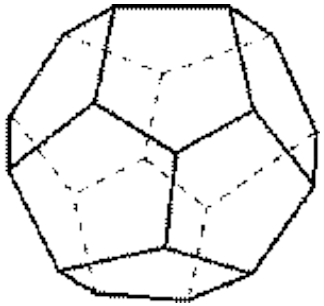
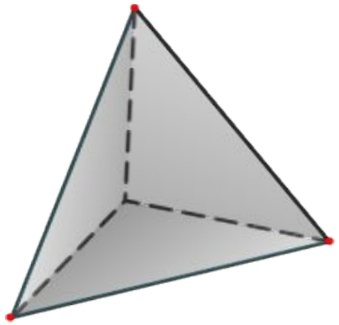
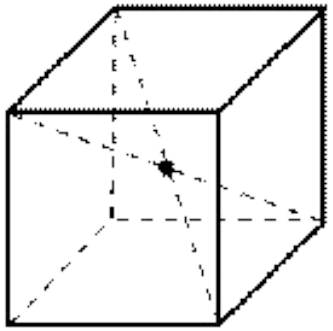
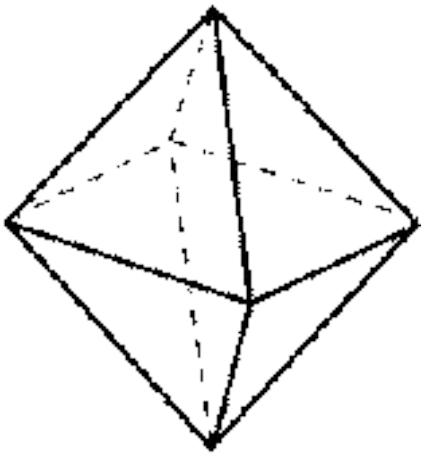
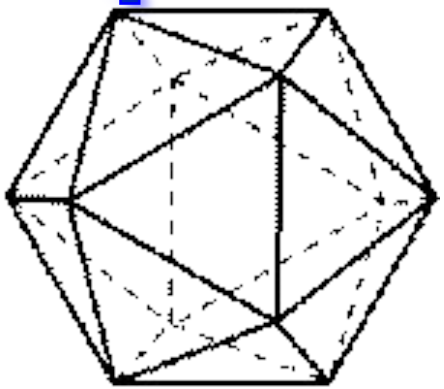
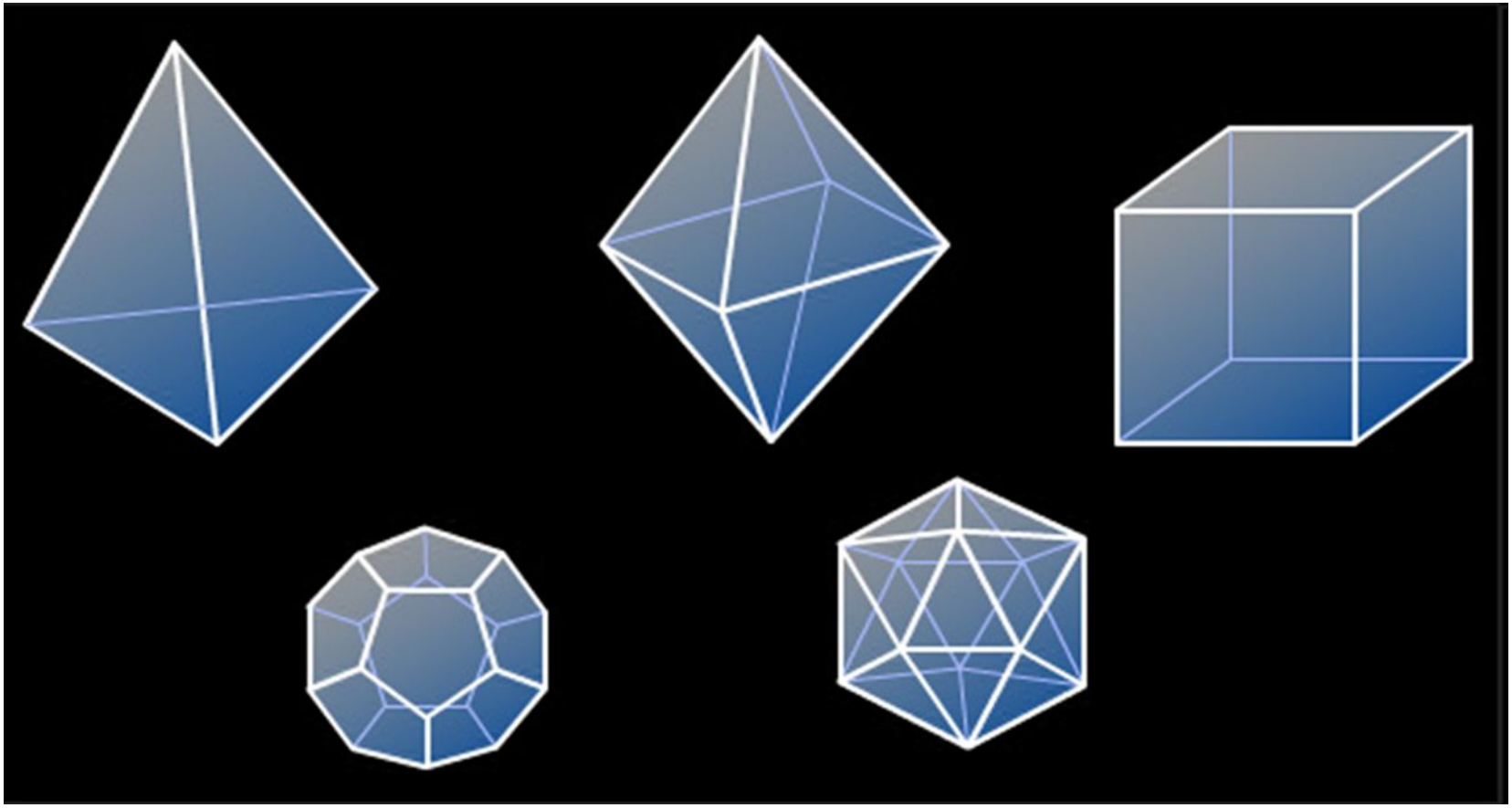




Элементы симметрии правильных многогранников

Повторение пройденного

- Правильным многогранником называется такой выпуклый многогранник, все грани которого являются одинаковыми правильными многоугольниками и все двугранные углы попарно равны. Тетраэдр, гексаэдр, октаэдр, додекаэдр, икосаэдр.



Названия многогранников

пришли из древней Греции,
в них указывается число граней:

«эдра» – грань;

«тетра» – 4;

«гекса» – 6;

«окта» – 8;

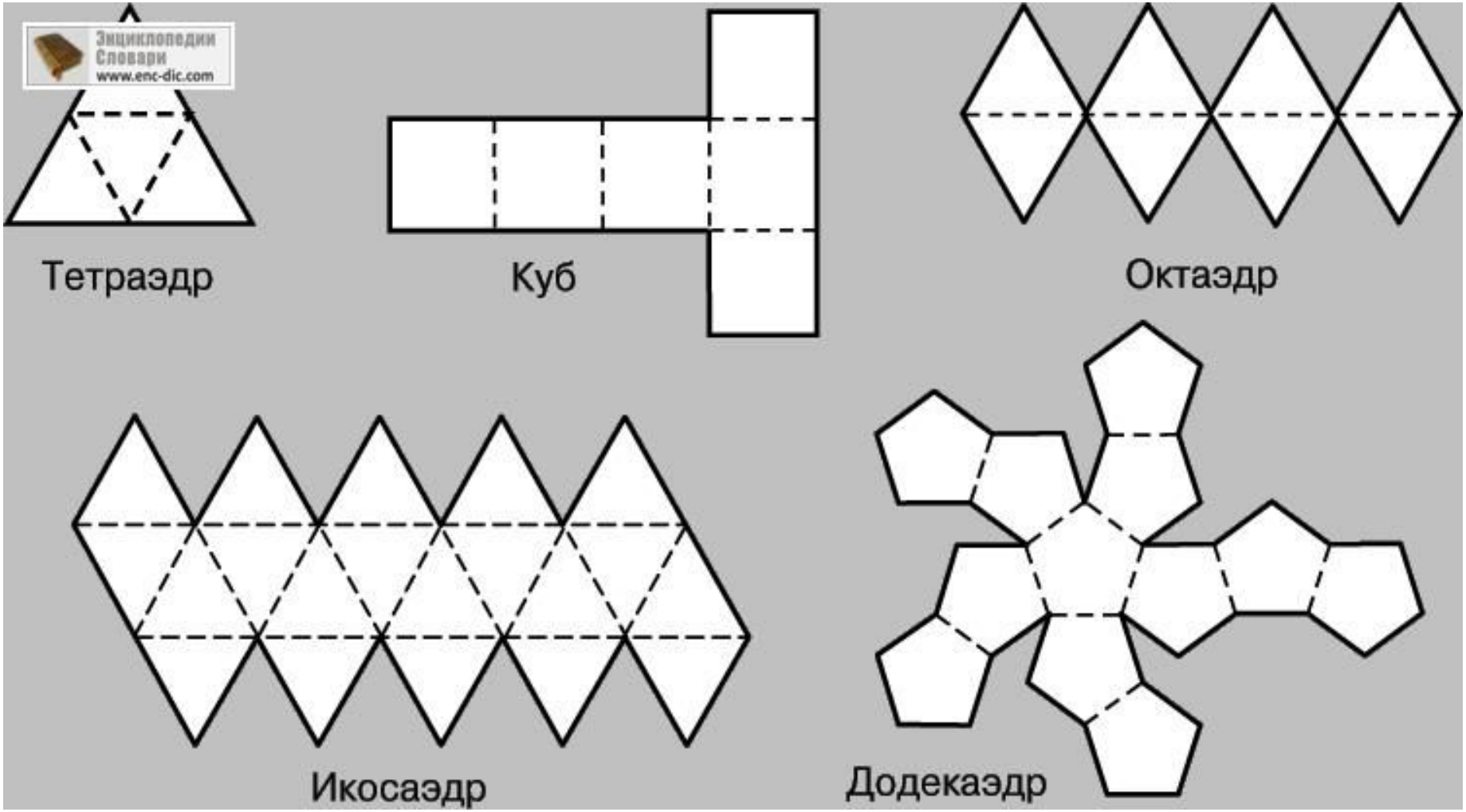
«икоса» – 20;

«додека» – 12.

Повторение формул для правильных многоугольников

n	α	r	R	S	
3	60°	$\frac{a\sqrt{3}}{6}$	$\frac{a\sqrt{3}}{3}$	$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$	$R = 2r$
4	90°	$\frac{a}{2}$	$\frac{a\sqrt{2}}{2}$	a^2	$R = r\sqrt{2}$
6	120°	$\frac{a\sqrt{3}}{2}$	a	$\frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$	$R\sqrt{3} = 2r$

Развёртки правильных многогранников

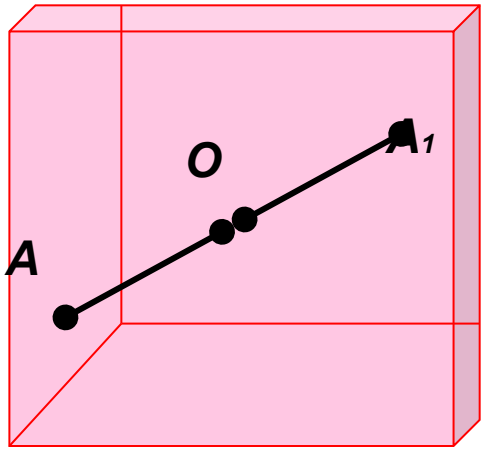


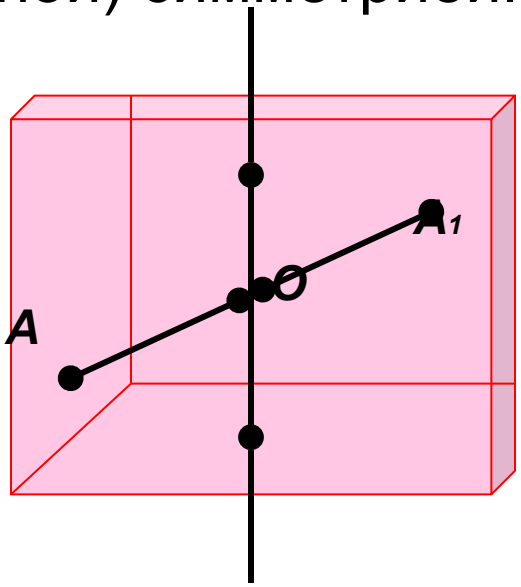
Существует всего пять правильных многогранников:

Тип правильного многогранника	Число сторон у грани	Число рёбер, примыкающих к вершине	Общее число вершин	Общее число рёбер	Общее число граней
Тетраэдр	3	3	4	6	4
Куб	4	3	8	12	6
Октаэдр	3	4	6	12	8
Додекаэдр	5	3	20	30	12
Икосаэдр	3	5	12	30	20

Точка (прямая, плоскость) называется центром (осью, плоскостью) симметрии фигуры, если каждая точка фигуры симметрична относительно нее некоторой точке той же фигуры.

Если фигура имеет центр (ось, плоскость) симметрии, то говорят, что она обладает центральной (осевой, зеркальной) симметрией.



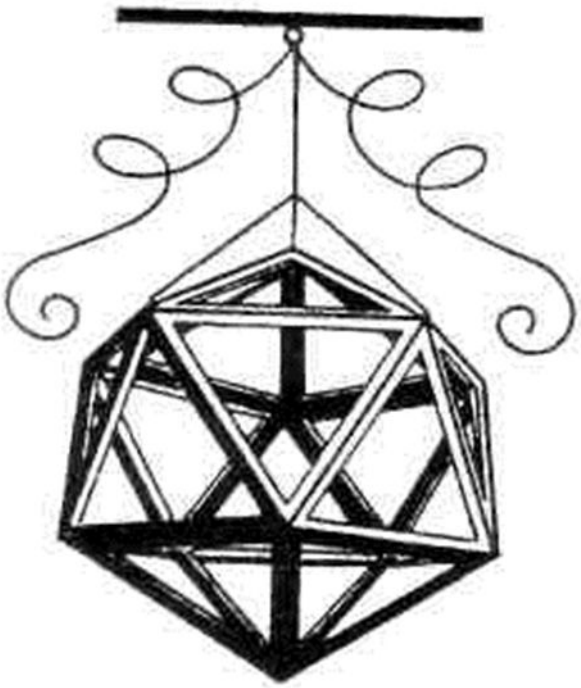


- **«Сумма числа граней и вершин равна числу рёбер, увеличенному на 2 », т.е.**

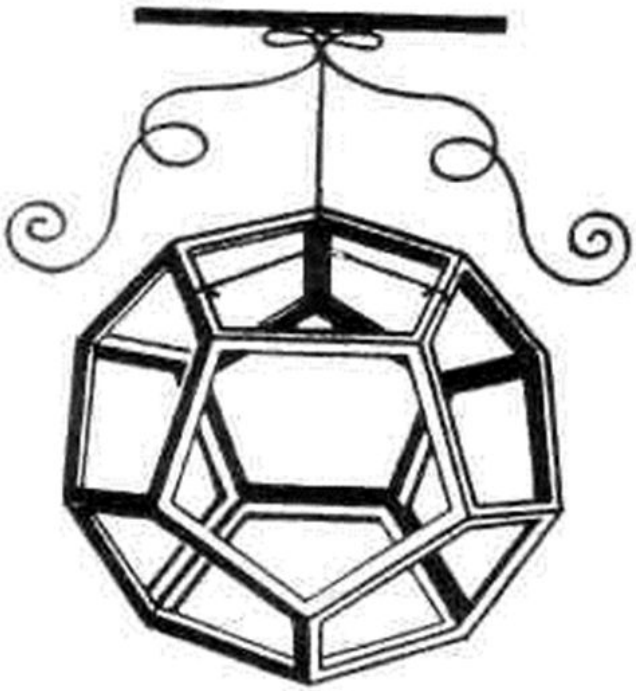
- $\underline{Г_{рани} + В_{ершины} = Р_{ебра} + 2}$

Правильный многогранник	Число	
	граней и вершин (Г + В)	рёбер (Р)
Тетраэдр	4 + 4 = 8	6
Куб	6 + 8 = 14	12
Октаэдр	8 + 6 = 14	12
Додекаэдр	12 + 20 = 32	30
Икосаэдр	20 + 12 = 32	30

- Симметрия очень тесно связана с понятием правильного многогранника. Свойства многогранников изучали ученые и священники, их модели можно увидеть в работах архитекторов и ювелиров, им приписывались магические и целебные свойства. Правильные многогранники занимают видное место в философской картине мира, разработанной великим мыслителем Древней Греции Платоном и сегодня мы продолжим изучать симметрию в многогранниках.

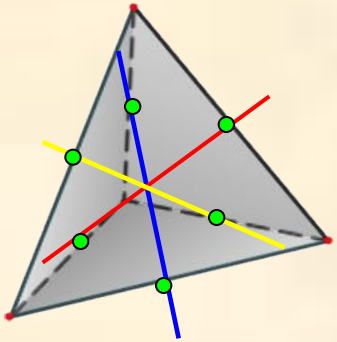


- Рисунки тел Платона, выполненные Леонардо да Винчи к книге Луки Палочи «О божественной пропорции». Венеция. 1509



Симметрия правильного тетраэдра

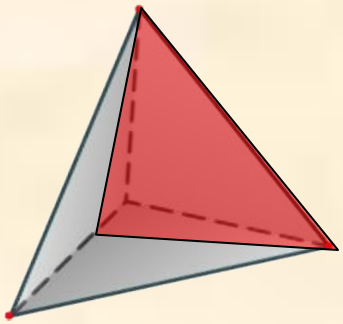
Правильный тетраэдр не имеет центра симметрии



Прямая, проходящая через середины двух противоположных рёбер, является его осью симметрии.

Правильный тетраэдр имеет три оси симметрии.

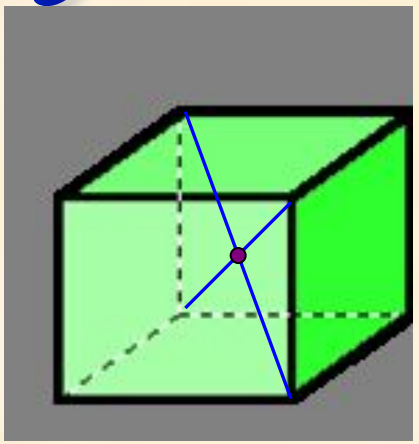
Плоскость, проходящая через ребро, перпендикулярно к противоположному ребру правильного тетраэдра, является его плоскостью симметрии.



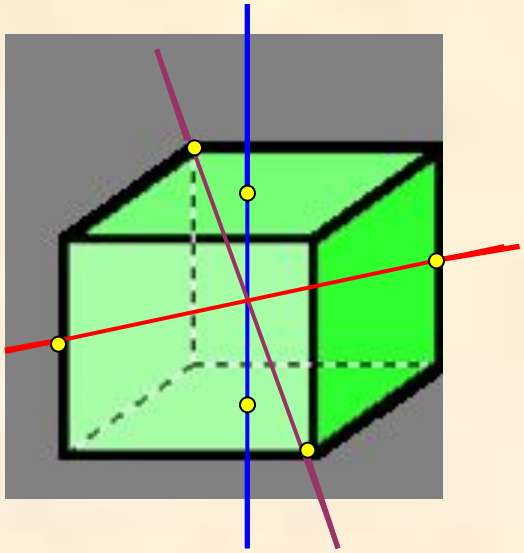
Правильный тетраэдр имеет 6 плоскостей симметрии.

Симметрия куба

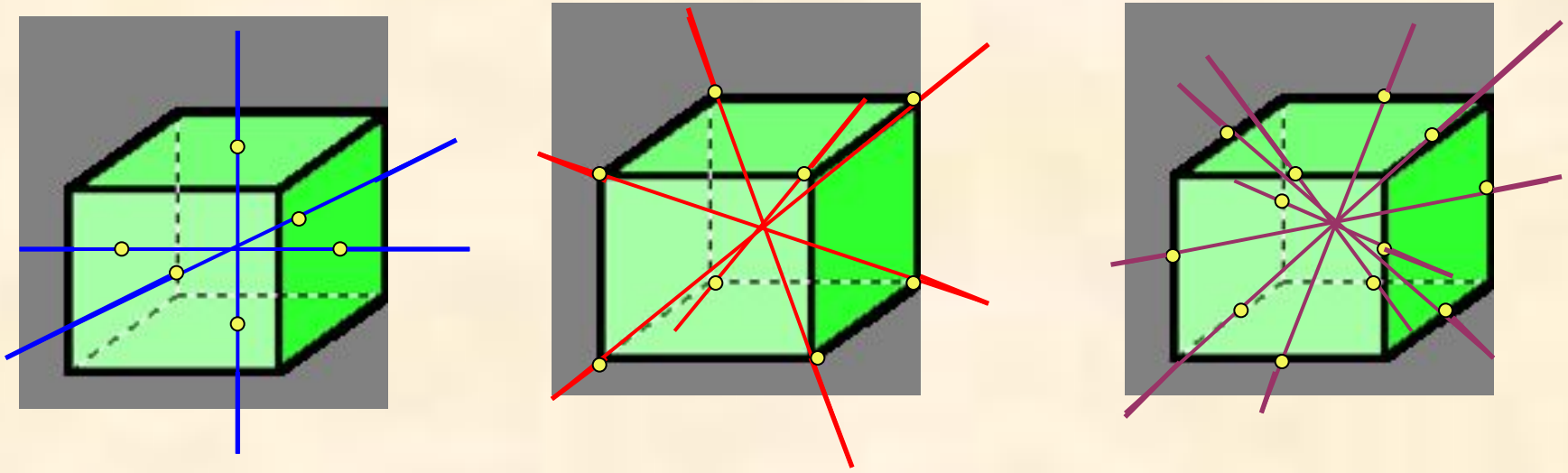
Куб имеет один центр симметрии – точку пересечения его диагоналей.



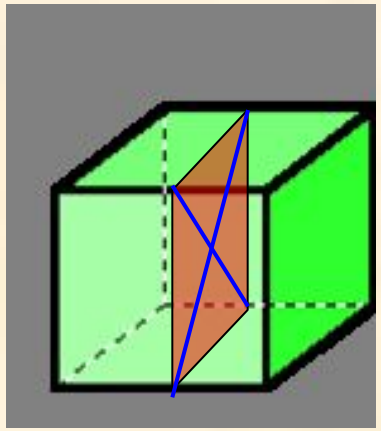
Прямые, проходящие через середины двух противоположных граней, середины двух противоположных рёбер и через противолежащие вершины, не принадлежащих одной грани, являются его осями симметрии.



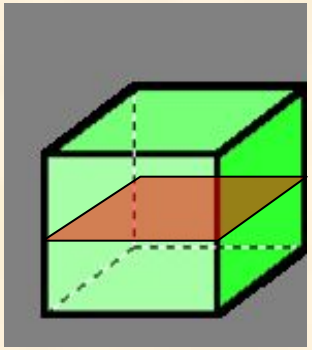
Куб имеет 13 осей симметрии: три оси симметрии, проходящие через центры противолежащих граней; четыре оси симметрии, проходящие через противолежащие вершины; шесть осей симметрии, проходящие через середины противолежащих ребер

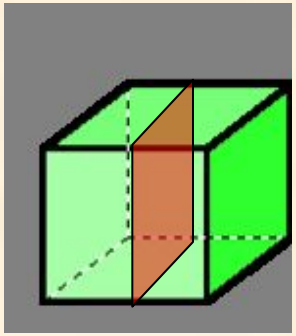


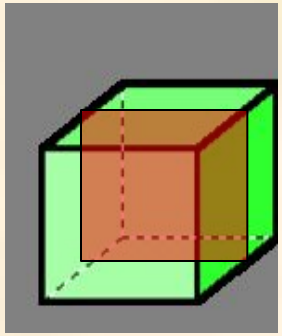
Плоскостью симметрии куба, является плоскость, проходящая через любые две оси симметрии.

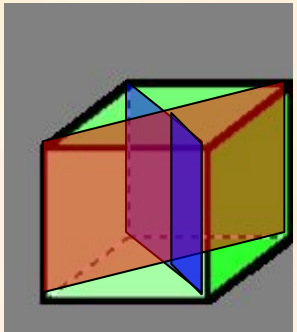


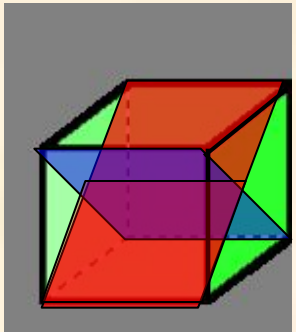
Куб имеет 9 плоскостей симметрии: три плоскости симметрии, проходящие через середины параллельных ребер; шесть плоскостей симметрии, проходящие через противолежащие ребра

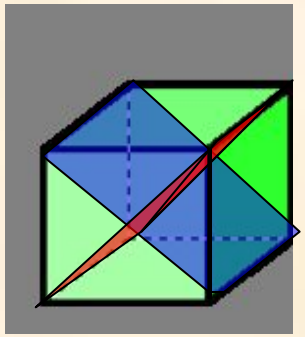






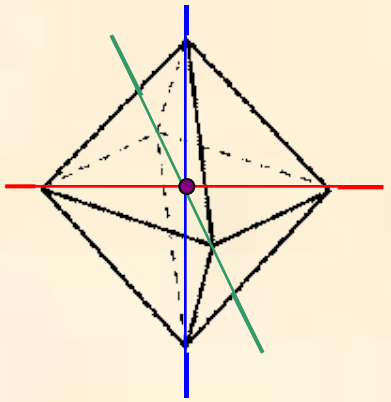






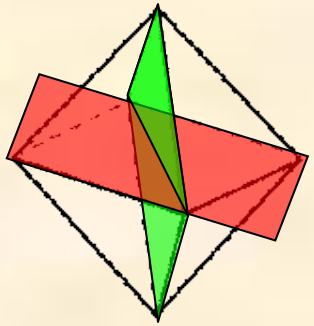
Симметрия правильного октаэдра

Правильный октаэдр имеет 9 осей симметрии: три проходят через противоположные вершины, шесть - через середины ребер. Центр симметрии октаэдра - точка пересечения его осей симметрии.

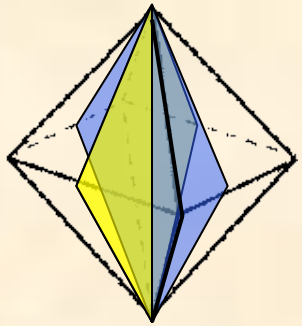


Октаэдр имеет 9 плоскостей симметрии:

Три из 9 плоскостей симметрии проходят через каждые 4 вершины октаэдра, лежащие в одной плоскости.

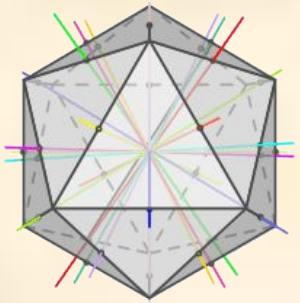


Шесть плоскостей симметрии проходят через две вершины, не принадлежащие одной грани, и середины противоположных ребер

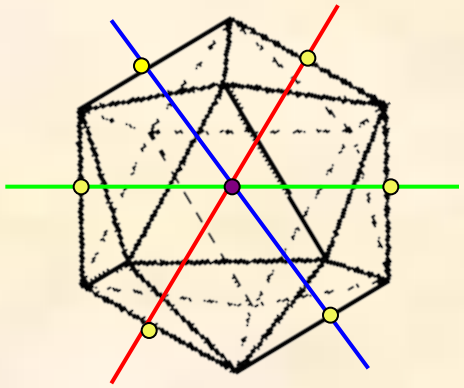


Симметрия правилного икосаэдра

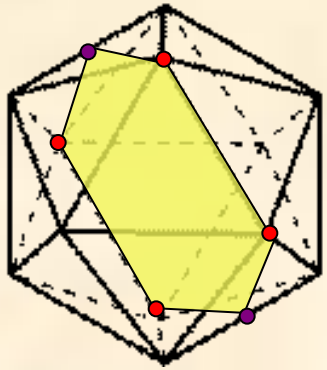
Икосаэдр имеет 15 осей симметрии.



Каждая из осей симметрии проходит через середины противоположных параллельных ребер. Точка пересечения всех осей симметрии икосаэдра является его центром симметрии.

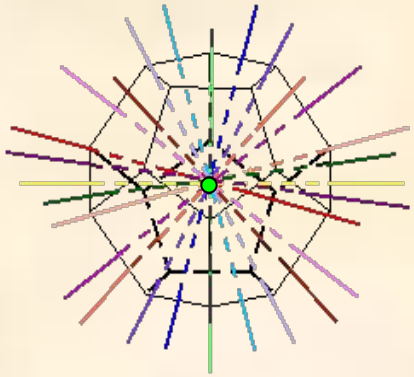


Икосаэдр имеет 15 плоскостей симметрии.

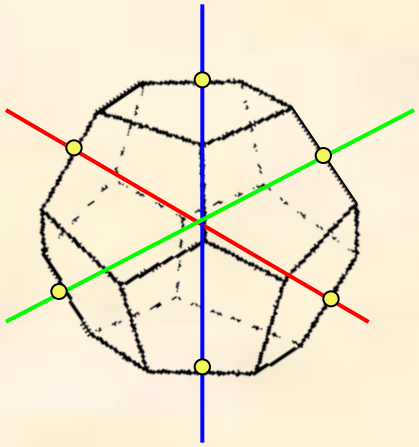


Плоскости симметрии правильного икосаэдра проходят через четыре вершины, лежащие в одной плоскости, и середины противолежащих параллельных ребер.

Симметрия правильного додекаэдра

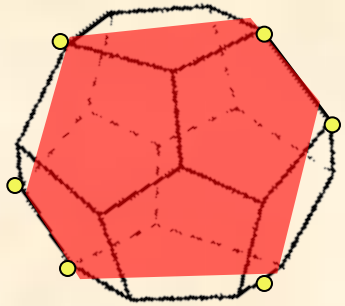


Додекаэдр имеет 15 осей симметрии. Точка пересечения всех осей симметрии икосаэдра является его центром симметрии.



Каждая из осей проходит через середины противолежащих параллельных ребер.

Додекаэдр имеет 15 плоскостей симметрии.



Плоскости симметрии проходят через четыре вершины, лежащие в одной плоскости, и середины противолежащих параллельных ребер.