

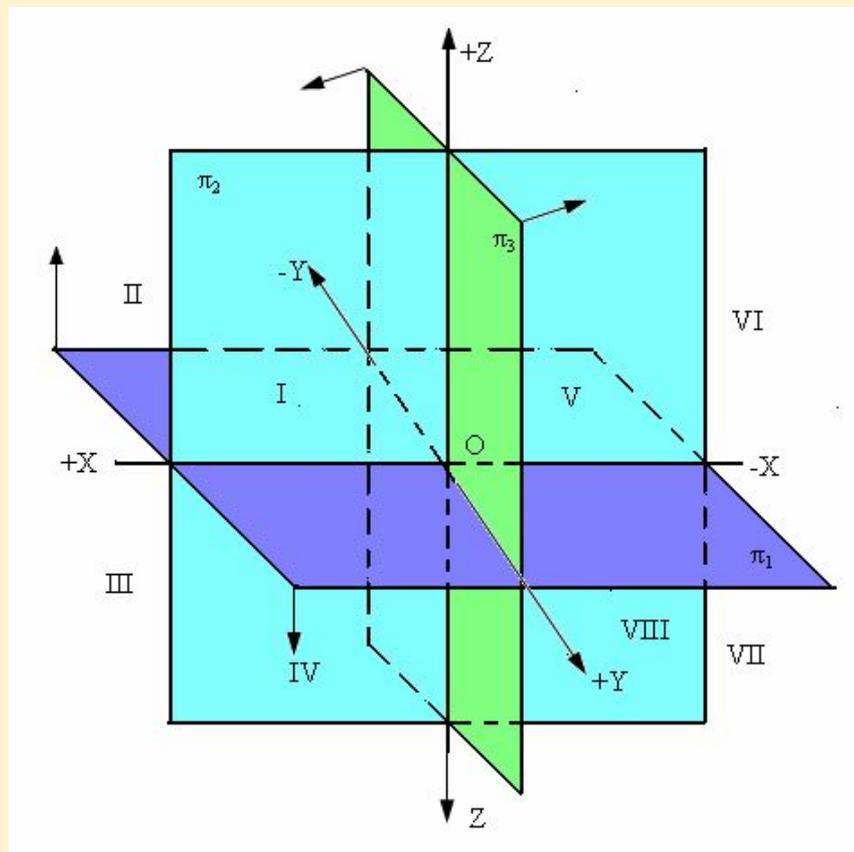
Омский государственный  
университет путей  
сообщения



# КАФЕДРА: «ИНФОРМАТИКА И КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРАФИКА»

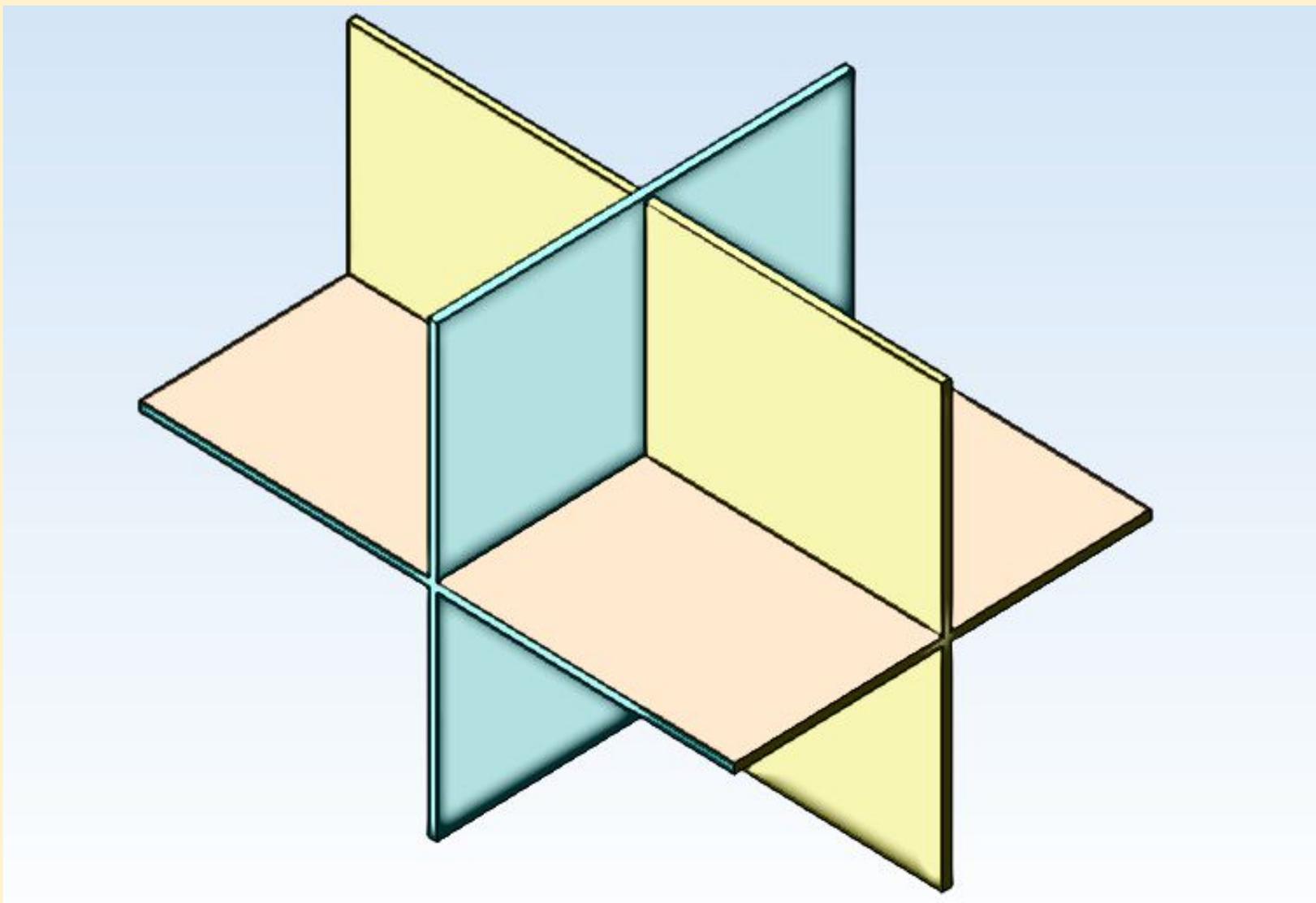
- Информация к защите КР и задачи по теме (слайды 3 - 45);
- Возможный набор для защиты.

# Обозначение основных плоскостей проекций

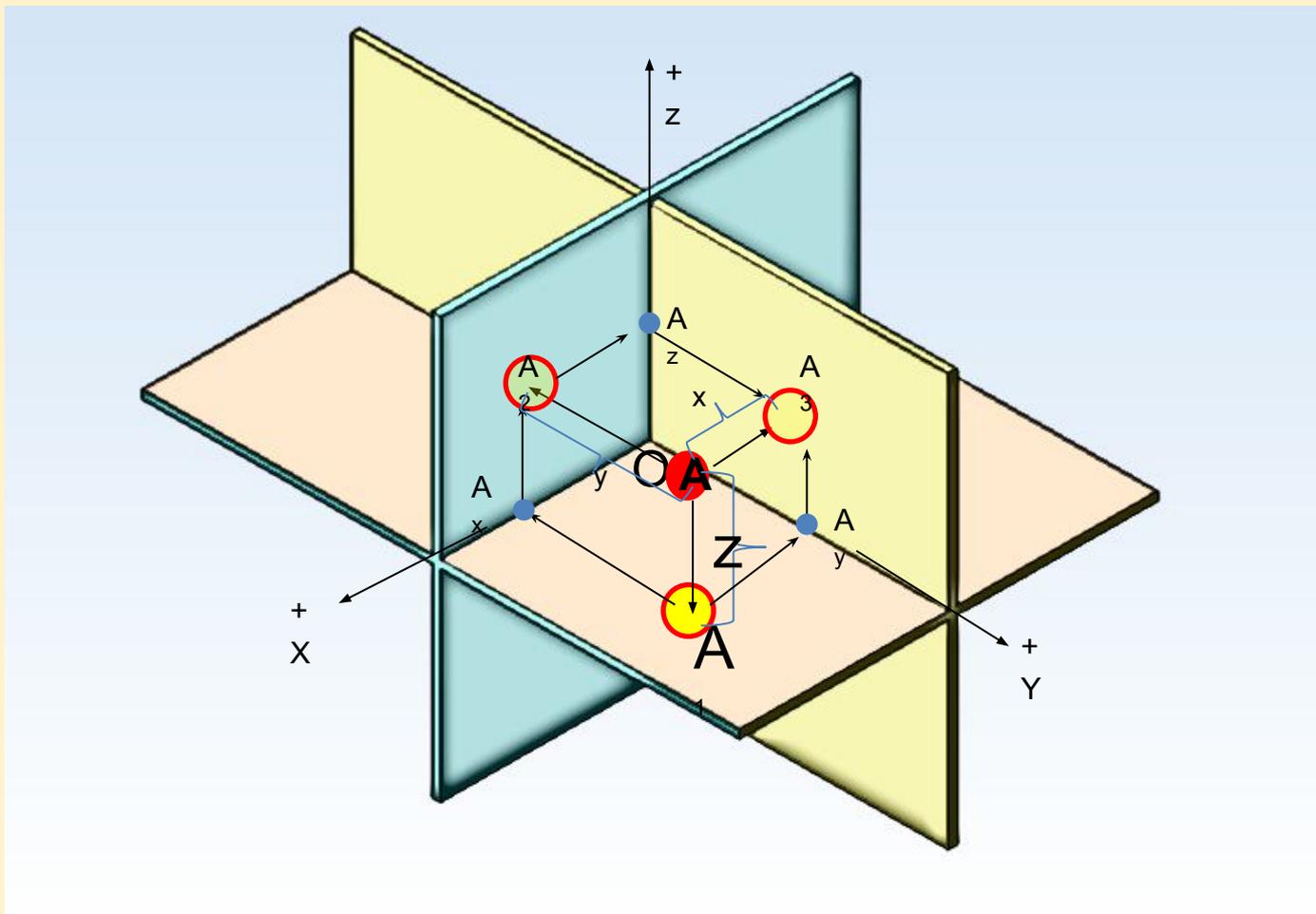


- Для плоскостей проекций приняты обозначения:  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$ ,  
Где  $\Pi_1$  – горизонтальная плоскость проекций;  
 $\Pi_2$  – фронтальная плоскость проекций;  
 $\Pi_3$  – профильная плоскость проекций;

# ПОЛОЖЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ ПРОЕКЦИЙ



# Построение проекций точки A в первом октанте



# Изображения геометрических элементов

## в ортогональных проекциях

- 1. Задача.** Построить проекции точек по координатам, заданным в миллиметрах  $(x,y,z)$ :  $A(30,15,30)$ ;  $B(10,25,0)$   $C(10,25,20)$ . Совпадение проекций в задачах обозначать по примеру:  $B_1 \equiv C_1$  (горизонтальная проекция точки  $B$  совпадает с горизонтальной проекцией точки  $C$ ).
- 2.** На наглядном изображении и на комплексном чертеже (рис. 1) построить профильную проекцию  $A_3$  точки  $A$ . Внести в таблицу названия все элементов чертежа аналогично таб.1.

№ п/п	Обозначение элемента	Название элемента чертежа
1	$\Pi_1$	Горизонтальная плоскость проекций
2	$AA_1$	Линия связи
...	$x,y,z$	Оси
11	$A_3$	Профильная проекция точки $A$

Не торопись листать. Слушай

!!!!

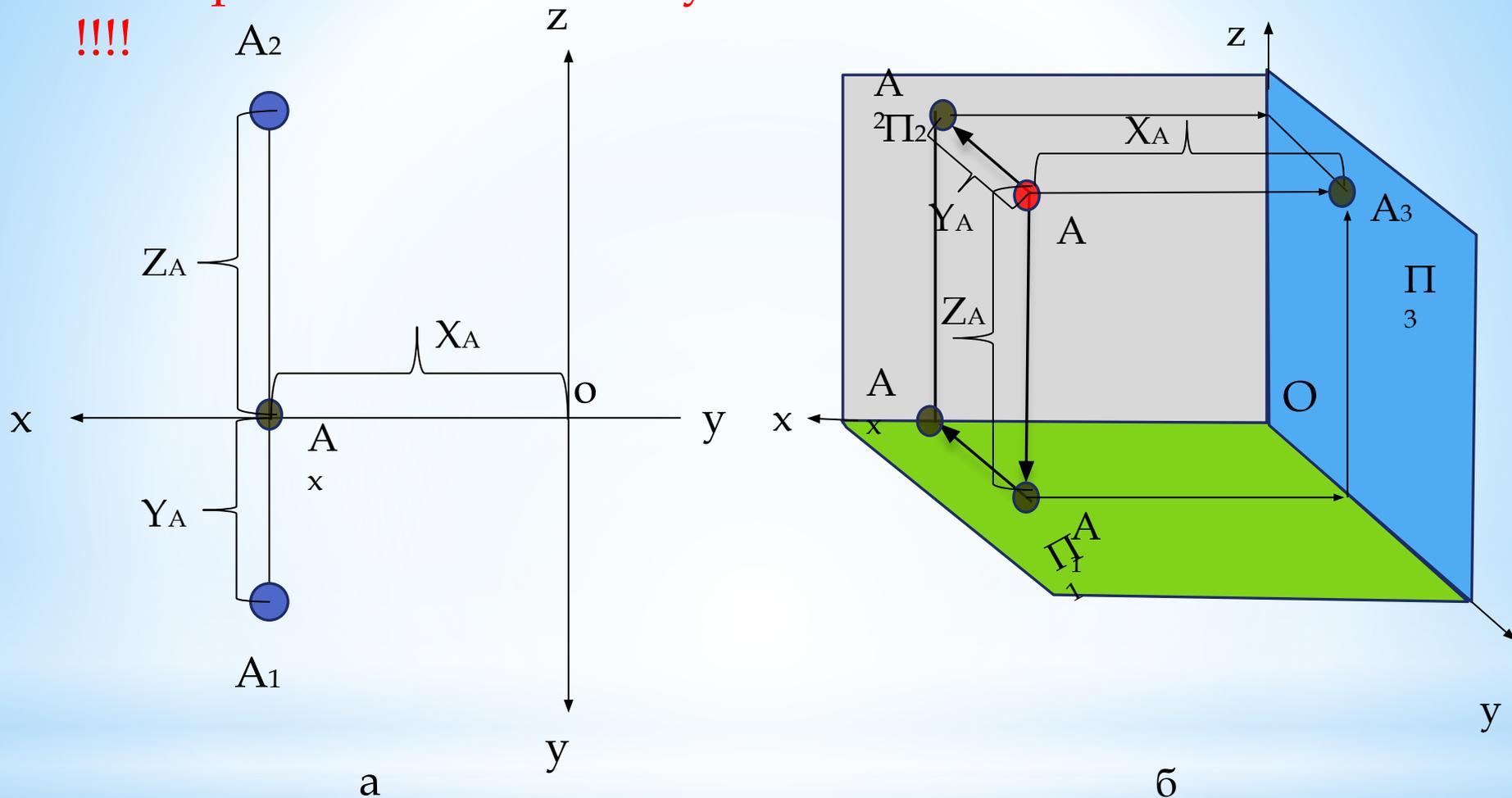
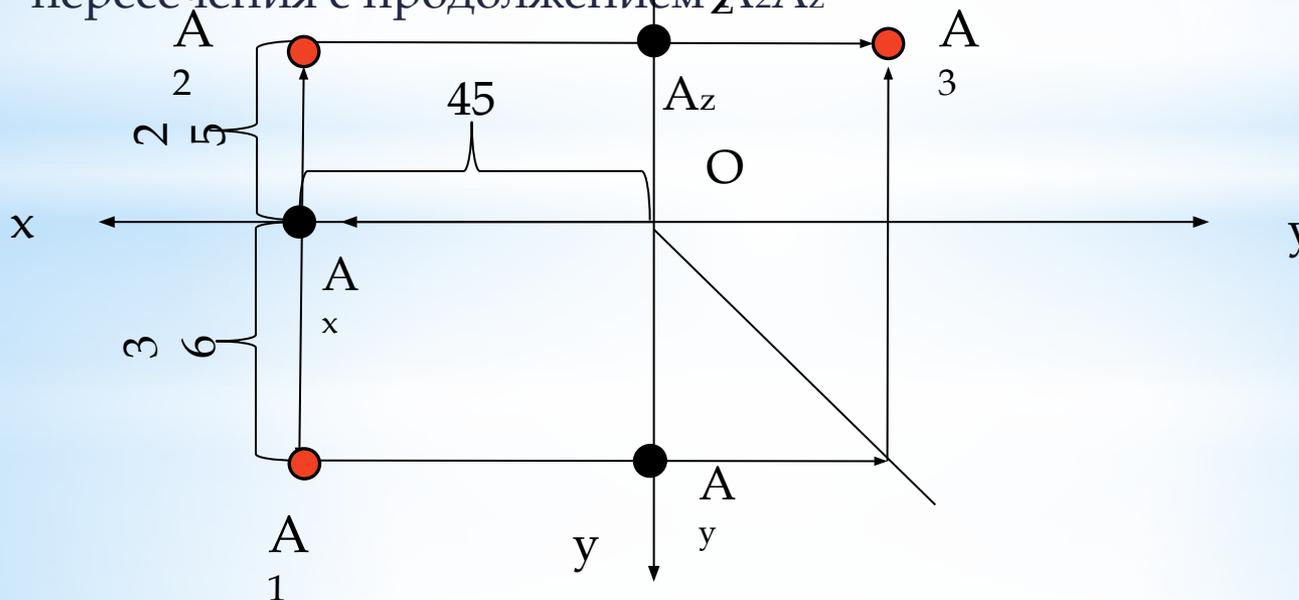


Рис. 1. Комплексный чертёж и наглядное изображение точки A



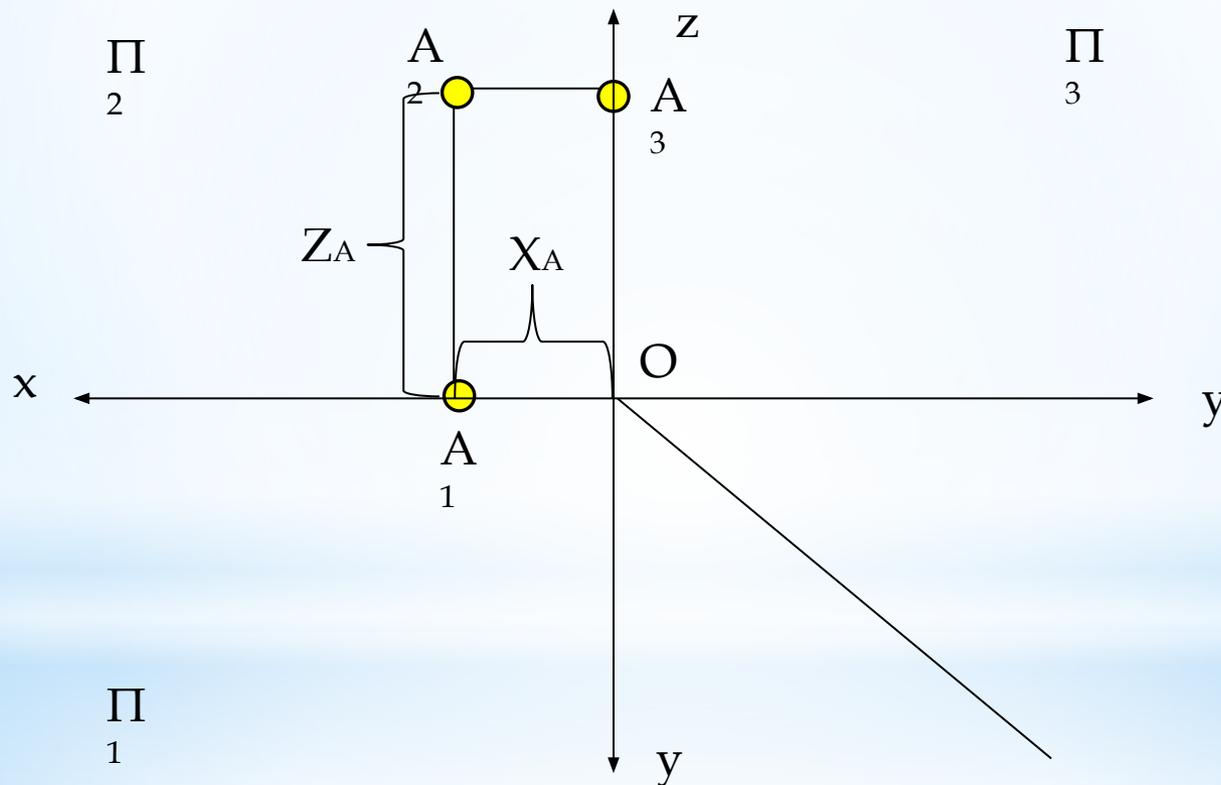
Для создания комплексного чертежа (см. рис.) для точки, необходимо по её координатам  $A(45, 36, 25)$  построить три её проекции:

1. По оси  $x$  от точки  $O$  отложить абсциссу  $OA_x$  размером 45 мм;
2. Через  $A_x$  провести вертикальную линию проекционной связи, на которой вверх отложить аппликату  $A_xA_2 = 25$  мм, а вниз ординату  $A_xA_1 = 36$  мм;
3. Через  $A_1$  провести горизонтальную линию связи  $A_1A_y$ . Точку  $A_y$  перенести вправо на ось  $x$  и восстановить из неё перпендикуляр до пересечения с продолжением  $A_2A_z$ .





# Ответы к задаче 3 для точки А



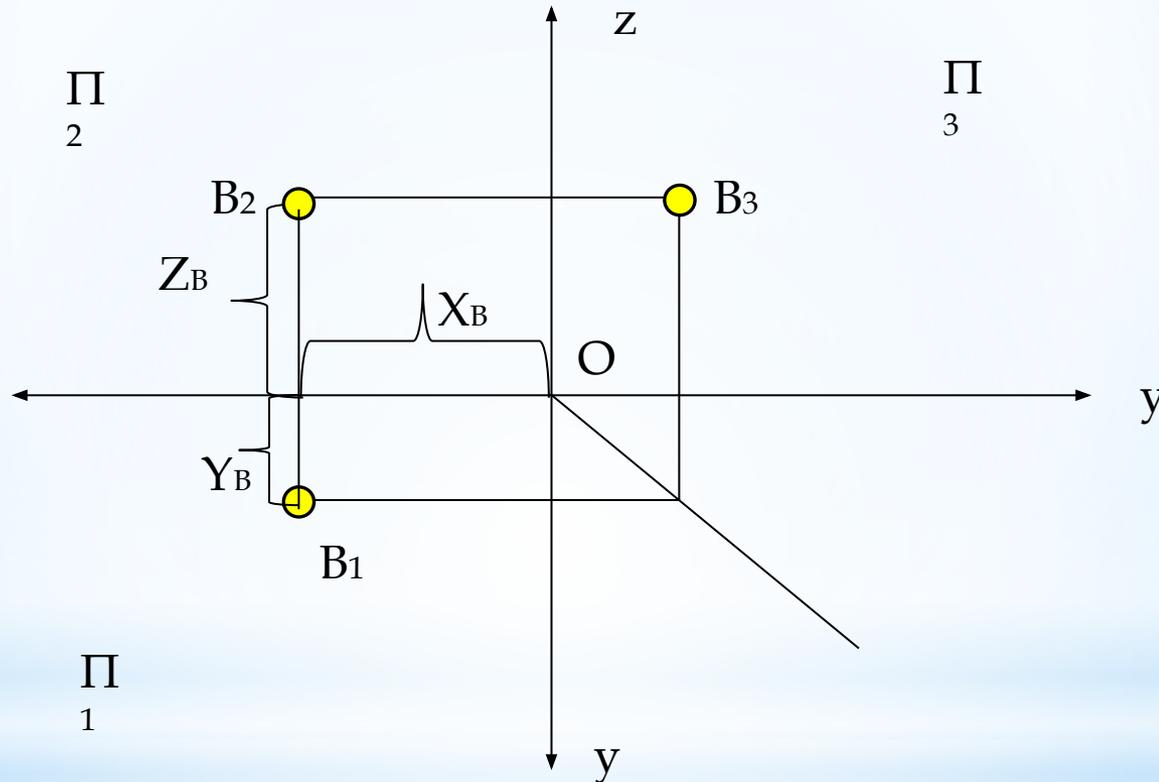
$$(x, y, 0) \subset \Pi_1$$

$$(x, 0, z) \subset \Pi_2$$

$$(0, y, z) \subset \Pi_3$$



# Ответ к задаче 3 для точки В

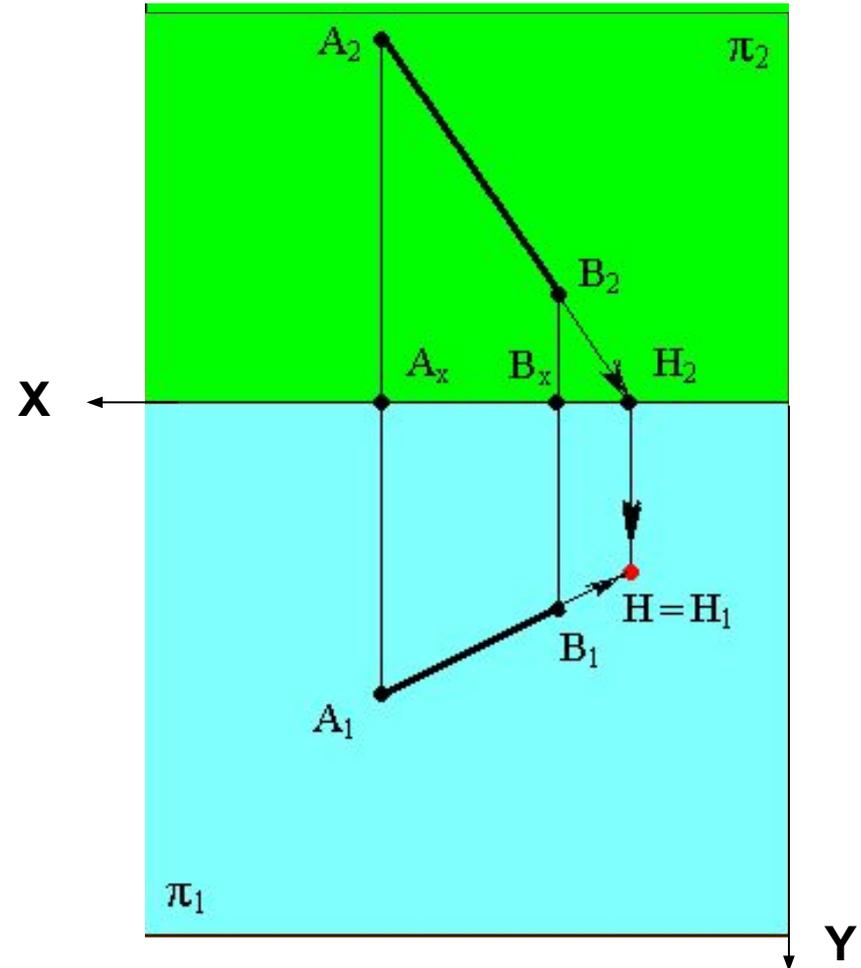
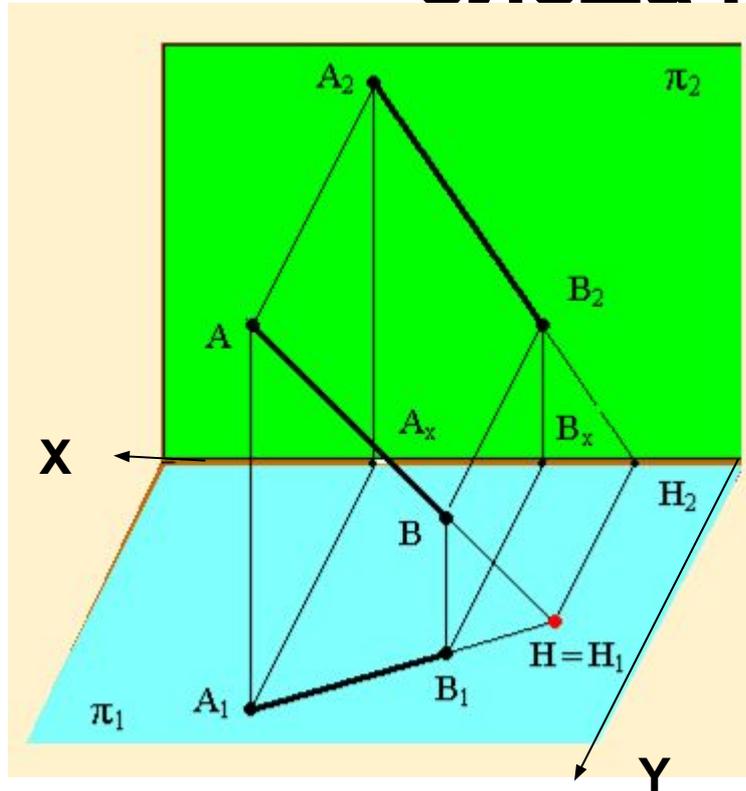


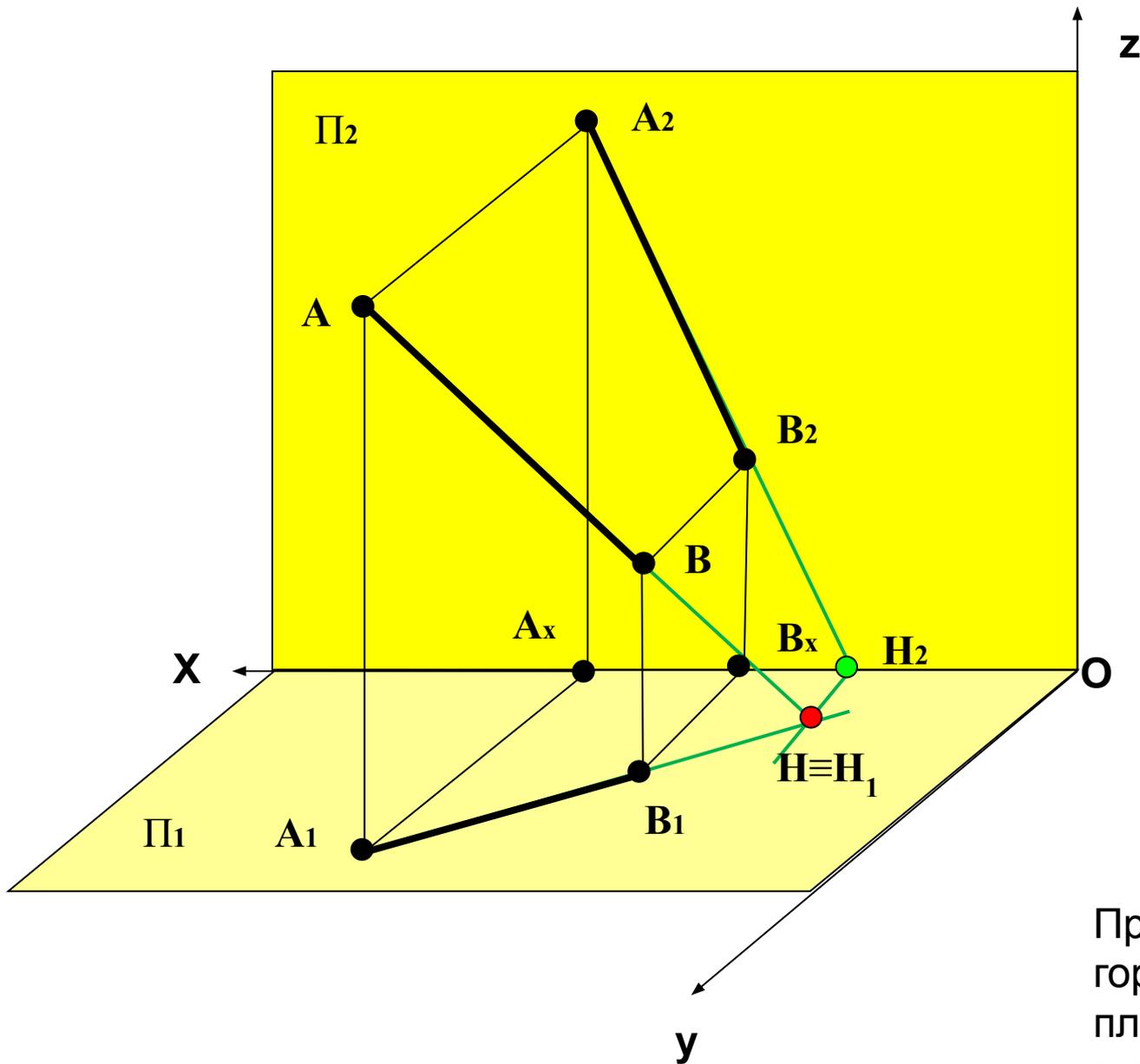
# Алгоритм построения следов прямой

Для построения горизонтального следа прямой **Н** необходимо: 1- продолжить фронтальную проекцию прямой до пересечения с осью  $X$ ; 2- Из точки пересечения восстановить перпендикуляр до пересечения с фронтальной проекцией или её продолжением.

Для построения фронтального следа прямой **Ф** нужно: 1- продолжить горизонтальную проекцию прямой до пересечения с осью  $X$ ; 2 - из точки пересечения восстановить перпендикуляр до пересечения с горизонтальной проекцией прямой

# Построение горизонтального следа прямой





Прямая пересекла  
горизонтальную  
плоскость проекций  
в первом октанте

# Следы прямых

9. След прямой – точка пересечения прямой с плоскостью проекций. **Следы** прямых (линий) обозначаются **прописными латинскими буквами**, с которых начинаются слова, определяющие название (в латинской транскрипции) плоскости проекций, которую пересекает линия.

Например: **H** – горизонтальный след прямой (линии)  $a$ ;

**F** – фронтальный след прямой (линии)  $a$ ;

**P** – профильный след прямой (линии)  $a$ .

# След плоскости

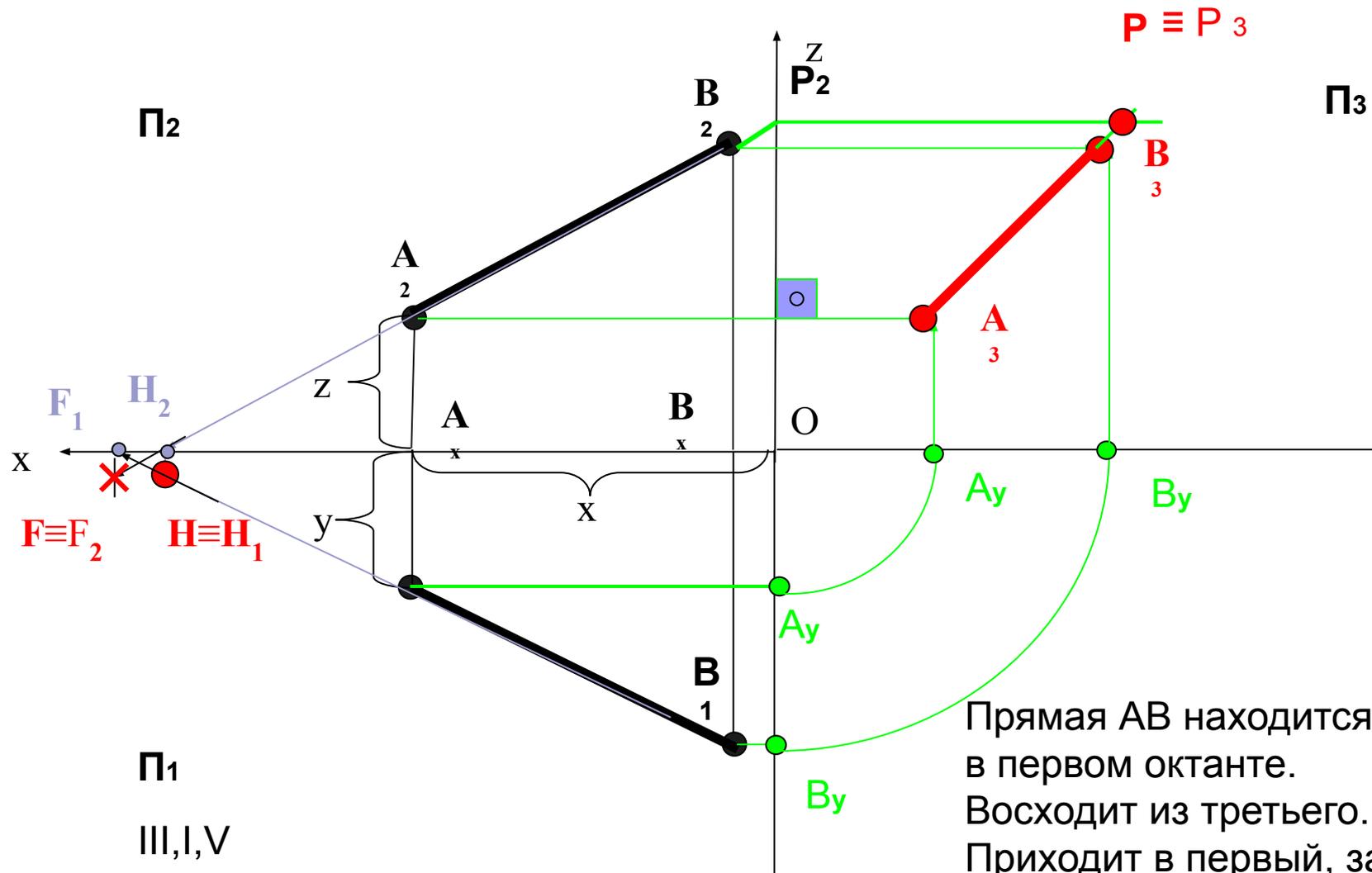
- Линия пересечения плоскости с плоскостями проекций называется следом плоскости.
- Следов всего три

Например:  $h^0$  – горизонтальный след плоскости (поверхности);

$f^0$  – фронтальный след плоскости (поверхности);

$p^0$  – профильный след плоскости (поверхности).

# Пример построения проекций прямой на три плоскости проекций и её следов



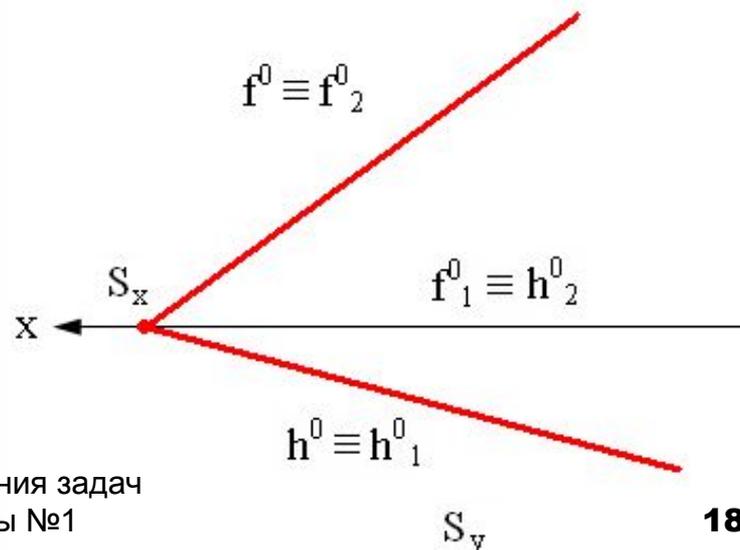
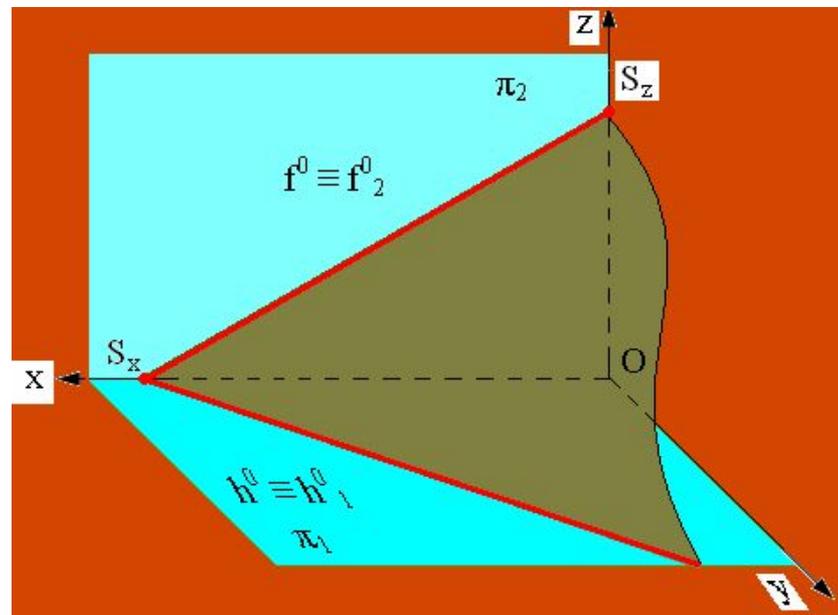
Прямая  $AB$  находится в первом октанте. Восходит из третьего. Приходит в первый, затем идёт в пятый

# Задание плоскости следами

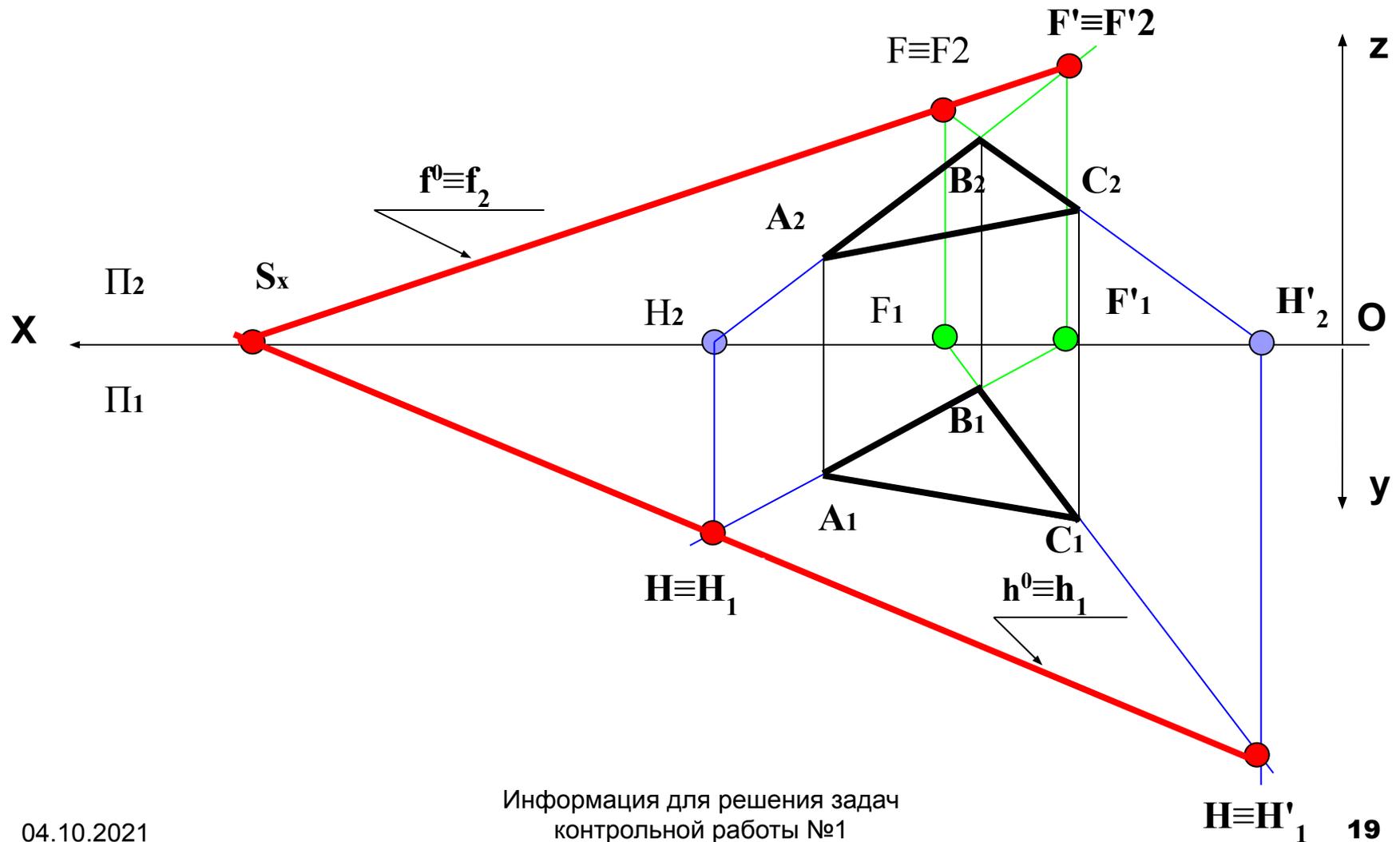
Задание плоскости следами **обладает преимуществом** перед другими вариантами ее изображения на эюре:

- 1) сохраняется **наглядность** изображения;
- 2) требуется указать **только две прямые** вместо четырех или шести .

На рис. Показана **плоскость общего положения.**



# Построить следы плоскости $\Sigma$ ( $\Delta ABC$ ).



# Условие перпендикулярности двух прямых

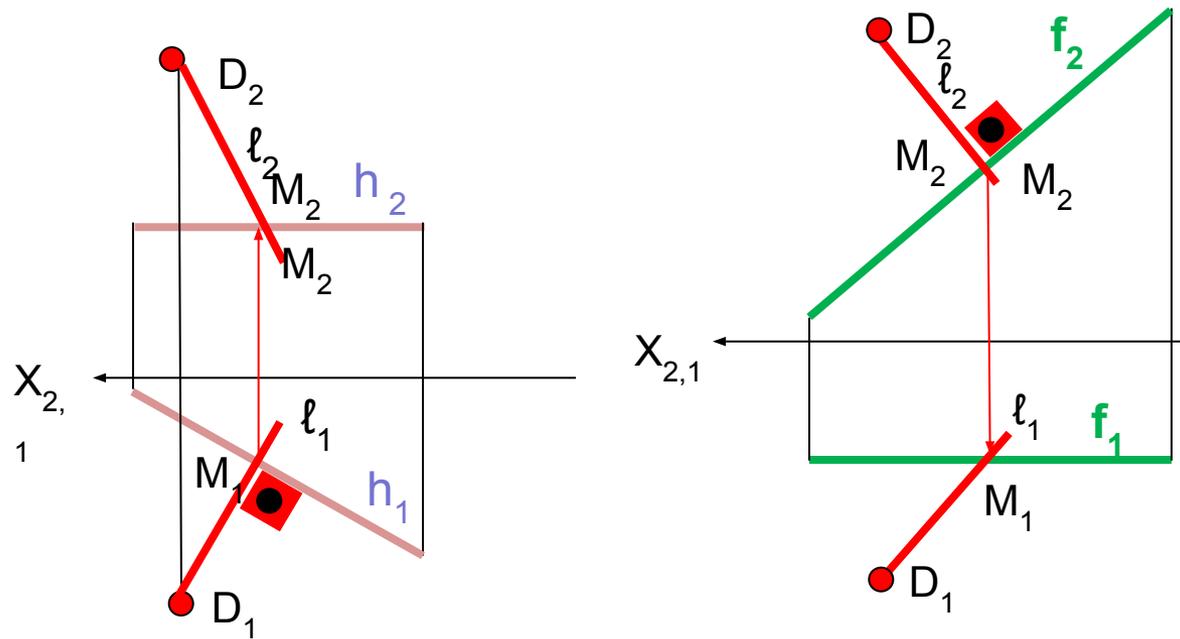
- Две прямые перпендикулярны, если угол между ними составляет  $90^\circ$ .  
Кроме того, в начертательной геометрии существует еще одно утверждение на эту тему:
  - Две прямые перпендикулярны, **если одна из них линия уровня.**
- Для подтверждения этого заключения рассмотрим примеры.

## ЗАДАЧА №2

**Пример:** через точку  $D$  провести прямую  $\ell$ , пересекающую горизонталь  $h$  под прямым углом  $\ell \perp h$

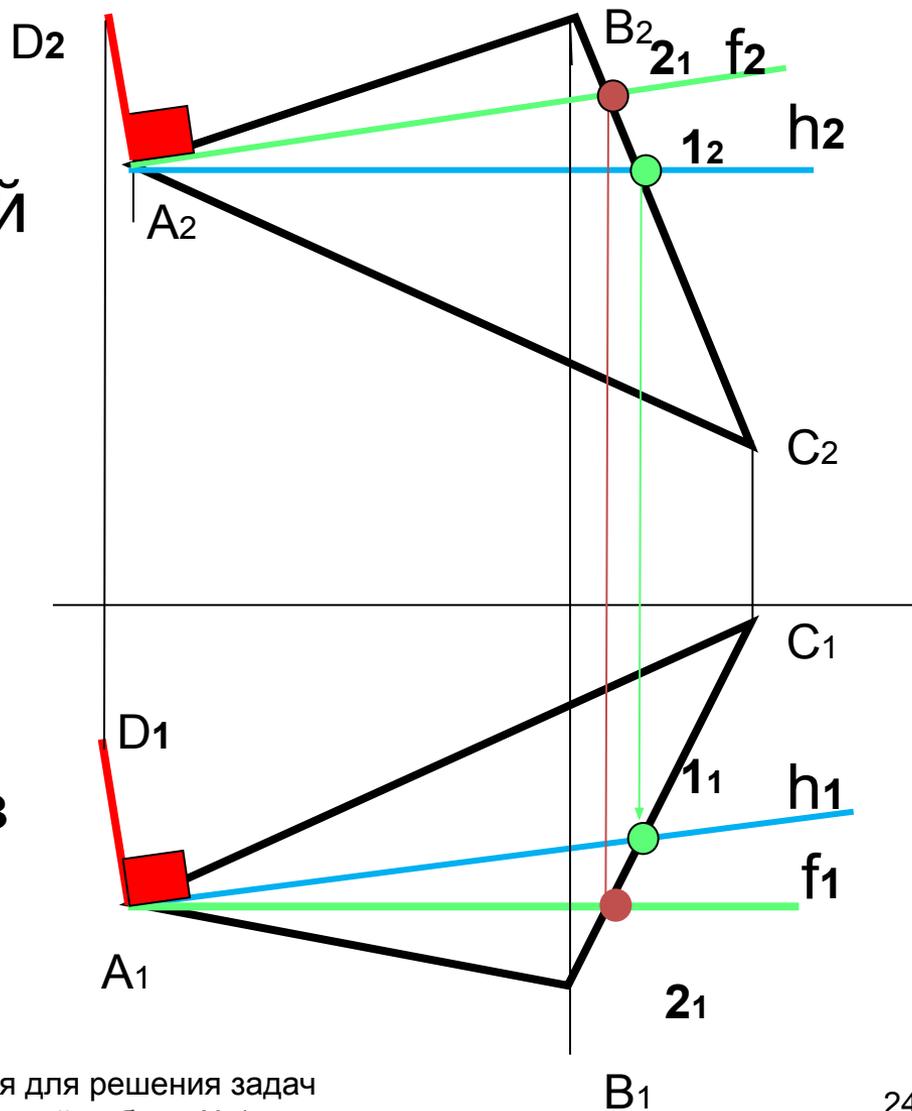
- Так как одна из сторон  $h$  прямого угла параллельна плоскости  $\Pi_1$ , то на эту плоскость прямой угол спроецируется без искажения. Поэтому через горизонтальную проекцию  $D_1$  проведем горизонтальную проекцию искомой прямой  $\ell_1 \perp h_1$ . Отметим горизонтальную проекцию точки пересечения прямой и горизонтали  $M_1 = \ell_1 \cap h_1$ . Отметим горизонтальную проекцию точки пересечения прямой и горизонтали  $M_1 = \ell_1 \cap h_1$ . Найдем по принадлежности фронтальную проекцию точки пересечения  $M_2$ . Точки  $D_2$  и  $M_2$  определяют фронтальную проекцию искомой прямой  $\ell$ . Две проекции прямой определяют ее положение в пространстве.

- Если вместо горизонтали будет задана фронталь  $f$ , то геометрические построения по проведению прямой  $\ell \perp f$  аналогичны рассмотренным с той лишь разницей, что построения неискаженной проекции прямого угла следует начинать с фронтальной проекции (рис. б).



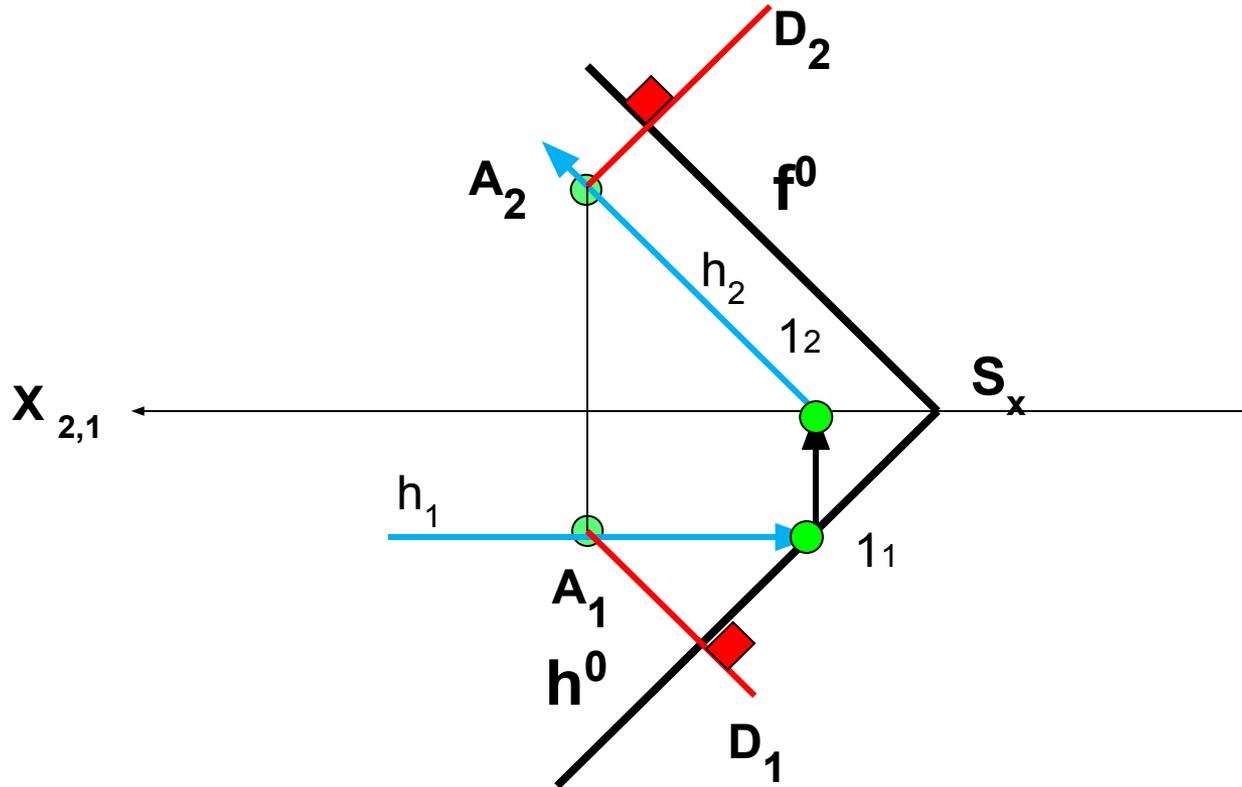
**Пример. Из точки  $A$ , принадлежащей плоскости  $\alpha$  ( $\Delta ABC$ ),  
восставить к плоскости  $\alpha$  перпендикуляр  $AD$ .**

- Для определения направления проекций перпендикуляра, проведем проекции горизонтали  $h$  и фронтали  $f$  плоскости  $\Delta ABC$ . После этого из точки  $A_1$  восстанавливаем перпендикуляр к  $h_1$ , а из  $A_2$  – к  $f_2$



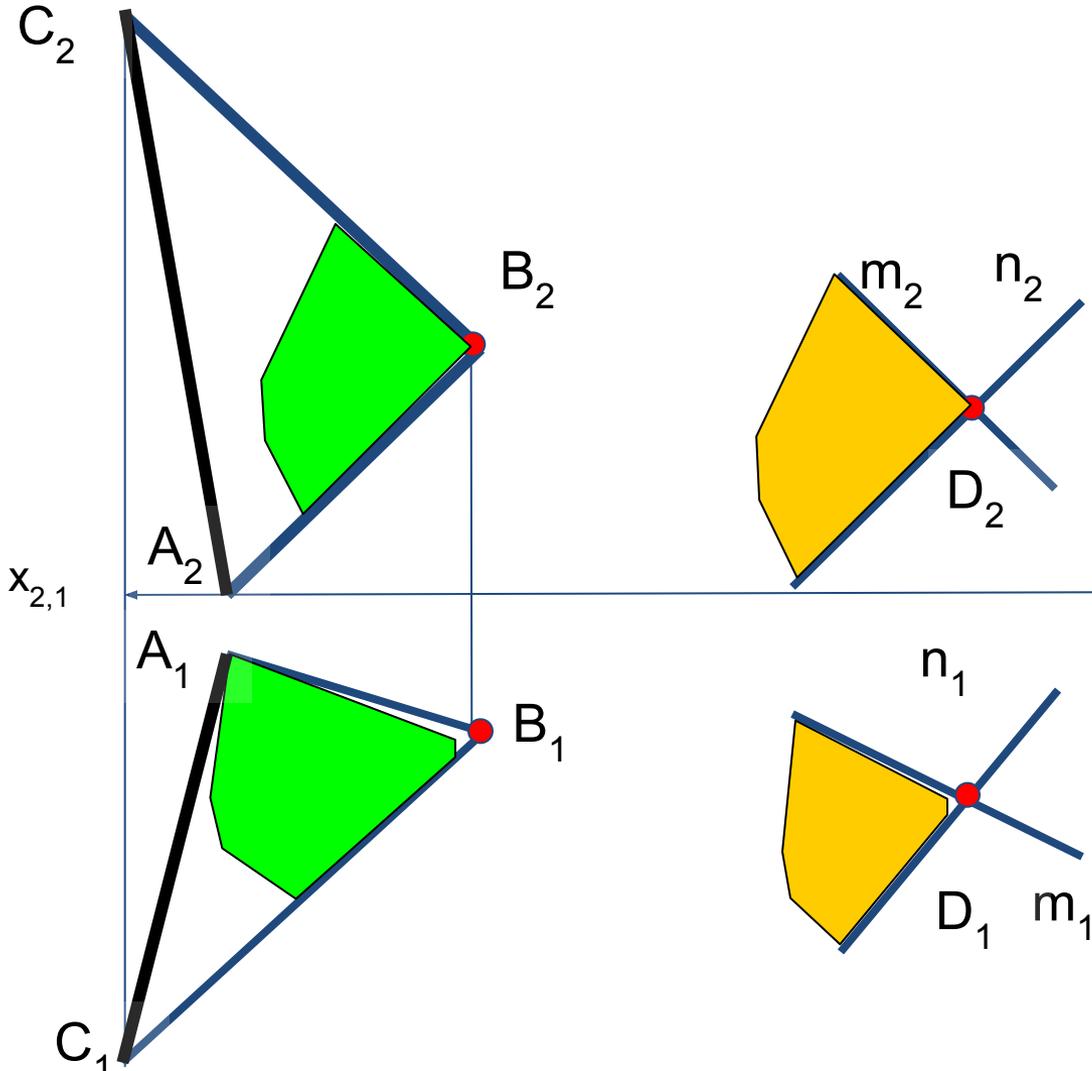
- **Если плоскость задана следами**, для того, чтобы прямая в пространстве была перпендикулярна плоскости, необходимо и **достаточно, чтобы проекции этой прямой были перпендикулярны к одноименным следам**

**Пример.** Из точки  $A$ , принадлежащей плоскости  $\alpha(h^0 \cap f^0)$ ,  
 восставить к плоскости  $\alpha$  перпендикуляр  $AD$ .



# Условие параллельности плоскостей (Задача 3)

Если в плоскости имеется хотя бы одна прямая параллельная заданной прямой, то прямая и плоскость параллельны. Признаком параллельности двух плоскостей служит условие: **плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся второй плоскости.**



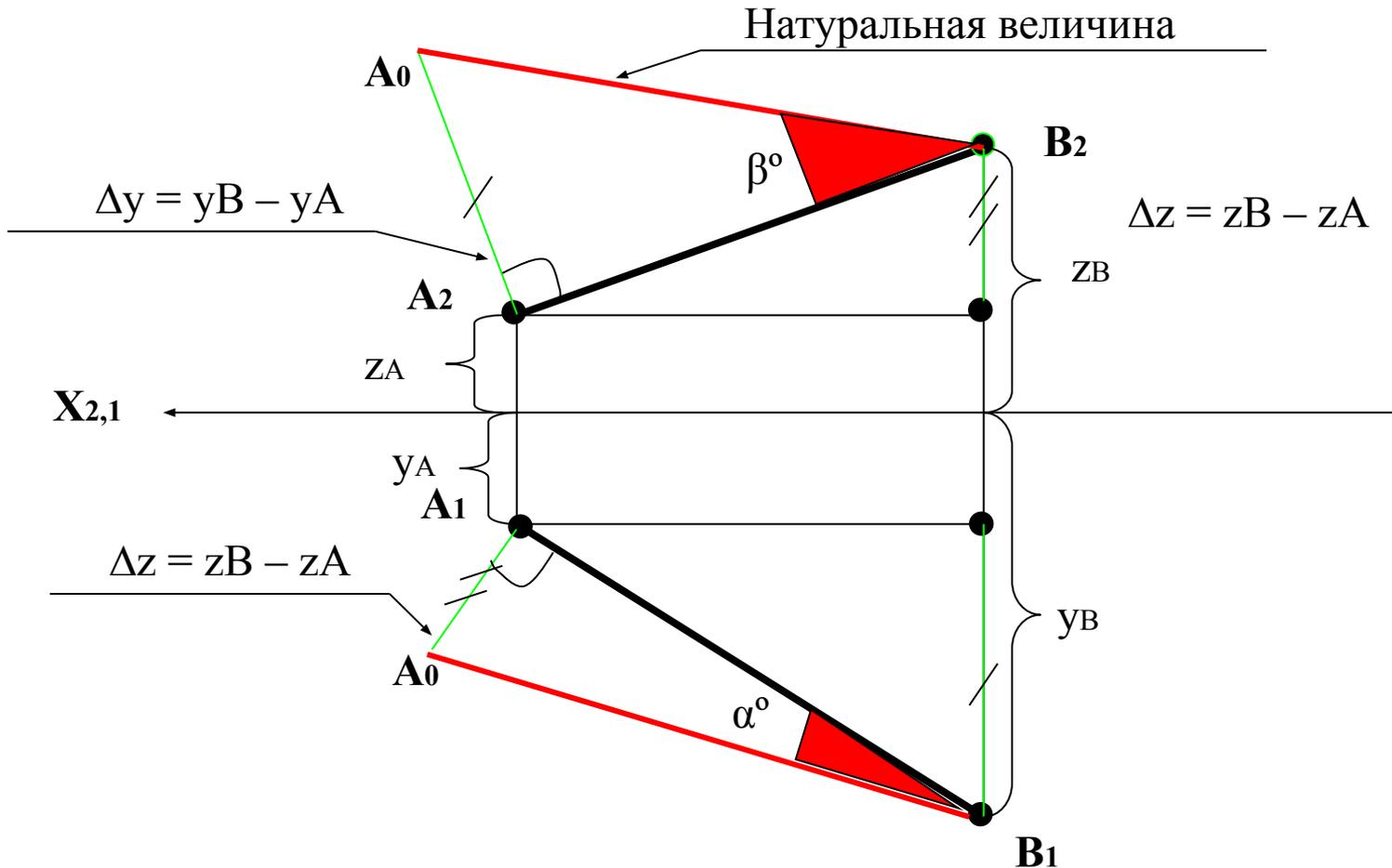
# Линия наибольшего наклона (ската) плоскости (*ЛНН*)

- Это линия, принадлежащая плоскости и перпендикулярная линиям уровня ( $h, f, p$ ) этой плоскости.
- На комплексном чертеже горизонтальная проекция  $(ЛНН)_1 \perp h_1$ , а фронтальная проекция  $(ЛНН)_2 \perp f_2$ .
- *Используется эта линия для нахождения углов наклона плоскости к плоскостям проекций.*

# Определение расстояния между двумя точками отрезка прямой и углов наклона отрезка способом прямоугольного треугольника

- **Натуральная величина отрезка равна гипотенузе** прямоугольного треугольника, построенного на двух катетах один из которых проекция отрезка, а второй – разность координат начала и конца отрезка в другой плоскости проекций.

# Пример определения расстояния и углов наклона способом прямоугольного треугольника



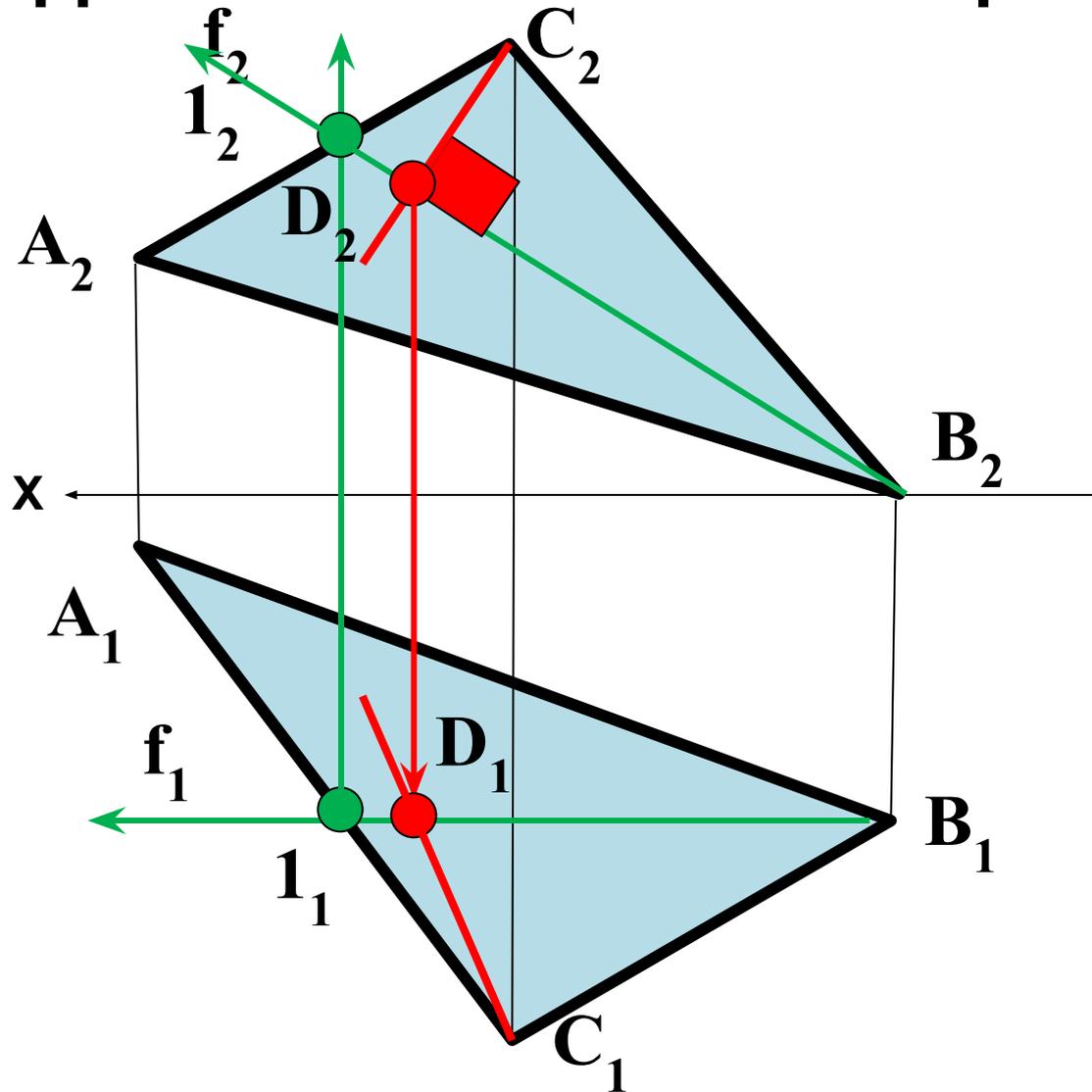
$\alpha^\circ$  Угол наклона прямой к горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1$

$\beta^\circ$  Угол наклона прямой к фронтальной плоскости проекций  $\Pi_2$

Информация для решения задач контрольной работы №1

# Линия наибольшего наклона плоскости $\triangle ABC$ к фронтальной плоскости проекций $\Pi_2$

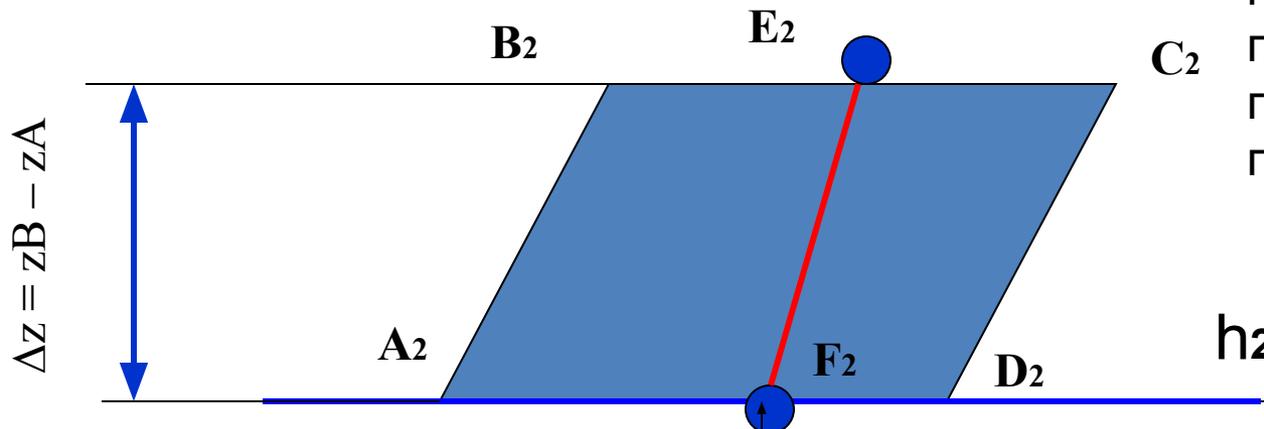
## Задача 4



**$DB$**  - линия наибольшего наклона к фронтальной плоскости проекций

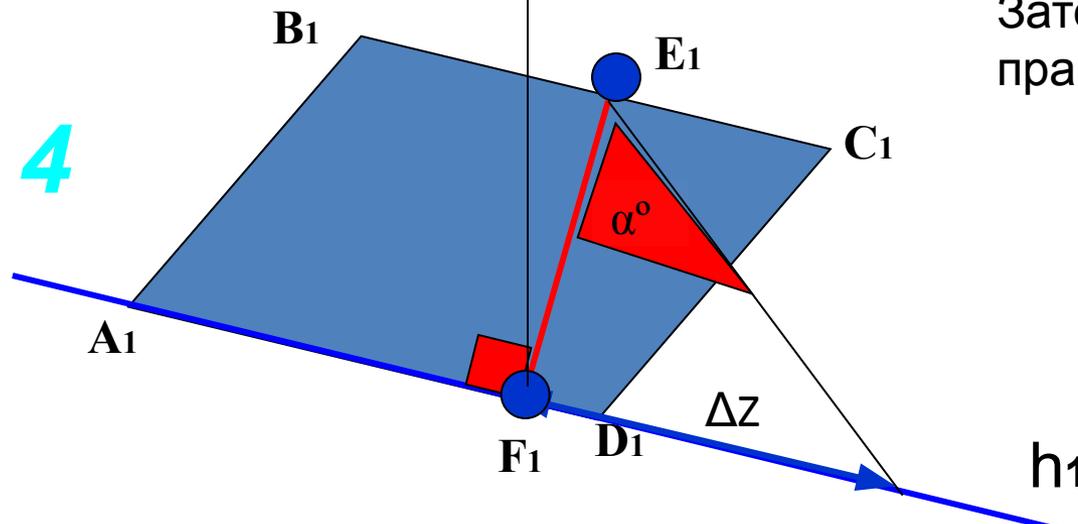
# Определить **угол наклона** плоскости к горизонту с помощью линий наибольшего наклона

Горизонтальная проекция лнн перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали



Затем используем правило треугольника

## Задача 4



# Задачи на пересечение

Пересечение  
линии с линией

$$l \cap m$$

Пересечение  
линии с  
поверхностью

$$l \cap \alpha$$

Пересечение  
поверхности  
с поверхностью

$$\alpha \cap \beta$$

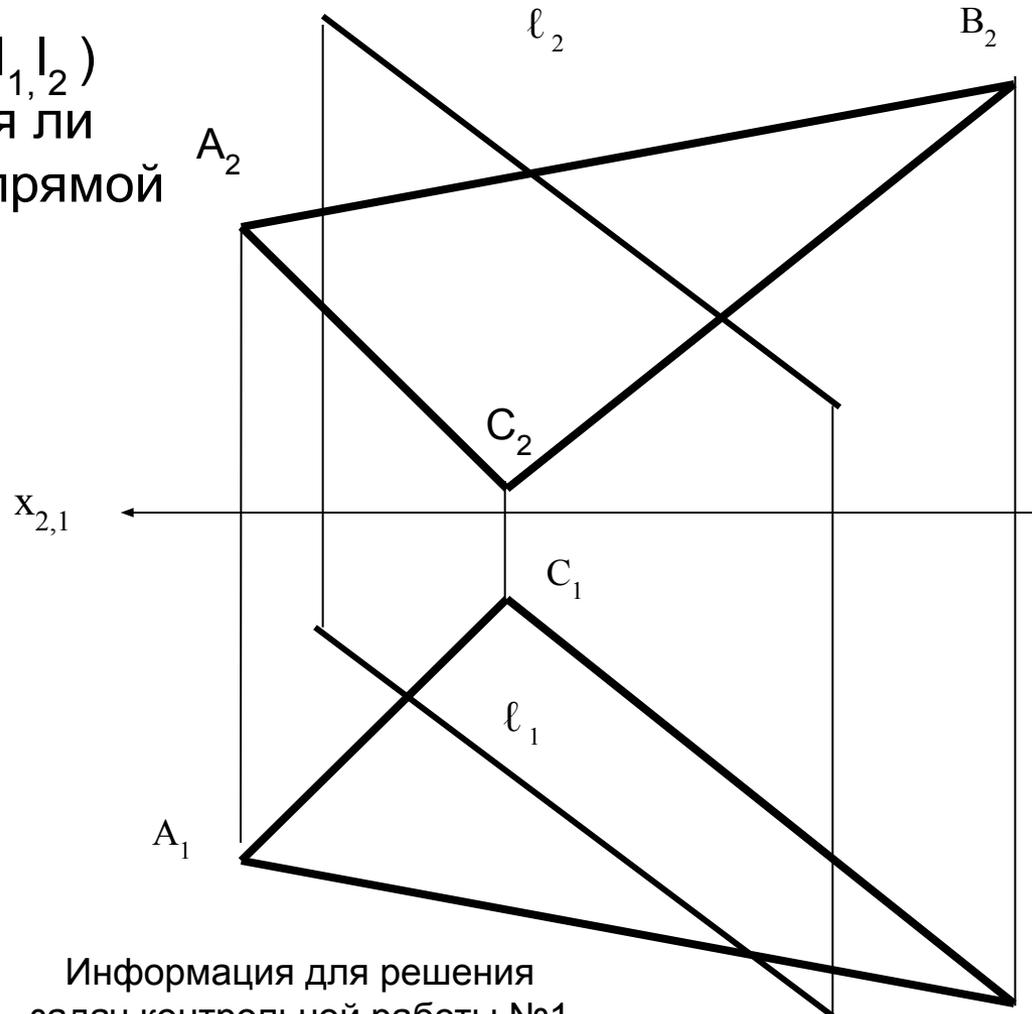
# Пересечение линии с поверхностью

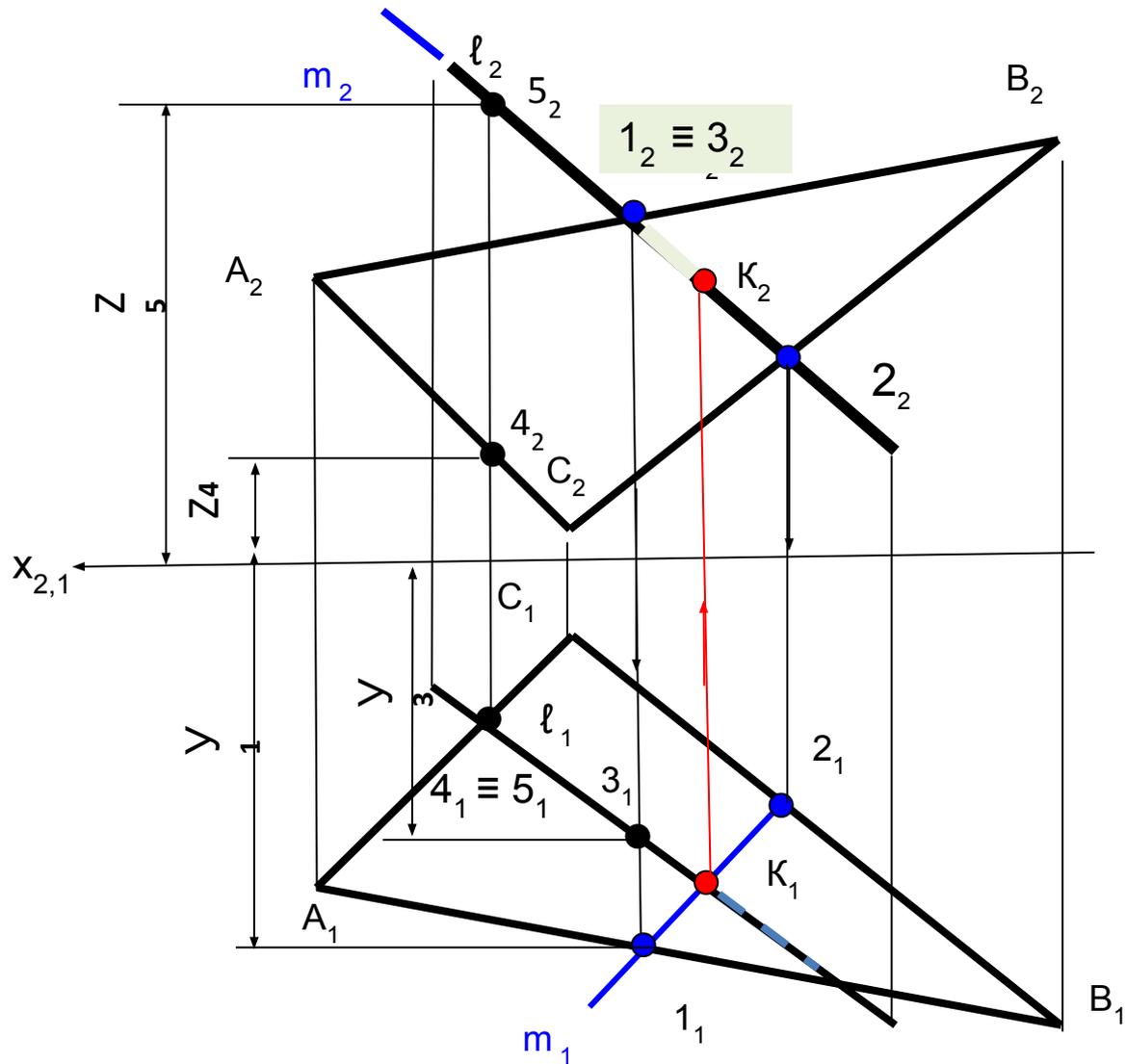
- Задача сводится к решению задачи на определение точки, принадлежащей прямой и поверхности.
- Для решения необходимо:
  - 1) через одну из проекций прямой провести конкурирующую прямую, принадлежащую поверхности;
  - 2) найти ее проекцию во второй плоскости проекций.
- Если эта проекция пересечет проекцию заданной прямой, значит имеется точка пересечения прямой и поверхности.

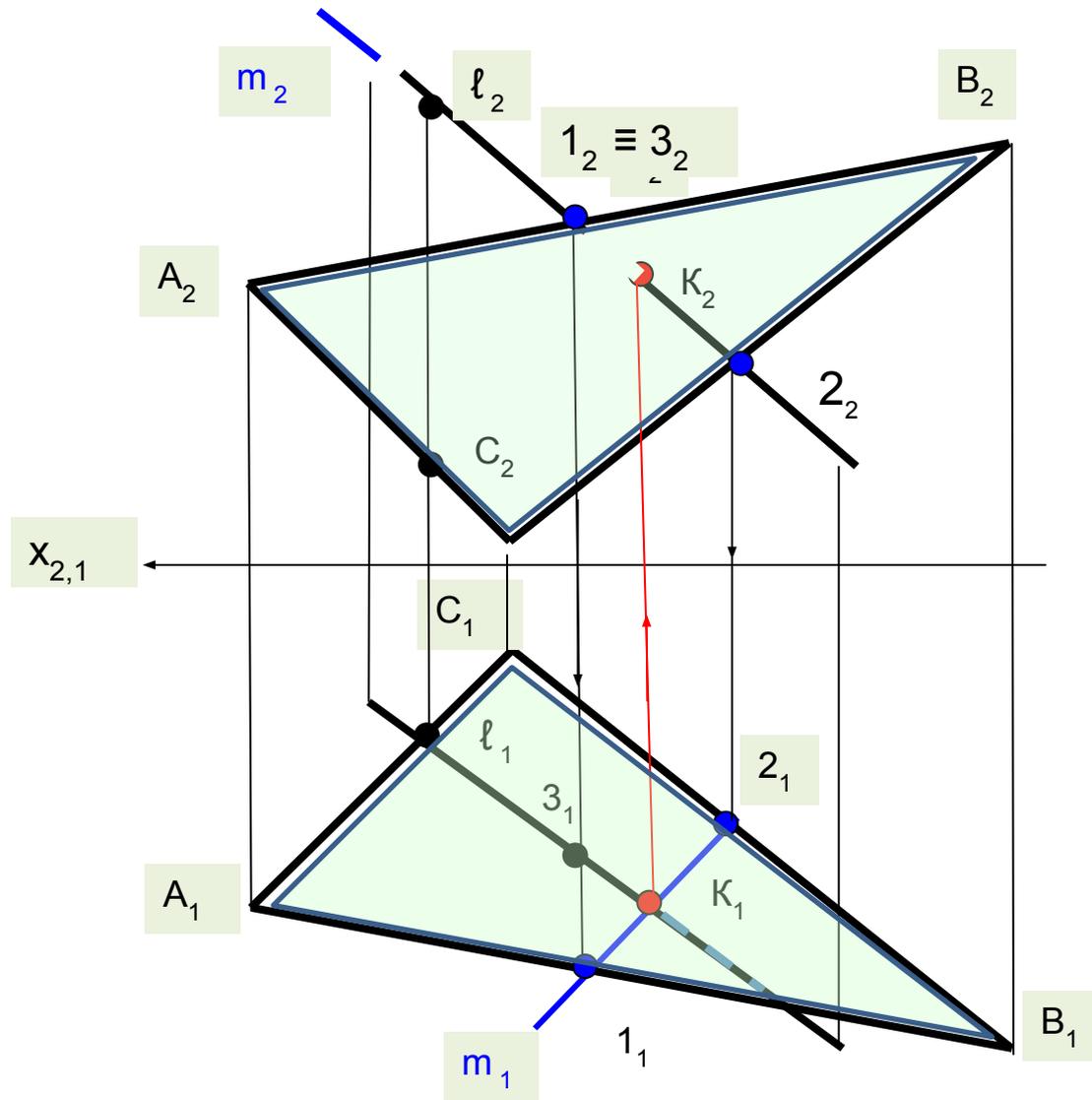


# Задача

**Дано:**  $\alpha$  ( $\triangle ABC$ ),  $(l_1, l_2)$   
**Определить:** имеется ли точка пересечения прямой с поверхностью  $\alpha$  ?







# Задача

Дано:  $\alpha$  ( $\Delta ABC$ ),  $(M_1, M_2)$

Определить расстояние от  $M$  до  $\Delta ABC$ .

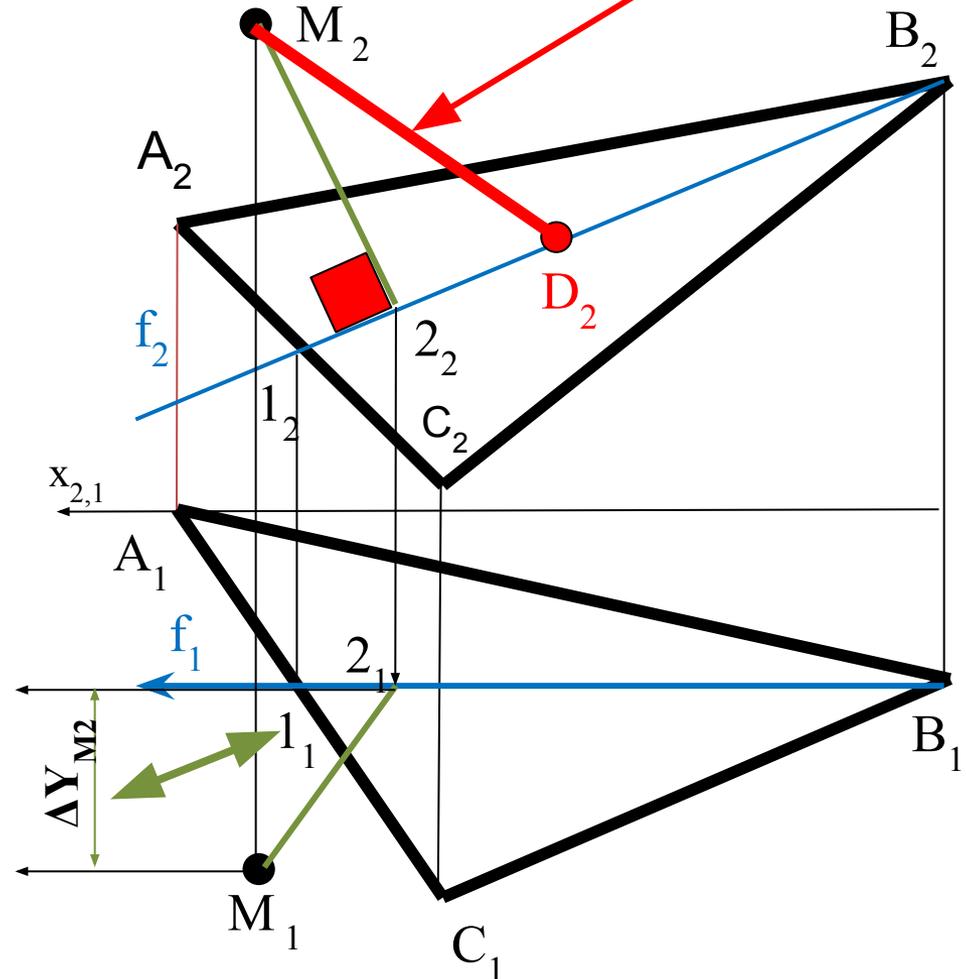
1- построить линию уровня  $f_1 \rightarrow f_2$

2 – опустить перпендикуляр из  $M$   
 $M_2 D_2 \rightarrow M_1 D_1$

3 – для определения расстояния  
применить способ прямоугольного  
треугольника и использовать  
разницу координат  $\Delta Y_{M_2}$   
проекции перпендикуляра в  $\Pi_1$

4 – построить гипотенузу  $M_2 D_2$   
(расстояние от  $M$  до плоскости  $\Delta$ )  
прямоугольного треугольника в  $\Pi_2$

Натуральная величина  
расстояния от  $M$  до плоскости  
треугольника  $ABC$



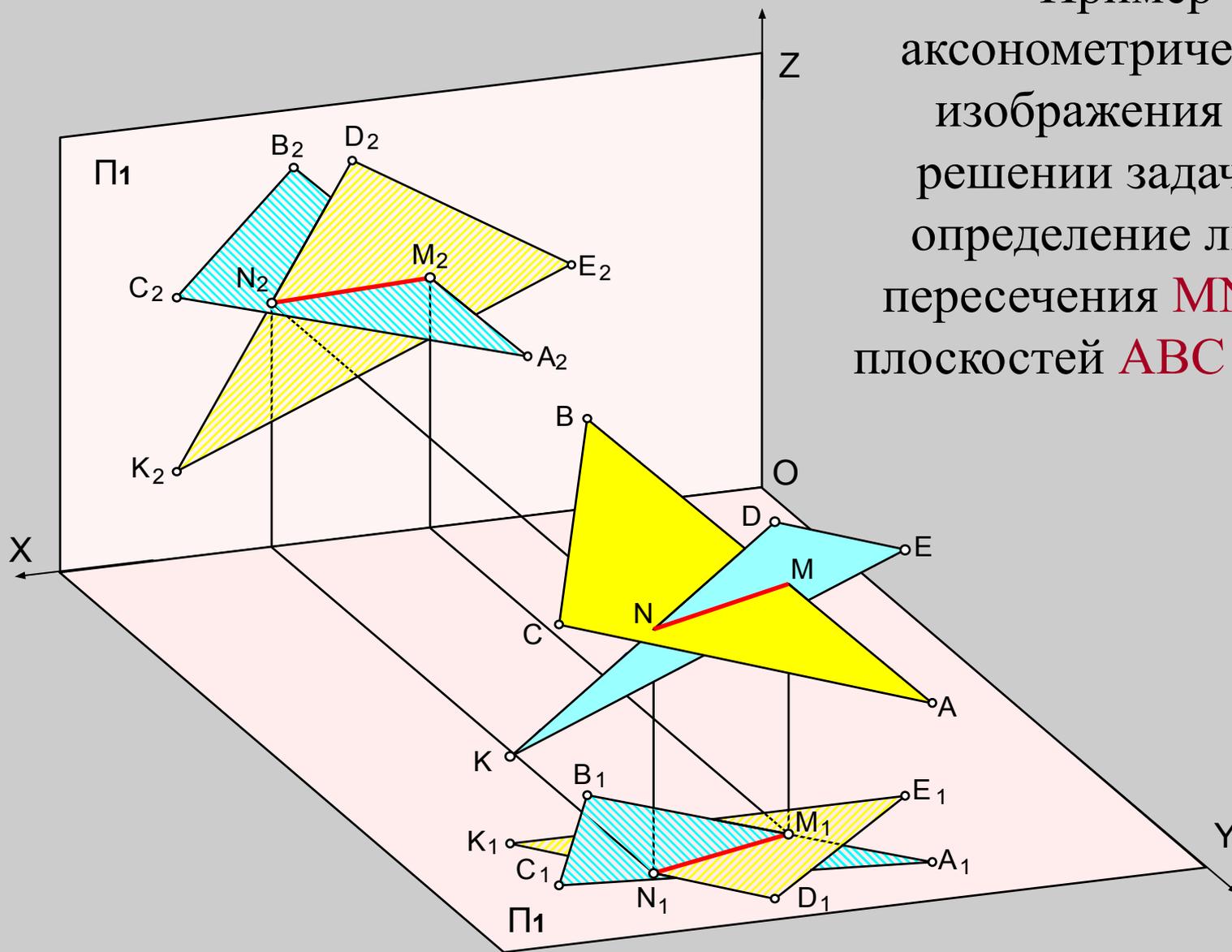
# Пересечение поверхностей

- Две поверхности пересекаются по линии, точки которой принадлежат каждой из пересекающихся поверхностей.
- Способ построения линии пересечения двух поверхностей состоит в следующем:  
Заданные поверхности пересекаются третьей, вспомогательной секущей поверхностью; находят линии, по которым эта вспомогательная пересекает каждую из заданных поверхностей; далее отмечают точки в которых пересекаются полученные линии пересечения.

# Пересечение плоскостей

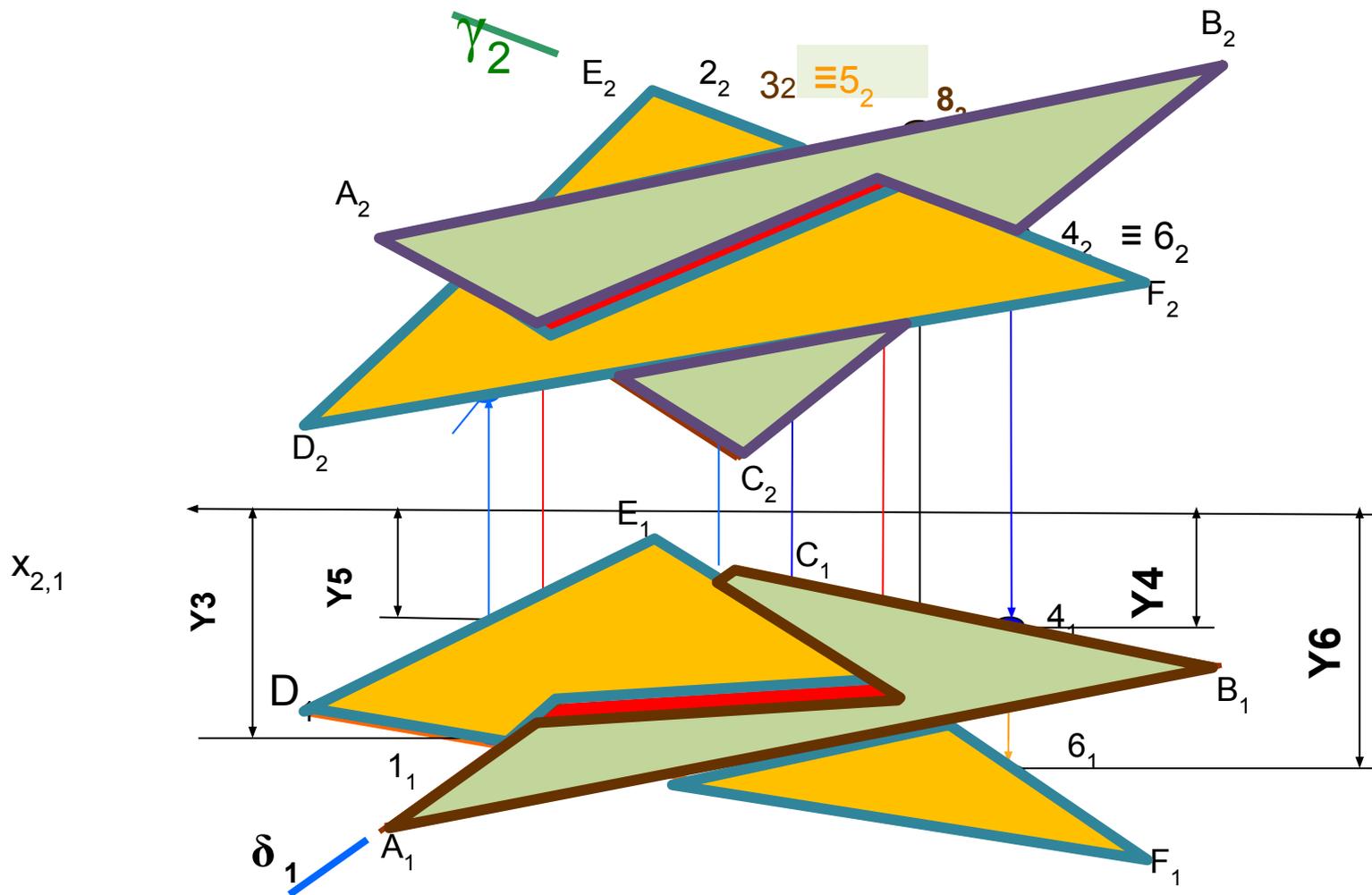
- **Две плоскости пересекаются по прямой линии, для определения которой достаточно найти две точки, принадлежащие одновременно каждой из заданных плоскостей.**
- **Чтобы найти такие точки достаточно ввести две вспомогательные секущие плоскости.**

Пример  
аксонометрического  
изображения при  
решении задачи на  
определение линии  
пересечения **MN** двух  
плоскостей **ABC** и **DEK**.



**Дано:**  $\alpha$  ( $\Delta ABC$ ),  $\beta$  ( $\Delta DEF$ );

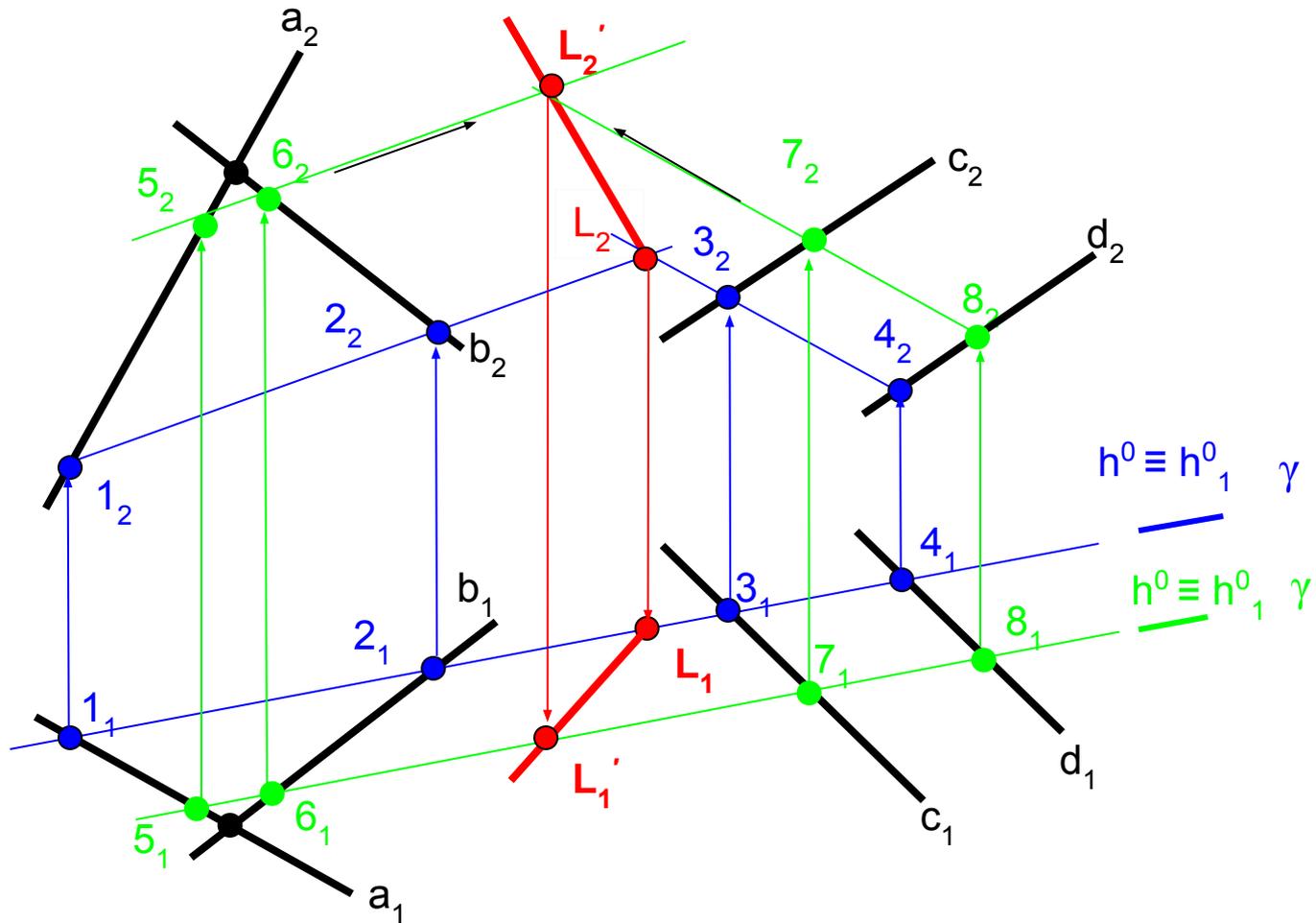
**Определить** взаимное положение плоскостей



Пример 1. Определить линию пересечения плоскостей  $\alpha(a \cap b)$  и  $\beta(c \parallel d)$

- Алгоритм решения.
- 1. Проводим вспомогательную горизонтально проецирующую плоскость  $\gamma$
- 2. и 3. Определяем проекции прямых  $m$  и  $n$ , по которым пересекаются плоскости  $\alpha(a \cap b)$  и  $\beta(c \parallel d)$ .
- 4. Находим точки пересечения одноименных фронтальных проекций линий пересечения плоскостей  $\alpha$  и  $\beta$ .

# Пример графического решения пересечения плоскостей



- **До свидания.**
- **Спасибо за внимание.**

# Информацию составил Ведякин Фёдор Филиппович

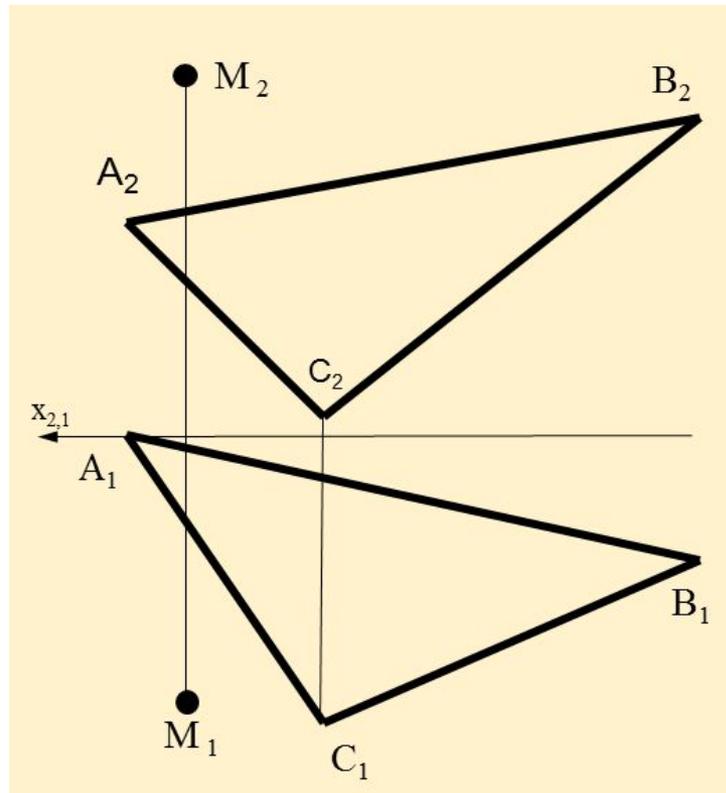


# **Возможные варианты**

**Вопросы.**

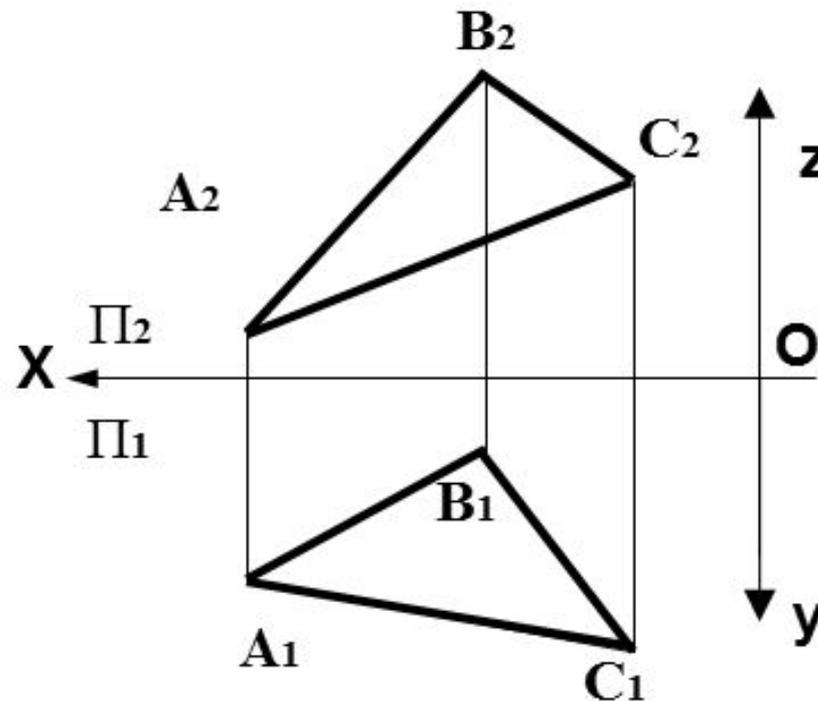
1. Что такое координаты? 2. Что такое следы плоскости?
3. Зачем нужно правило прямоугольного треугольника?

**Задача.** *Определить расстояние от точки  $M$  до плоскости  $\Delta ABC$ .*



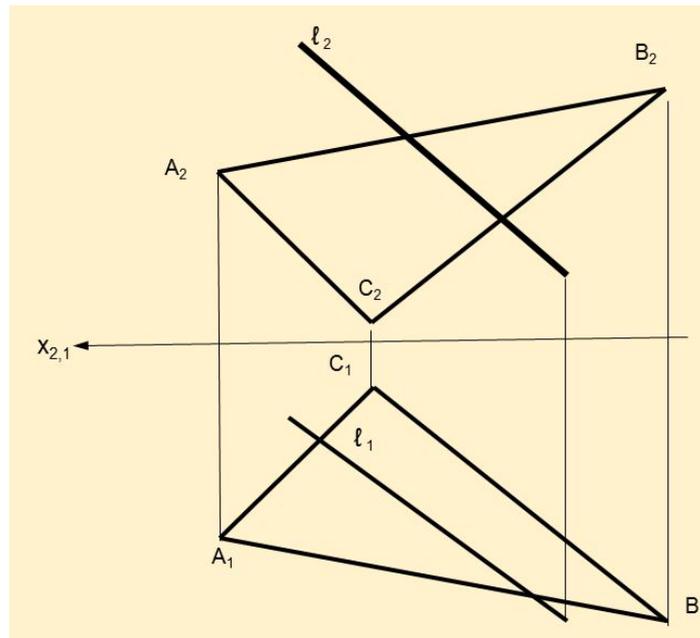
**Вопросы.** 1. Что такое октанты? 2. Какие положения прямых известны? Привести графические примеры. 3. Что такое линия наибольшего наклона плоскости и где её используют? Привести графический пример?

**Задача.** Построить следы плоскости  $\Delta ABC$  и определить угол наклона ..... эти проекций.



**Вопросы.** Что такое координаты? 2. Что такое следы прямых, их обозначение и назначение? Их графические примеры. 3. Основные линии плоскости. Их назначение, обозначение и графические примеры.

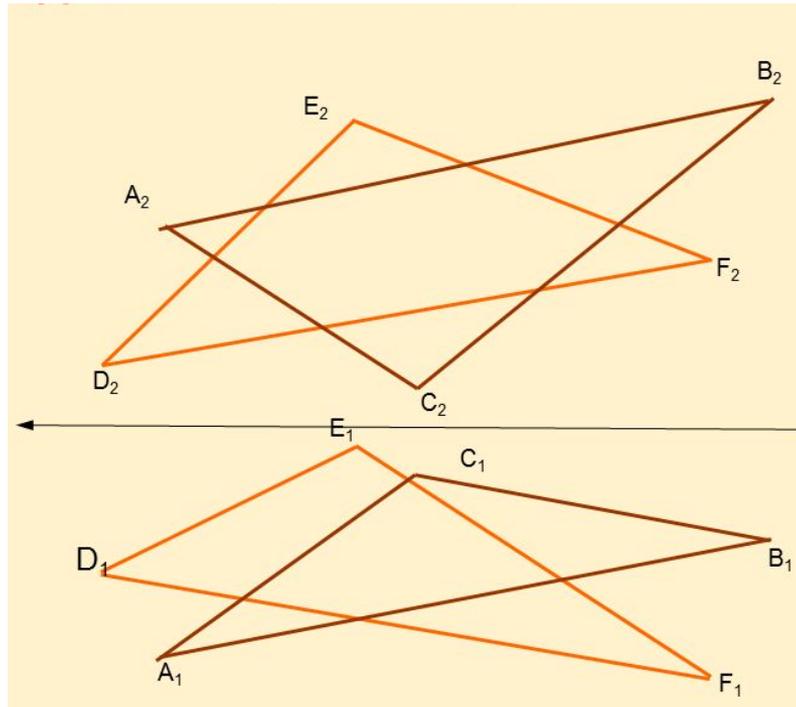
**Задача.** *Определить взаимное положение плоскости  $\Sigma(\Delta ABC)$  с прямой общего положения  $\ell$  и угол наклона прямой к горизонтальной плоскости проекций.*



**Вопросы.** Какие способы проецирования существуют и их сущность? 2. Плоскость, её положение в пространстве и на комплексном чертеже. Её графические примеры.

3. Основные линии плоскости. Их назначение, обозначение и графические примеры.

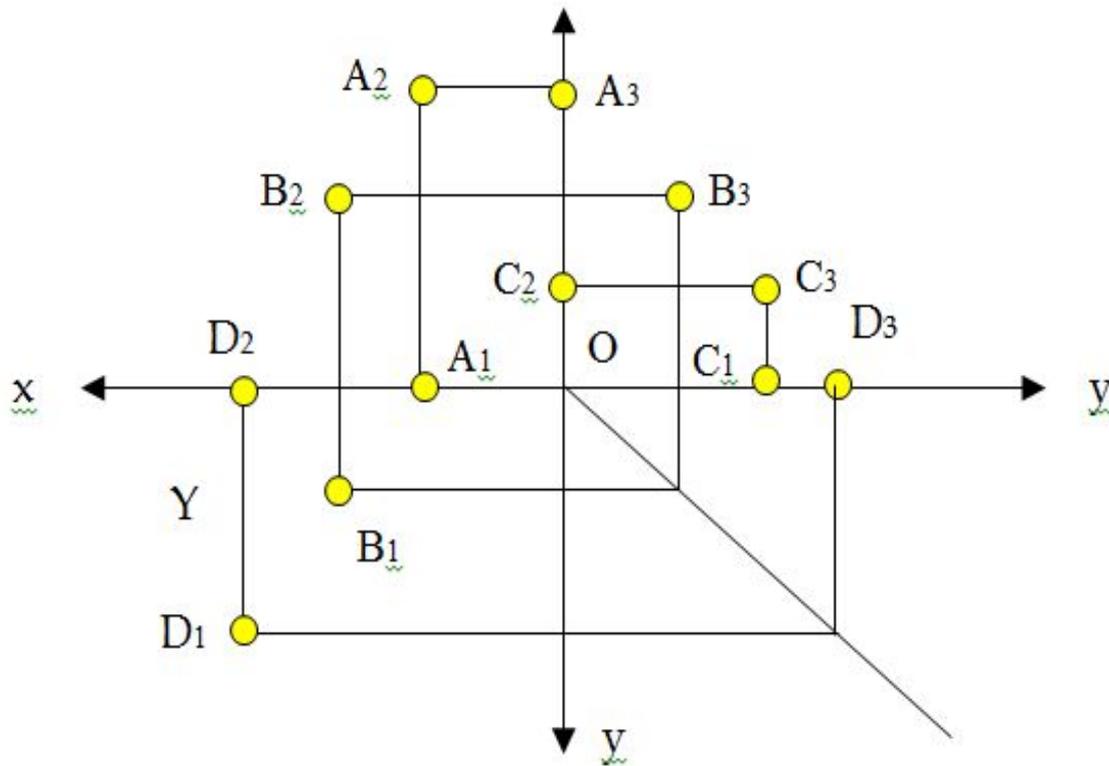
**Задача.** *Определить взаимное положение плоскостей  $\Sigma(\Delta ABC) \Gamma(\Delta ABC)$ .*



**Вопросы.** Примеры позиционных задач. 2. Условия принадлежности геометрических элементов.

3. Конкурирующие точки. Сущность метода конкурирующих точек.

**Задача.** Какая из точек, заданных на рис., принадлежит плоскости  $\Pi_1$  ?



**Вопросы.** Условия принадлежности геометрических элементов? 2.

Прямая, её положение в пространстве и на комплексном чертеже.

Графические примеры.

3. Основные линии плоскости. Их назначение, обозначение и графические примеры.

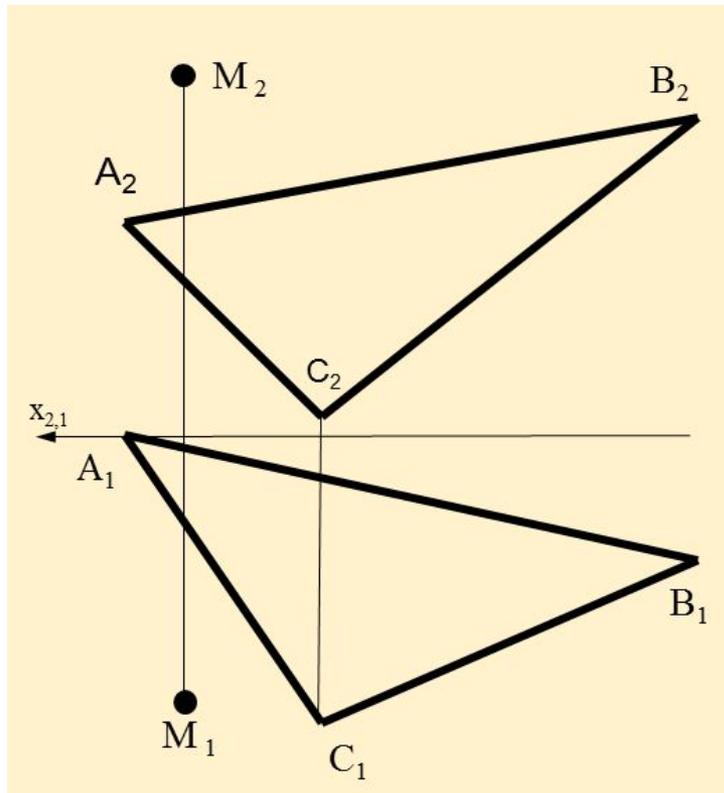
**ЗАДАЧА.** Для создания комплексного чертежа для точки А, по её координатам  $(45, 36,25)$  построить три её проекции:



**Вопросы.**

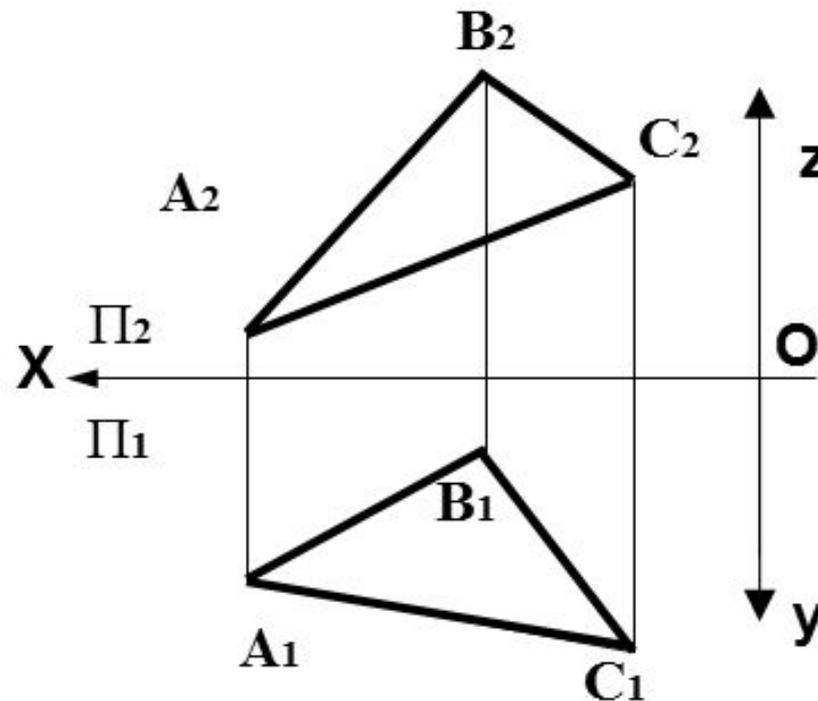
1. Что такое координаты? 2. Что такое следы плоскости?
3. Зачем нужно правило прямоугольного треугольника?

**Задача.** *Определить расстояние от точки  $M$  до плоскости  $\Delta ABC$ .*



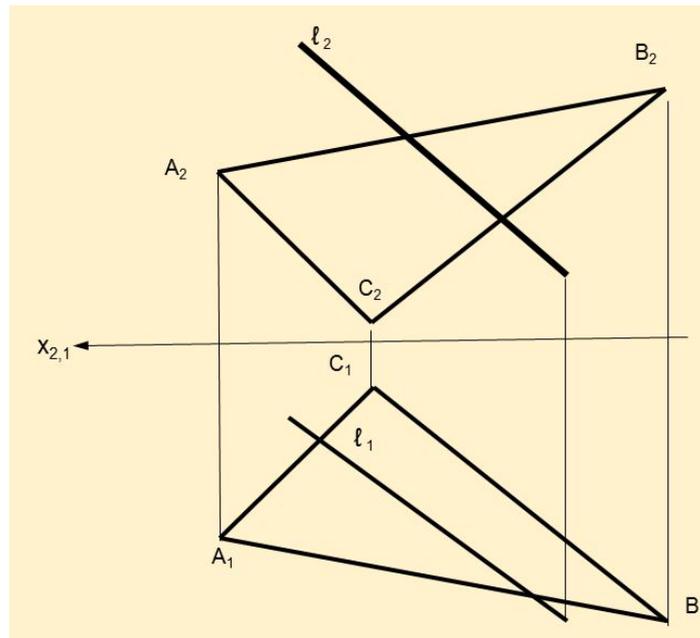
**Вопросы.** 1. Что такое октанты? 2. Какие положения прямых известны? Привести графические примеры. 3. Что такое линия наибольшего наклона плоскости и где её используют? Привести графический пример?

**Задача.** Построить следы плоскости  $\Delta ABC$  и определить угол наклона ..... эти проекций.



**Вопросы.** Что такое координаты? 2. Что такое следы прямых, их обозначение и назначение? Их графические примеры. 3. Основные линии плоскости. Их назначение, обозначение и графические примеры.

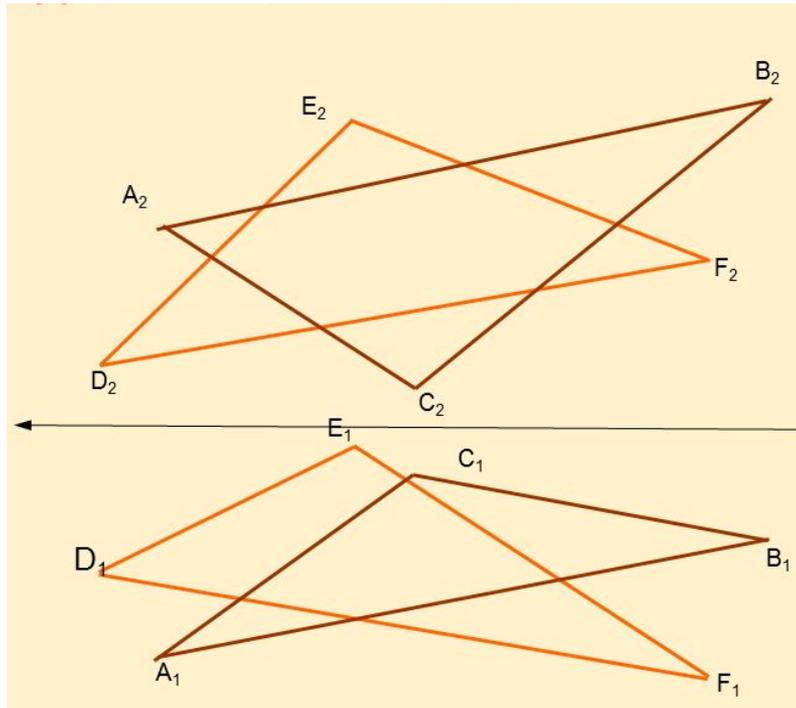
**Задача.** *Определить взаимное положение плоскости  $\Sigma(\Delta ABC)$  с прямой общего положения  $\ell$  и угол наклона прямой к горизонтальной плоскости проекций.*



**Вопросы.** Какие способы проецирования существуют и их сущность? 2. Плоскость, её положение в пространстве и на комплексном чертеже. Её графические примеры.

3. Основные линии плоскости. Их назначение, обозначение и графические примеры.

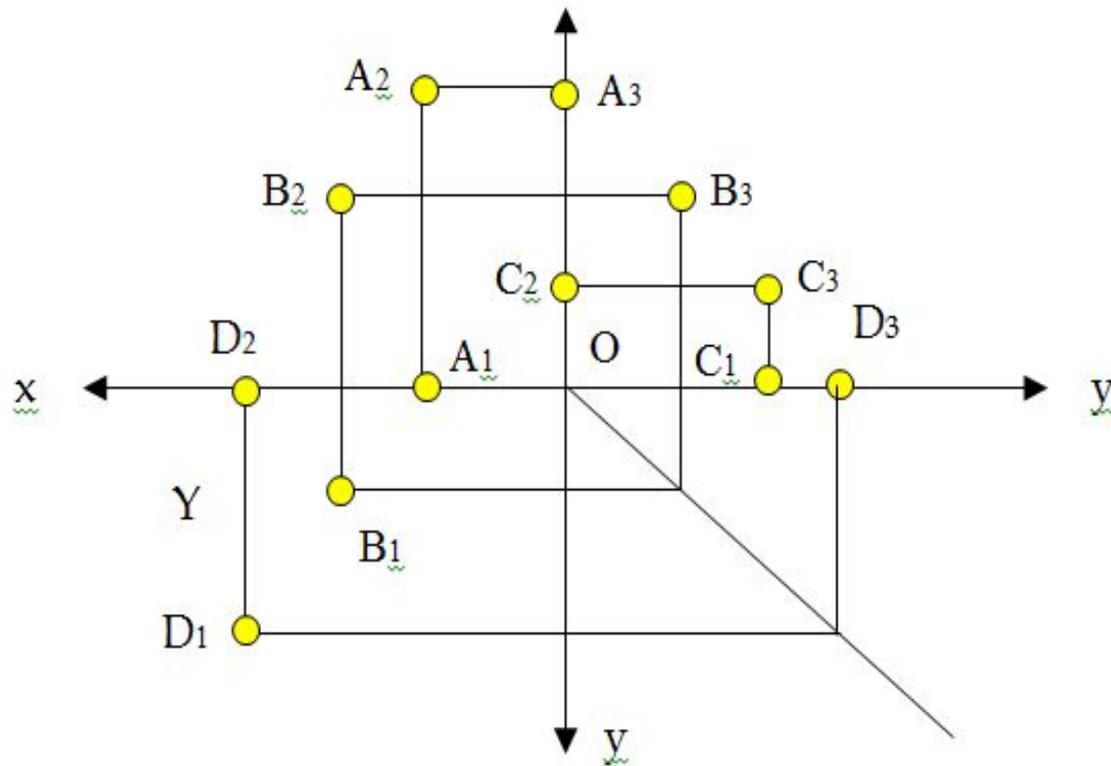
**Задача.** *Определить взаимное положение плоскостей  $\Sigma(\Delta ABC) \Gamma(\Delta ABC)$ .*



**Вопросы.** Примеры позиционных задач. 2. Условия принадлежности геометрических элементов.

3. Конкурирующие точки. Сущность метода конкурирующих точек.

**Задача.** Какая из точек, заданных на рис., принадлежит плоскости  $\Pi_1$  ?



**Вопросы.** Условия принадлежности геометрических элементов? 2.

Прямая, её положение в пространстве и на комплексном чертеже.

Графические примеры.

3. Основные линии плоскости. Их назначение, обозначение и графические примеры.

**ЗАДАЧА.** *Для создания комплексного чертежа для точки  $A$ , по её координатам  $(45, 36, 25)$  построить три её проекции*

