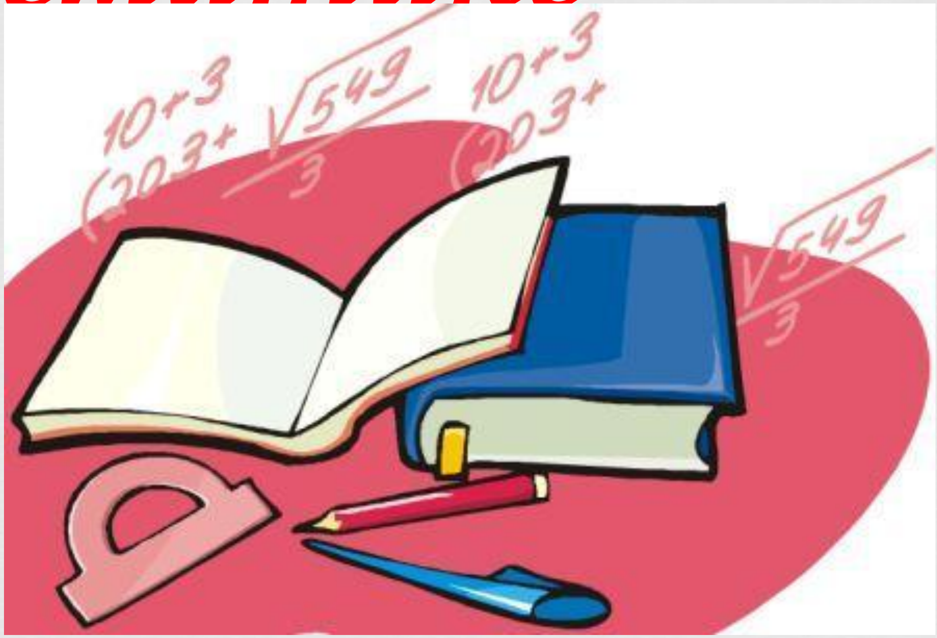
Задание №19 из базового ЕГЭ по математике



mathvideourok.moy.su

Признаки делимости на 2 и 4:

- ***Число делится на 2, если оно заканчивается четной цифрой или нулём.***

Числа 2346 и 3650 - делятся на 2. Число 4521 - не делится на 2.

- ***Число делится на 4, если две последние его цифры нули или образуют число, делящееся на 4. В остальных случаях - не делится.***

Числа 31700 и 16608 -делятся на 4. 215634 – не делится на 4.

Признаки делимости на 3 и 9:

- ***На 3 делятся только те числа, у которых сумма цифр делится на 3.***

Числа 17835 и 5472 – делятся на 3. Число 105499 – не делится на 3.

- ***На 9 делятся только те числа, у которых сумма цифр делится на 9.***

Числа 2376 и 342000 – делятся на 9. Число 106499 – не делится на 9.

Признаки делимости на 8 и 6:

- ***Число делится на 8, если три последние цифры его нули или образуют число, делящееся на 8. В остальных случаях - не делится.***

Числа 125000 и 111120 – делятся на 8. Числа 170004 и 124300 – не делятся на 8.

- ***Число делится на 6, если оно делится одновременно на 2 и на 3. В противном случае - не делится.***

Числа 126 и 254610 – делятся на 6. Числа 3585 и 6574 - не делятся на 6.

Признаки делимости на 5 и 25:

- ***На 5 делятся числа, последняя цифра которых 0 или 5. Другие - не делятся.***

Числа 245 и 56780 – делятся на 5. Числа 451 и 678 – не делятся на 5.

- ***На 25 делятся числа, две последние цифры которых нули или образуют число, делящееся на 25 (т. е. числа, оканчивающиеся на 00, 25, 50 или 75). Другие не делятся.***

Числа 7150 и 345600 – делятся на 25. Число 56755 – не делится на 25.

Признаки делимости на 10, 100 и 1000:

- ***На 10 делятся только те числа, последняя цифра которых нуль, на 100 - только те числа, у которых две последние цифры нули, на 1000 - только те, у которых три последние цифры нули.***

Число 34680 – делится на 10. Число 56700 – делится на 100 и на 10. Число 87549000 - делится на 10, 100 и 1000. Числа 75864, 7776539 и 9864032 – не делятся на 10, 100 и 1000.

Признак делимости на 11:

- ***На 11 делятся только те числа, у которых сумма цифр, занимающих нечетные места, либо равна сумме цифр, занимающих четные места, либо разнится от нее на число, делящееся на 11.***

Число 103785 делится на 11, так как сумма цифр, занимающих нечетные места, 1+3+8=12 равна сумме цифр, занимающих четные места 0+7+5=12.

Число 9163627 делится на 11, так как сумма цифр, занимающих нечетные места, есть 9 + 6 + 6 + 7 = 28, а сумма цифр, занимающих четные места, есть 1 + 3 +2 =6; разность между числами 28 и 6 есть 22, а это число делится на 11.
Число 461025 не делится на 11, так как числа 4+ 1 + 2 = 7 и б +0 + 5=11 не равны друг другу, а их разность 11 -7 = 4 на 11 не делится.

Делимость квадратов натуральных чисел:

- Если число *а* : *4*, то a^2: *16;*
- Если число *а* : *7*, то a^2: *49;*
- Если число a^2: 25, то число *а* :*5;*
- Если число a^2: 81, то число *а* :*9*.

Делимость на составные числа:

- Если нужно выяснить, делится ли заданное число на некоторое составное число, необходимо разложить это составное число на множители (признаки которых вам известны) и проверить делимость исходного числа на эти множители.
- Если число делится на 27, то это число должно делится на 9 и 3;
- Если число делится на 24, то оно должно делится на 6 и 4;
- На какие числа должно делится число, делящееся на 18? На 36?

Деление с остатком:

- Известно, что число при делении на 3 даёт в остатке 2. Найти несколько таких чисел. Если число делится на 3, его можно представить в виде : $3n$ (n – порядковый номер числа). Если число дает в остатке 2, его можно представить в виде: $3n + 2$. Получаем числа: при $n = 1$ – 5, при $n = 2$ – 8, при $n = 5$ – 17, при $n = 12$ – 38.
- Известно, что число при делении на 5, даёт в остатке 3. Найдите любые 4 таких числа. Если число делится на 5, его можно представить в виде : $5n$. Если число дает в остатке 3, его можно представить в виде: $5n + 3$.

Получаем числа: при $n = 4$ – 23, при $n = 7$ – 38, при $n = 10$ – 53, при $n = 15$ – 78.

Задача №1. ***Вычеркните в числе 123456 три цифры так, чтобы получившееся трёхзначное число делилось на 27. В ответе укажите получившееся число*.**

Решение:

Если число делится на 27, тогда оно делится на 3 и на 9. Число делится на 9, тогда и только тогда, когда сумма цифр числа делится на 9. Число делится на 3, тогда и только тогда, когда сумма цифр числа делится на 3. Заметим, что, если число делится на 9, то оно делится и на 3. Сумма цифр числа 123456 равна 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21. Вычеркнув числа 2, 4 и 6 получим, число, сумма цифр которого равна девяти. Девять делится на девять.

Ответ: 135.

Задача №2. ***Приведите пример шестизначного натурального числа, которое записывается только цифрами 1 и 2 и делится на 24. В ответе укажите ровно одно такое число.***

Решение:

Если число делится на 24, то оно также делится на 3 и на 8.

Перебрав трёхзначные числа из 1 и 2, получим, что только 112 делится на 8. Это число образует последние три цифры искомого числа.

Последние три цифры 112 дают к сумме 4. Рассмотрим первые три цифры. Их сумма может быть от 3 до 6. Условиям задачи удовлетворяет сумма цифр, равная 5. Троек с данной суммой цифр три: 122, 212, 221.

Таким образом, подходят числа: 122112, 212112, 221112.

Задача №3. ***Найдите четырёхзначное число, кратное 22, произведение цифр которого равно 24. В ответе укажите какое –ни будь одно такое число.***

Решение:

Чтобы число abcd делилось на 22, оно должно делиться и на 2, и на 11. Произведение цифр 24 можно представить многими способами, основой которых являются произведения 1и 24, 2 и 12, 8 и 3, 6 и 4. Признак делимости на 11: a+c=b+d или a+c=b+d+11 или a+c+11=b+d. Кроме того, раз число делится на 2, то оно должно быть четным. Согласно перечисленным признакам можно подобрать следующие числа: 4312, 2134, 1342, 3124

Задача №4. Приведите пример трёхзначного числа, сумма цифр которого равна 20, а сумма квадратов цифр делится на 3, но не делится на 9.

Решение:

Разложим число 20 на слагаемые различными способами:

20 = 9 + 9 + 2 = 9 + 8 + 3 = 9 + 7 + 4 = 9 + 6 + 5 = 8 + 8 + 4 = 8 + 7 + 5 = 8 + 6 + 6 = 7 + 7 + 6.

При разложении способами 1−4, 7 и 8 суммы квадратов чисел не кратны трём. При разложении пятым способом сумма квадратов кратна девяти. Разложение шестым способом удовлетворяет условиям задачи. Таким образом, условию задачи удовлетворяет любое число, записанное цифрами 5, 7 и 8, например, число 578.

Задача №5. ***Найдите четырёхзначное число, кратное 88, все цифры которого различны и чётны. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.***

Решение:

Число делится на 88, если оно делится на 8 и на 11. Используя признак делимости на 8, и учитывая, что все цифры искомого числа должны быть чётны и различны получаем, что последними цифрами числа могут быть: 024, 048, 064, 208, 240, 248, 264, 280, 408, 480, 608, 624, 640, 648, 680, 824, 840, 864. Используя признак делимости на 11 получим, что условию задачи удовлетворяют числа: 6248, 8624, 2640.

Ответ: 2640, 6248 или 8624.

Задача №6. ***Приведите пример трёхзначного натурального числа, которое при делении на 3, на 5 и на 7 даёт в остатке 1 и цифры которого расположены в порядке убывания слева направо. В ответе укажите ровно одно такое число.***

Решение:

Если число имеет одинаковые остатки по каким-то модулям, то оно имеет такой же остаток по модулю, являющемуся НОК этих модулей. То есть в данном случае по модулю 105. Тогда наше число 105k + 1. Переберём все возможные варианты: 106, 211, 316, 421, 526, 631, 736, 841, 946. Условиям задачи удовлетворяют числа 421, 631 и 841.

Ответ: 421; 631; 841.