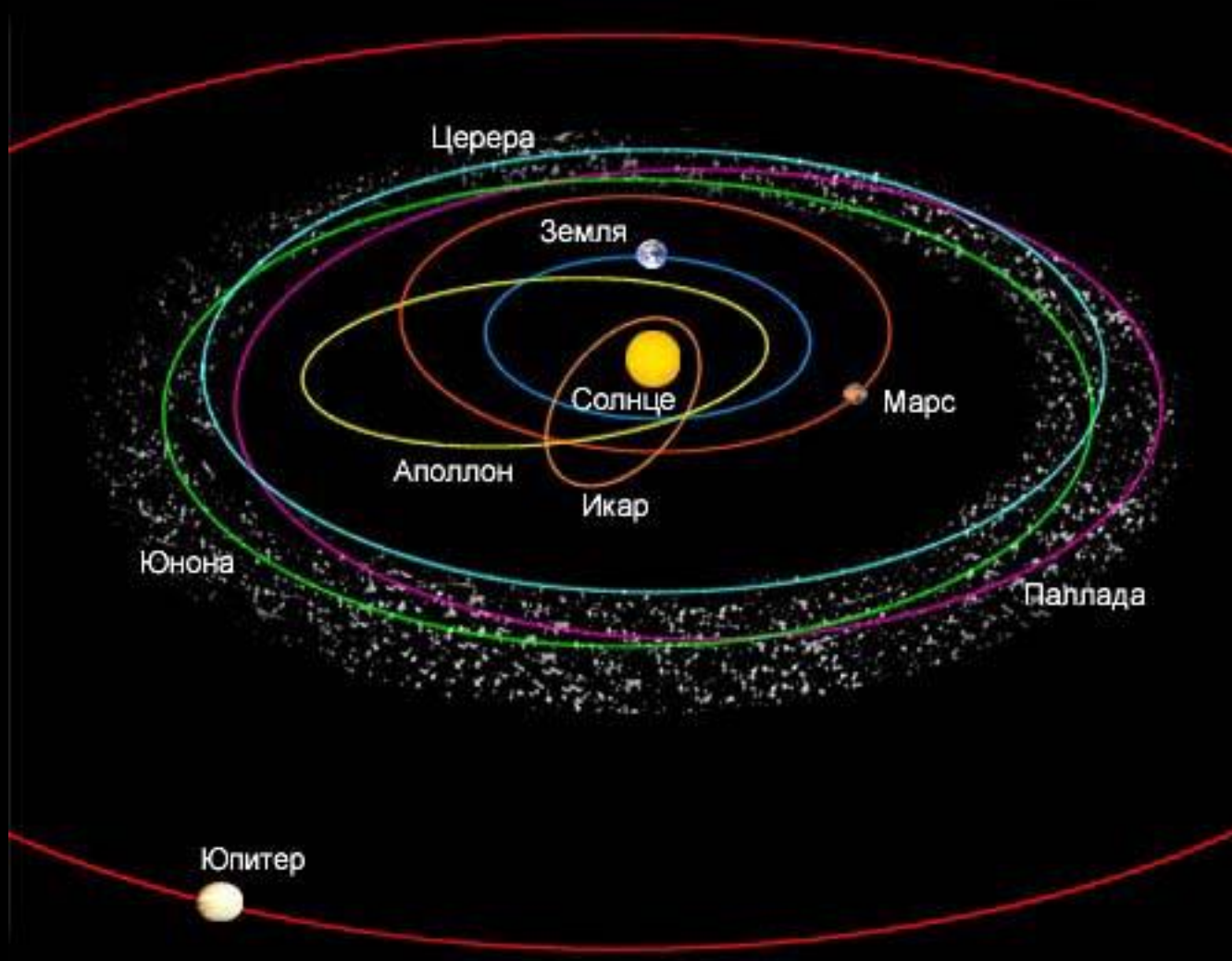
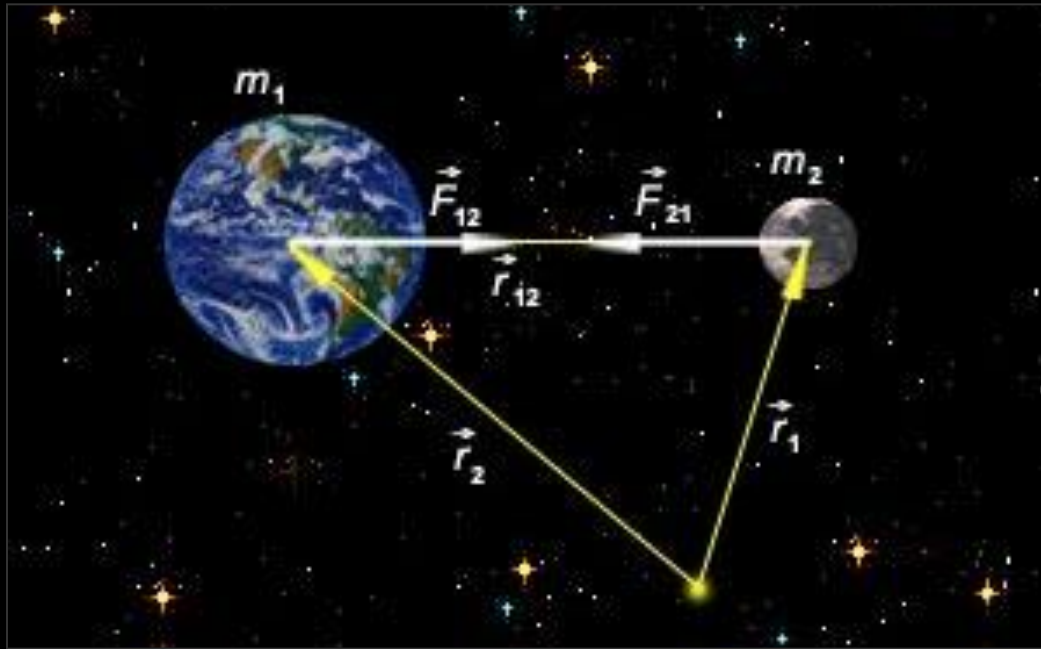


# Обобщение и уточнение Ньютоном законов Кеплера



## Законы Кеплера и закон всемирного тяготения – основные законы небесной механики.

Если законы Кеплера отвечают на вопрос, по каким траекториям движутся небесные тела, то закон всемирного тяготения отвечает на вопрос, какая сила удерживает планеты около Солнца и спутники около планет.



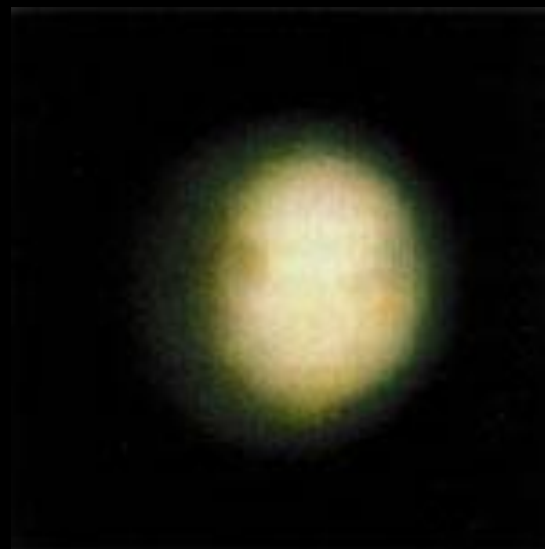
Закон всемирного тяготения

Если  $m_1$  и  $m_2$  – массы двух точечных тел, а  $r$  – расстояние между ними, то закон всемирного тяготения записывается в виде:

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$
$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$$

где  $G$  – гравитационная постоянная

**Уильям Гершель** (1738–1822) в 1781 году с помощью телескопа открыл планету **Уран**, не видимую невооруженным глазом



Так выглядит Уран  
при наблюдении  
в наземный телескоп

После открытия Урана астрономы обратили внимание на то, что его орбита не соответствовала закону всемирного тяготения Ньютона, претерпевая постоянные отклонения.

Это и навело на мысль о существовании еще одной планеты за Ураном, которая могла бы своим гравитационным притяжением исказить траекторию движения седьмой планеты.



Нептун в наземный телескоп

Английский математик **Джон Адамс** и французский астроном **Урбен Леверье** в 1845 году независимо друг от друга сделали расчет примерного места расположения планеты, возмущающей движение Урана.

Сделав расчет **Леверье**, убедил астронома Берлинской обсерватории **Иоганна Галле** начать поиск новой планеты.

Расчеты были настолько точны, что неизвестная планета, названная **Нептуном**, была обнаружена в первую же ночь наблюдений 23 сентября 1846 года.

История открытия Нептуна полностью подтвердила закон всемирного тяготения Ньютона.

Это был триумф небесной механики, торжество гелиоцентрической системы.



Урбен Леверье

Поиски девятой планеты Солнечной системы в 1915 году организовал американский астроном **Персиваль Ловелл**, но только в 1930 году **Плутон** открыл сотрудник обсерватории Ловелла **Клайд Томбо**.



*Клайд Томбо*

В августе 2006 года на ассамблее Международного астрономического союза решено лишить Плутон статуса планеты Солнечной системы. Теперь он имеет право называться лишь **"карликовой планетой"**.

Около 2,5 тыс. астрономов, собравшихся на ассамблею, определили такие критерии планеты:

- объект должен находиться на орбите вокруг звезды, но сам не должен быть звездой;
- он должен обладать достаточной массой для того, чтобы его собственная гравитация позволяла ему сохранять более или менее сферическую форму;
- на его орбите не должно быть других небесных тел.

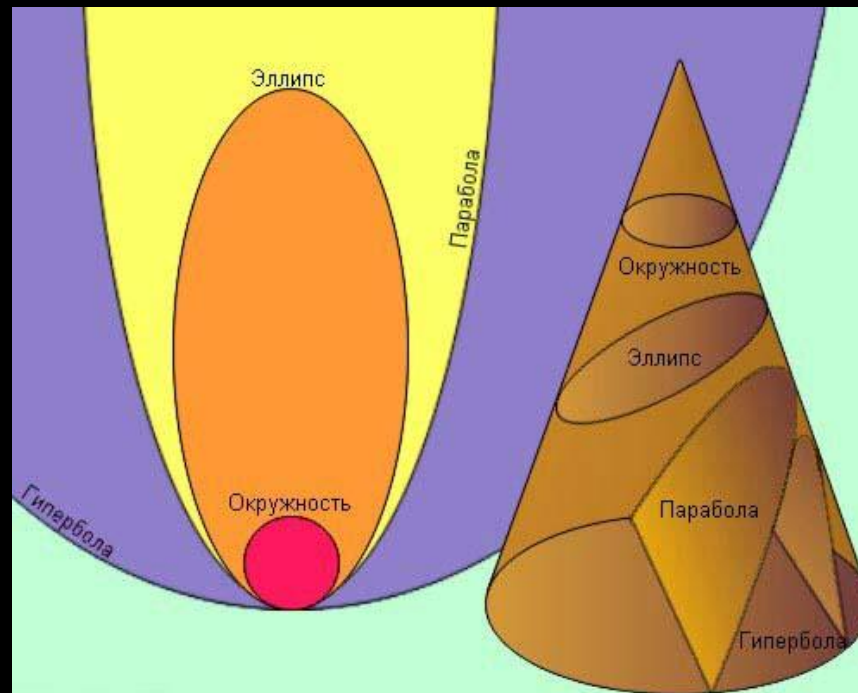
Открытый в 1930 году Плутон лишен планетного статуса, поскольку не соответствует третьему из этих параметров - его **орбита пересекается с планетой Нептуна**.

Таким образом теперь в Солнечной системе осталось только восемь планет: Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун, Земля, Венера, Марс и Меркурий.

Иоганн Кеплер открыл свои законы эмпирическим путем.  
Исаак Ньютон вывел законы Кеплера из закона всемирного тяготения.

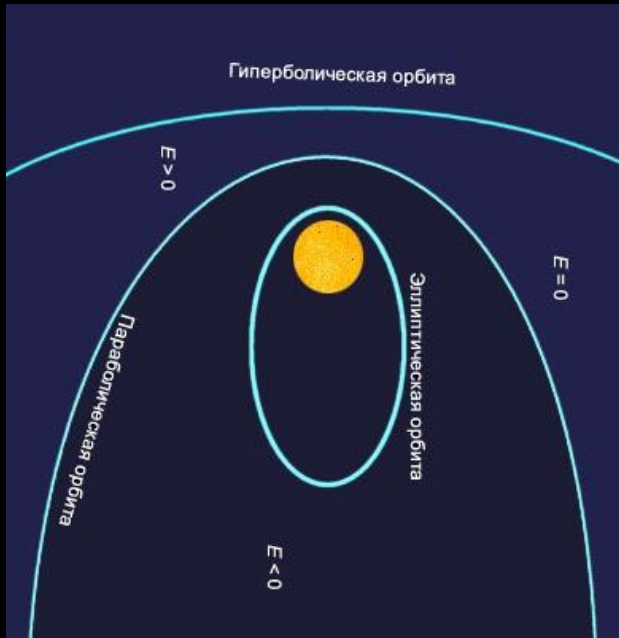
В 1679 году Исаак Ньютон показал, что *любое тело в поле тяготения шарообразного тела могут двигаться по окружности, эллипсу, параболе и гиперболе.*

В этом заключается *первый* обобщенный Ньютоном закон Кеплера.

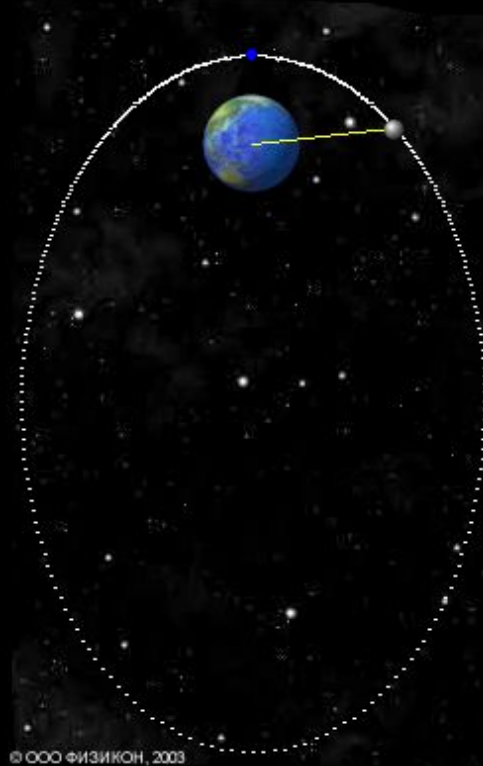


Конические сечения и космические орбиты

Орбита движения искусственных спутников зависит от начальной скорости. Критическая скорость, при которой происходит движение по параболе, называют **параболической** скоростью.



Движение тел  
в гравитационном поле



Чтобы навсегда покинуть Землю, тело у поверхности Земли должно иметь скорость не меньше **11,2 км/с**. Тело, стремящееся навсегда покинуть Солнечную систему и находящееся на орбите Земли, должно иметь скорость не меньше **42,1 км/с**.



Формулировка **второго** закона Кеплера не потребовала обобщения.

Для определения масс небесных тел важное значение имеет обобщение Ньютоном третьего закона Кеплера на любые системы обращающихся тел.

В обобщенном виде **третий** закон Кеплера обычно формулируется так:

*квадраты периодов обращения двух тел вокруг Солнца ( $T_1^2$  и  $T_2^2$ ),  
помноженные на сумму масс каждого тела и Солнца ( $M_1 + M_\odot$  и  $M_2 + M_\odot$ ),  
относятся как кубы больших полуосей их орбит ( $a_1^3$  и  $a_2^3$ ).*

$$\frac{T_1^2 (M_1 + M_\odot)}{T_2^2 (M_2 + M_\odot)} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Обобщенный третий закон Кеплера справедлив для любых двух независимых систем, каждая из которых состоит из центрального тела и спутников, взаимодействующих по закону всемирного тяготения.

$$\frac{T_1^2 (M_1 + m_1)}{T_2^2 (M_2 + m_2)} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Масса планеты обычно велика по сравнению с массой спутника, поэтому с достаточной степенью точности можно вычислить отношения масс двух планет по формуле:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{T_2^2 a_1^3}{T_1^2 a_2^3}$$

*Задача. Вычислить массу Юпитера, зная, что один из его спутников (Ио) совершает оборот вокруг планеты за 1,77 сут на расстоянии 422 тыс.км от Юпитера.*

*Дано:*

$$M_2 = 1$$

$$T_2 = 27,32^{\text{д}}$$

$$a_2 = 3,84 \cdot 10^5 \text{ км}$$

$$T_1 = 1,77^{\text{д}}$$

$$a_1 = 4,22 \cdot 10^5 \text{ км}$$

*Решение:*

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{T_2^2 a_1^3}{T_1^2 a_2^3}$$

$$M_1 = (T_2/T_1)^2 (a_1/a_2)^3 M_2$$

$$M_1 = (27,32/1,77)^2 * (422000/384000)^3 * M_2$$

$$M_1 \approx 316 M_2$$

*Найти:  $M_1$*