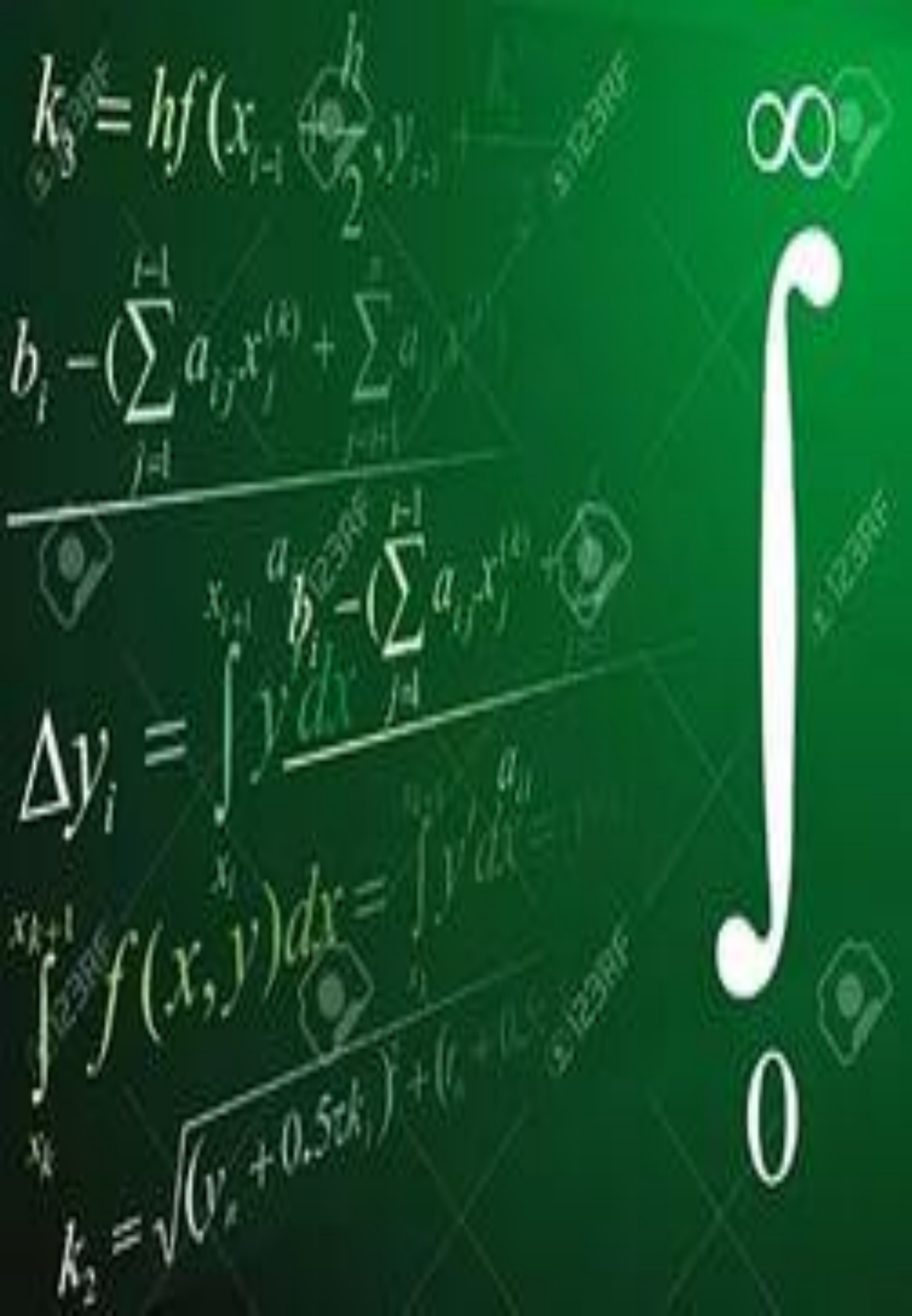
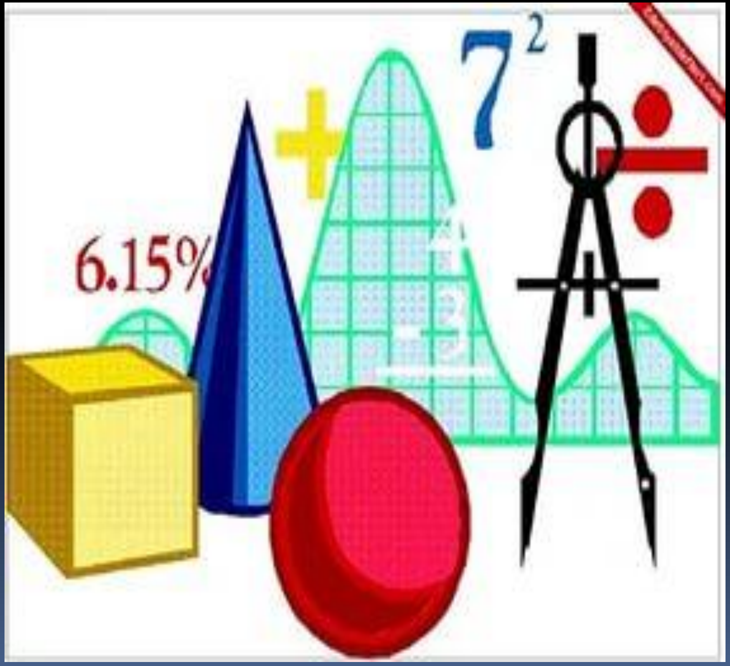


ПРИМЕНЕНИ
Е
ИНТЕГРАЛА
В ФИЗИКЕ И
ГЕОМЕТРИИ

Презентацию сделал:
Кузнецов Захар

Краткое содержание

- Что такое интеграл
- История возникновения интеграла
- Применение интегралов физике и геометрии



Что такое интеграл

- В высшей математике используется такое понятие, как интеграл или полное название - интеграл функции. Итак, что такое интеграл? Это то же самое, что сумма сложения бесконечно малых слагаемых (точек, отрезков), которых имеется бесконечно огромное количество. Обозначается интеграл знаком «∫».
- Упрощённо интеграл можно представить как аналог суммы для бесконечного числа бесконечно малых слагаемых.
- Неформально интеграл функции можно описать как площадь фигуры, образующейся между осью х (ось абсцисс) и кривой графика функции (такая фигура называется криволинейной трапецией). Процесс определения данной площади называется интегрированием. Иногда функция может быть задана несколькими переменными (неизвестными), тогда интеграл является объемом под поверхностью, которую образует график данной функции.

Неформально интеграл функции можно описать как площадь фигуры, образующейся между осью x (ось абсцисс) и кривой графика функции (такая фигура называется криволинейной трапецией).

Процесс определения данной площади называется интегрированием. Иногда функция может быть задана несколькими переменными (неизвестными), тогда интеграл является объемом под поверхностью, которую образует график данной функции.

История возникновения интегралов

Понятие интеграла и интегральное исчисление возникли из потребности вычислять площади (квадратуру) любых фигур и объёмы (кубатуру) произвольных тел. Предыстория интегрального исчисления восходит к древности.

- **Термин «интеграл» (от лат. integer — целый, то есть целая, вся — площадь) был предложен в 1696 г. Иоганном Бернулли.**
- **Современное обозначение неопределенного интеграла было введено *Лейбницем* в 1675 году. Он адаптировал интегральный символ , образованный из буквы S — сокращения слова лат. *summa* (сумма). Современное обозначение определенного интеграла, с ограничениями над и под знаком интеграла, были впервые использованы *Жаном Батистом Жозефом Фурье* в 1819-20.**

. Применение интеграла

- с помощью интеграла можно вычислить такие физические величины, как *работа*, она равна интегралу от силы, затраченной при перемещении тела; *масса* однородного стержня равна интегралу от линейной плотности этого стержня; *величина заряда* равна интегралу от силы тока; *количество теплоты* равно интегралу от теплоёмкости

. Применение интеграла в геометрии.

- В геометрии понятие интеграла используется при вычислении объёмов тел. Формула V=

Вычисление объемов тел с помощью определенного интеграла.

$$V = \int_a^b S(x)dx$$

$$V = \int_a^b \pi f^2(x)dx$$

АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОБЪЁМОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ С ПОМОЩЬЮ ОПРЕДЕЛЁННОГО ИНТЕГРАЛА.

1. Ввести систему координат так, что ось OX перпендикулярна основанию геометрического тела.

2. Найти пределы интегрирования a и b.

3. Провести сечение плоскостью перпендикулярно оси OX через точку с абсциссой x.

Определить вид сечения, задать формулой его площадь как функцию S(X).

4. Проверить непрерывность функции S(X) на [a;b].

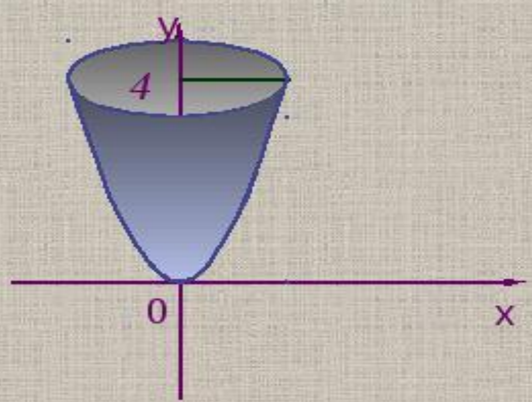
5. $$V = \int_a^b S(x)dx$$

Вычисление объемов тел с помощью интегралов

Вычисление объема тела вращения

Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями:

$y = x^2; \quad x = 0; \quad y = 4$ *вокруг оси OY.*



$$V_y = \pi\int_0^4 \sqrt{y}^{\,2}\,dy = \pi\int_0^4 y\,dy = $$

$$= \pi \left.\frac{y^2}{2}\right|_0^4 = \boxed{8\pi}$$

Применение интегралов в физике

- В физике интеграл применяется для вычисления работы переменной силы, вычисления массы неоднородного стержня и для вычисления расстояния по известному закону изменения скорости.
- Задача

Тело двигается прямолинейно со скоростью, которая изменяется по закону ..

$$v = 2t + 1 (м / с)$$

Найти расстояние, пройденное телом за интервал времени от t_1=1с до t_2=3с

- Решение

$$S = \int_1^3 (2t+1)dt = (2\cdot\frac{t^2}{2} + t)\Big|_1^3 = 9+3-1-1 = 10(м)$$

Применение в физике

- *. **На вычисление пути пройденного точкой.***

Путь, пройденный точкой при неравномерном движении по прямой с переменной скоростью $v = f(t) \geq 0$ за промежуток времени от t_1 до t_2 вычисляется по формуле.

$$S = \int_{t_1}^{t_2} f(t)\,dt$$

Решение задач с помощью интеграла

Пример 1:

Скорость движения точки $v = (9t^2 - 8t)$ м/с. Найти путь, пройденный точкой за 4-ю секунду.

Решение: согласно условию: $f(t) = 9t^2 - 8t, \quad t_1 = 3, t_2 = 4$

Следовательно,

$$s = \int_3^4 (9t^2 - 8t)dt = [3t^3 - 4t^2]_3^4 = 83\ (м).$$

Решение задач с помощью интеграла

- Пример 2:
- Два тела начали двигаться одновременно из одной точки в одном направлении по прямой. Первое тело движется со скоростью $v = (6t^2 + 2t)$ м/с, второе — со скоростью v = *(4t+5)* м/с. На каком расстоянии друг от друга они окажутся через 5 с?
- *Решение: очевидно, что искомая величина есть разность расстояний, пройденных первым и вторым телом за 5 с:*
-
$$s_1 = \int_0^5 (6t^2 + 2t)dt = [2t^3 + t^2]_0^5 = 275\ (м),\ s_2 = \int_0^5 (4t+5)dt = [2t^2 + 5t]_0^5 = 75\ (м),$$
$$s_1 - s_2 = 275 - 75 = 200\ (м).$$

вывод о применении интеграла по таблице

Интеграл $S_n \to \int_a^b f(x)elx.$

Математика

- Вычисления S фигур.
- Длина дуги кривой.
- V тела на S параллельных сечений.
- V тела вращения и т.д.

Физика

- Работа *A* переменной силы.
- S – (путь) перемещения.
- Вычисление массы.
- Вычисление момента инерции линии, круга, цилиндра.
- Вычисление координаты центра тяжести.
- Количество теплоты и т.д.

Спасибо за внимание