cos(\varepsilon + i)}.$$



Первое приближение:

$$u_1 = v - v_0 \cos \phi_B \cos(\varepsilon + i).$$



XI.4 Короткие мгновения

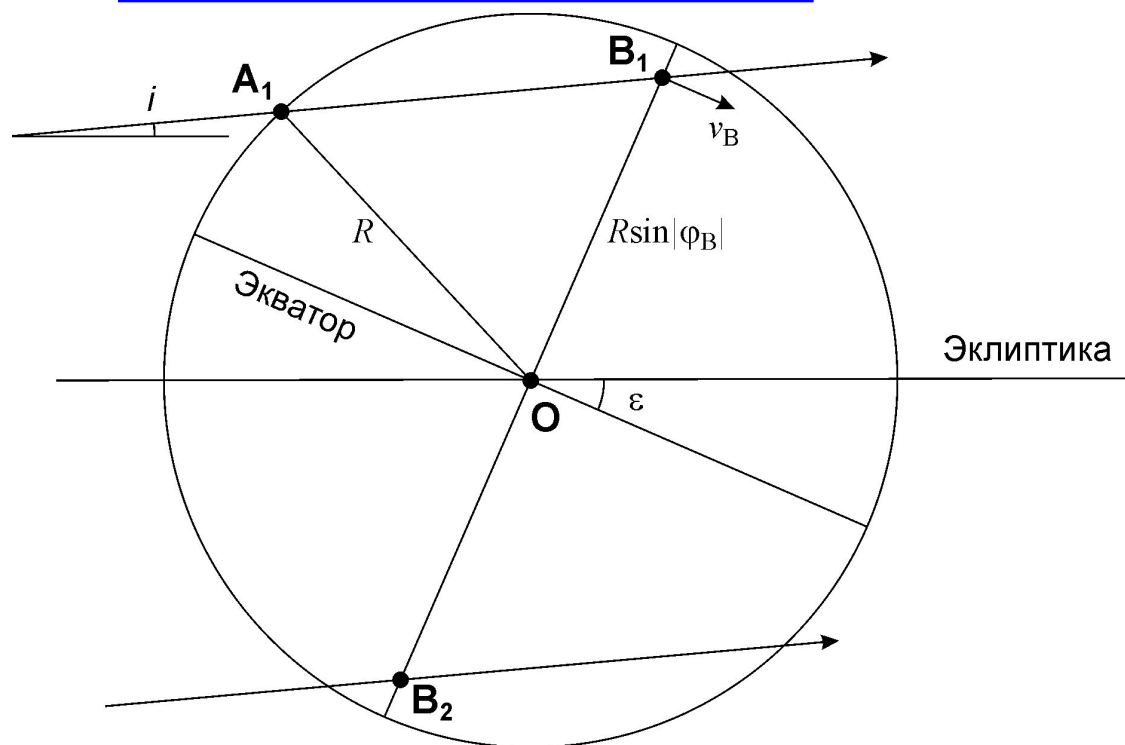


1 + 2: Длительность полной фазы
в точке **B**:

$$T_B = \frac{D_B}{v - v_0 \cos \varphi_{B1} \cos(\varepsilon + i)} = \frac{vT_A + R\delta \cos \varphi_{B1}}{v - v_0 \cos \varphi_{B1} \cos(\varepsilon + i)}.$$

Широта точки **B**: $\varphi_{B1} = \pm \arccos \frac{v(T_B - T_A)}{R\delta + v_0 T_B \cos(\varepsilon + i)} = \pm 60.6^\circ.$

8
Этап 1 – 10 баллов



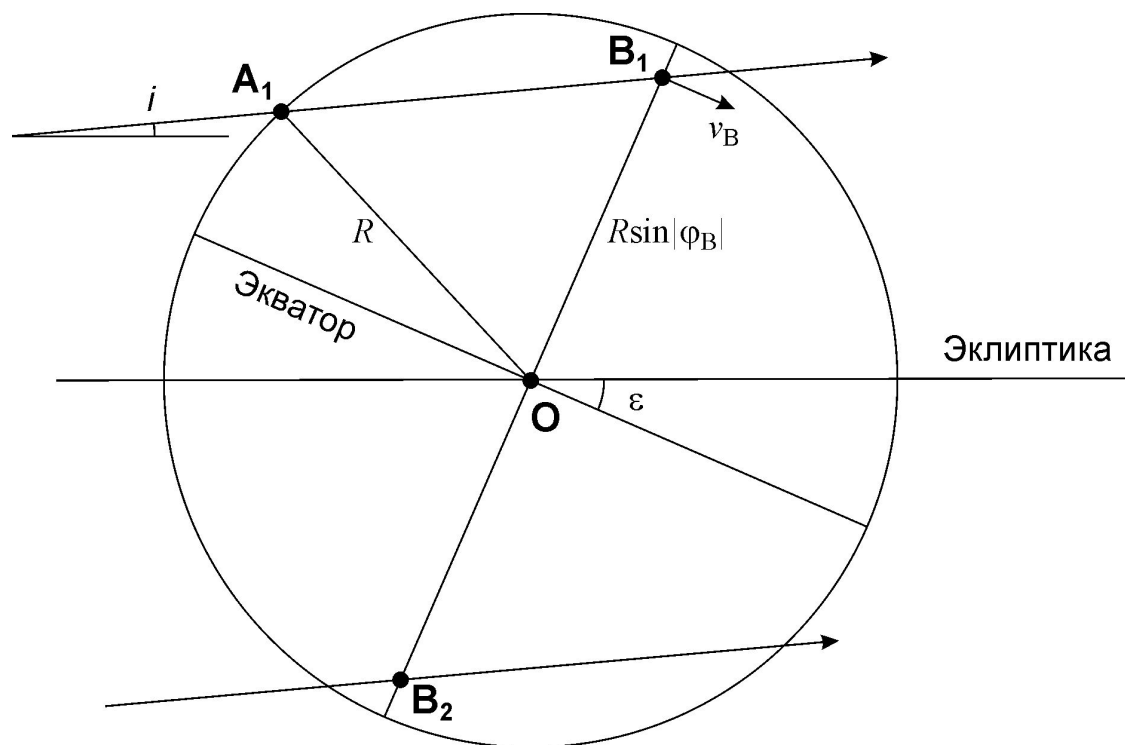
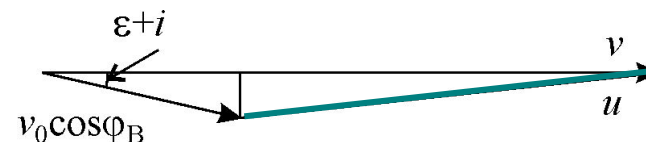


Этап 1 – 10 баллов

Уточнение:

$$u = \sqrt{u_1^2 + v_0^2 \cos^2 \varphi_B \sin^2 (\varepsilon + i)} \approx$$

$$\approx u_1 + \frac{v_0^2 \cos^2 \varphi_B \sin^2 (\varepsilon + i)}{2u_1} = u_1 + \Delta u_1. \quad \Delta u_1 = \frac{v_0^2 \cos^2 \varphi_{B1} \sin^2 (\varepsilon + i)}{2u_1} = 0.02 \text{ км/с.}$$



XI.4 Короткие мгновения

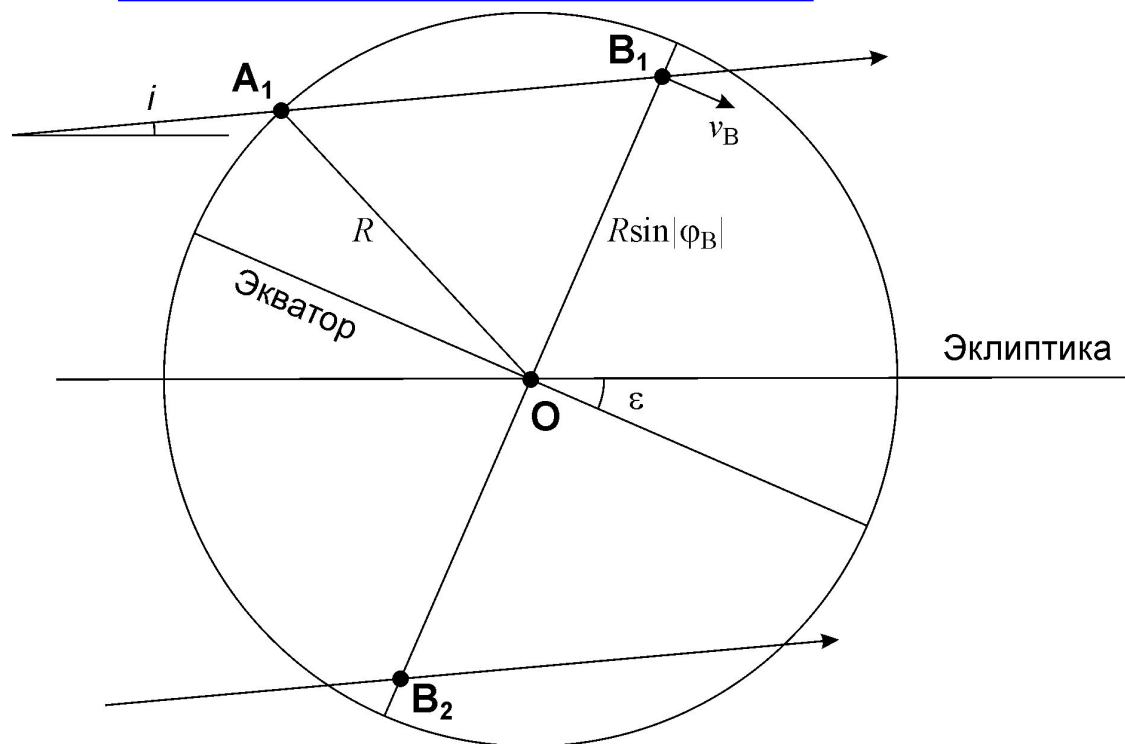


Длительность полной фазы в точке **B**:

$$T_B = \frac{vT_A + R\delta \cos\varphi_B}{v - v_0 \cos\varphi_B \cos(\varepsilon + i) + \Delta u_1}$$

Широта точки **B**: $\varphi_B = \pm \arccos \frac{v(T_B - T_A) + \Delta u_1 T_B}{R\delta + v_0 T_B \cos(\varepsilon + i)} = \pm 58.8^\circ$.

Этап 1 – 10 баллов



XI.4 КОРОТКИЕ МГНОВЕНИЯ



Этап 2 – 6 баллов

Треугольники $\mathbf{OA_iB_i}$: $\beta_1 = 90^\circ - \varepsilon - i$;
 $\beta_2 = 90^\circ + \varepsilon + i = 180^\circ - \beta_1$.

Теорема синусов:

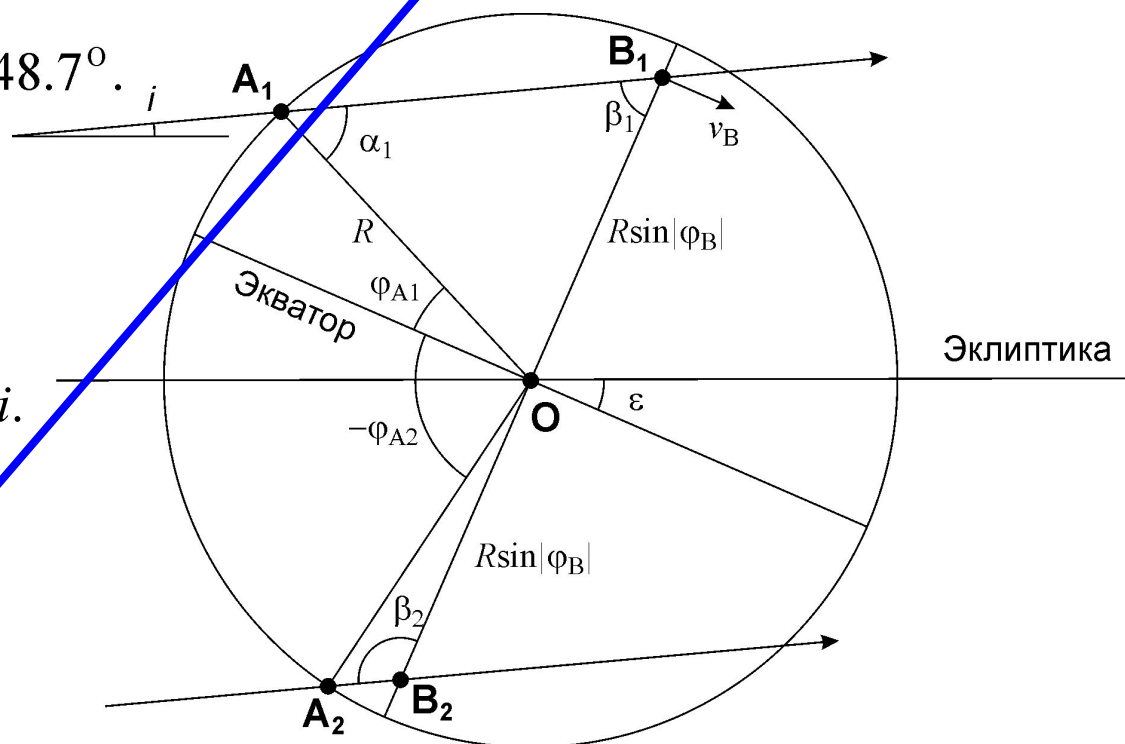
$$\frac{\sin \alpha}{R \sin |\varphi_B|} = \frac{\sin \beta}{R}; \quad \frac{\sin \alpha}{\sin |\varphi_B|} = \cos(\varepsilon + i).$$

$$\alpha = \arcsin(\sin |\varphi_B| \cos(\varepsilon + i)) = 48.7^\circ.$$

Широты точек $\mathbf{A_{1,2}}$:

$$\begin{aligned} \phi_{A_{1,2}} &= \pm \alpha - \varepsilon - i = \\ &= \arcsin(\sin \phi_B \cos(\varepsilon + i)) - \varepsilon - i. \end{aligned}$$

$$+20.1^\circ; -77.3^\circ.$$





Система оценивания:

Широты точек $B_{1,2}$	10
(Приближение перигея)	(ОК)
(Приближение направления скоростей)	(-2)
(Использование средней скорости Луны)	(-2)
(Ошибки в учете фактора $\cos(\varepsilon+i)$)	(-2)
(Только одно значение широты, если правильное)	(-2 – вт.)
(Два значения широты, не совпадающие по модулю)	(0 за этап)
(Учет только одного из двух факторов, влияющих на T_B)	(≤ 2)
(Точка B – середина пути тени на Земле)	(0 за этап)
Широты точек $A_{1,2}$	6
(Широты равны по модулю, одна верная)	(≤ 2)
(Только одно значение широты)	(≤ 2)
(Не учтен угол i)	(≤ 2)
(Не учтен угол ε)	(0 за этап)



Рассеянное скопление имеет радиус 10 пк и состоит из звезд, подобных Солнцу, газа и пыли. Расстояние до скопления равно 1 кпк. Газопылевое облако имеет тот же центр и радиус, а оптическая толщина по диаметру равна 100. Звезды, газ и пыль распределены в скоплении однородно. Пылинки черные, их радиус 1 мкм, плотность 1 г/см³. Массовый вклад пыли составляет 1/100 от вклада газа, газ прозрачен. В земные телескопы в скоплении видно 100 звезд блеском ярче 20^m. Определите, какая доля полной массы скопления содержится в звездах. Межзвездным поглощением вне скопления и волновыми эффектами на пыли пренебречь.

XI.6 СКОПЛЕНИЕ В ПЫЛИ



Блеск звезд при отсутствии пыли:

$$m_0 = m_A - 5 + 5 \lg d = 14.7.$$

Максимальная оптическая толщина для видимых звезд:

$$\tau = \ln 10^{0.4(m-m_0)} = 0.4(m-m_0) \cdot \ln 10 = 0.92(m-m_0) \approx 5.$$

Максимальная глубина видимых звезд:

$$l = 2R \frac{\tau}{\tau_0} = \frac{R}{10}.$$

Этап 1 – 4 балла



XI.6 СКОПЛЕНИЕ В ПЫЛИ



Объем области видимых звезд: $V = \pi R^2 l$.

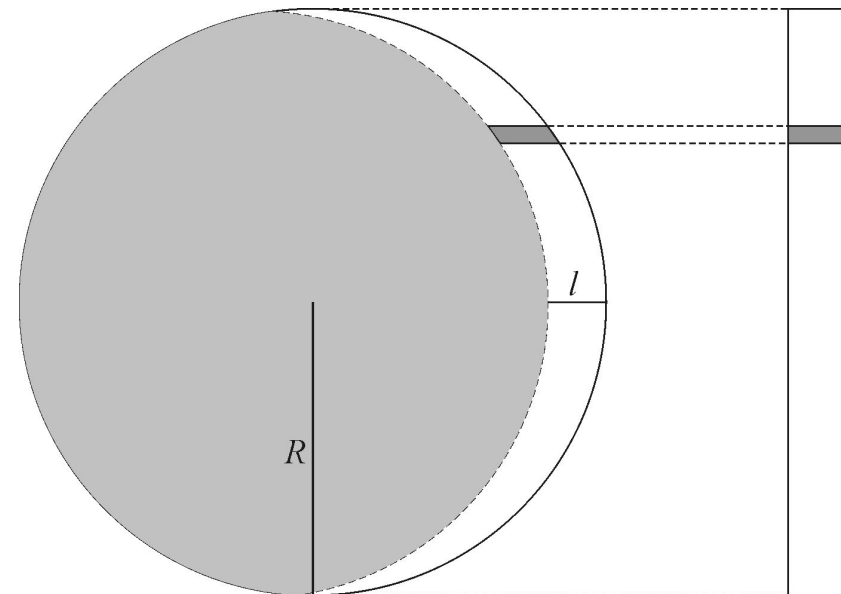
Этап 2 – 4 балла

Полное число звезд в скоплении:

$$N_0 = N \cdot \frac{4\pi R^3}{3} \cdot \frac{1}{\pi R^2 l} = N \frac{4R}{3l} = \frac{40N}{3} \approx 1300.$$

Этап 3 – 2 балла

Суммарная масса звезд: $M_* = 1300M_0 = 2.6 \cdot 10^{33}$ кг.



XI.6 СКОПЛЕНИЕ В ПЫЛИ



Этап 4 – 4 балла

Оптическая толщина скопления по диаметру:

$$\tau_0 = n \cdot \pi r^2 \cdot 2R;$$

Концентрация пылинок: $n = \frac{\tau_0}{2\pi R r^2} = 5.3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^{-3}.$

Масса пыли в скоплении:

$$M_D = n \cdot \frac{4\pi R^3}{3} \cdot \rho \cdot \frac{4\pi r^3}{3} = \frac{8\pi \tau_0 \rho R^2 r}{9} = 2.6 \cdot 10^{34} \text{ кг.}$$

Этап 5 – 2 балла

Масса газа: $M_G = 100 M_D.$

Доля звезд в общей массе:

$$\eta_* = \frac{M_*}{M_* + M_D + M_G} \approx \frac{M_*}{M_G} = 0.001.$$



Система оценивания:

Глубина видимых звезд	4	
(Ошибка в 2 раза)	(2)	
Объем области видимых звезд	4	
(Неправильное представление фигуры области)	(2)	
Масса звезд скопления	2	
Масса пыли в скоплении	4	
Доля массы звезд (правильный ответ!)	2	

ИТОГО

16