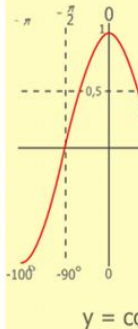
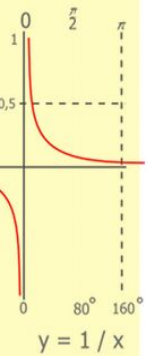
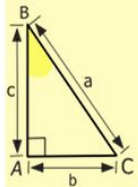
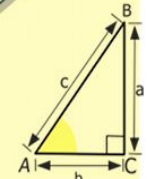
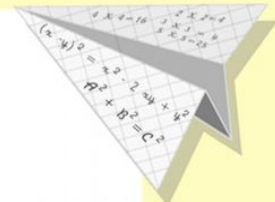
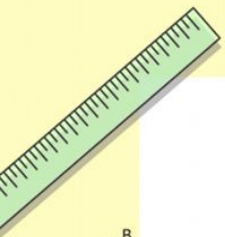


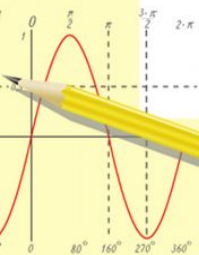
Прямокутна система координат у просторі. Вектори.



$$\begin{array}{r} \frac{1}{2} 5\ 00 \\ \times 42 \\ \hline 21\ 0 \\ + 84 \\ \hline 105\ 0\ 00 \end{array}$$

- $2 \times 2 = 4$
- $3 \times 3 = 9$
- $4 \times 4 = 16$
- $5 \times 5 = 25$
- $6 \times 6 = 36$
- $7 \times 7 = 49$
- $8 \times 8 = 64$
- $9 \times 9 = 81$

Викладач:
Коваленко О.
Ю.



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

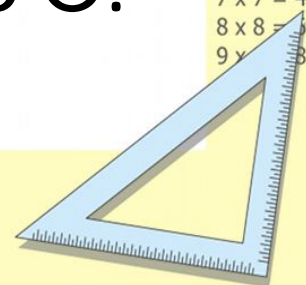


$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$

$$x = 70$$

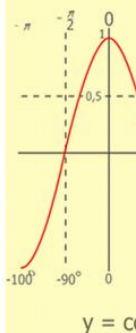
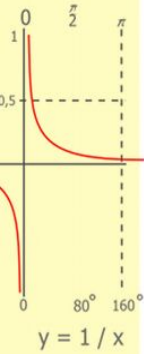
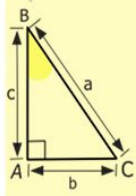
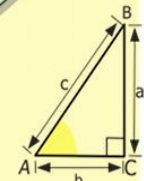
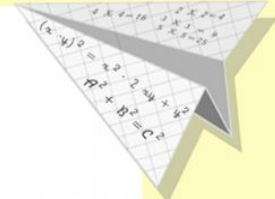
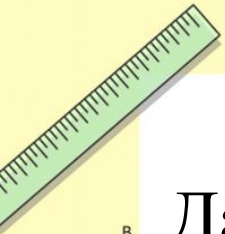
$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



Мета

Дати уявлення про:

- прямокутну систему координат у просторі,
- про поняття точки та вектора в просторі,
- відстань між точками
- координати середини відрізка
- скалярний та векторний добуток
- кут між векторами.



$$\begin{array}{r} 1 \\ 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 10500 \end{array}$$

2 x 2 =	4
3 x 3 =	9
4 x 4 =	16
5 x 5 =	25
6 x 6 =	36
7 x 7 =	49
8 x 8 =	64
9 x 9 =	81



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

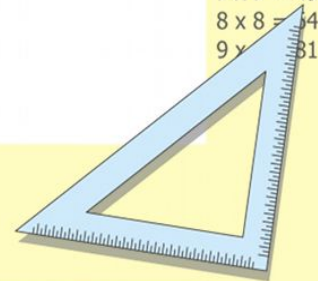
$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



Прямокутна система координат

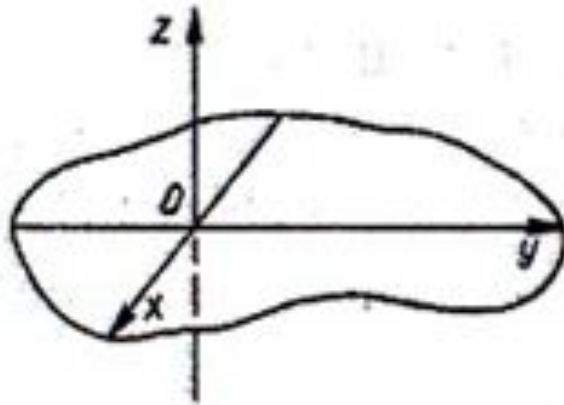


Рис. 1

При побудові прямокутної системи координат у просторі через деяку точку O (початок координат) проводять 3 взаємноперпендикулярні напрямлені прями (координатні вісі) з однаковим масштабом (рис 1).

Ox – вісь абсцис;

Oy – вісь ординат

Oz – вісь аплікват.

Координати точки M у просторі визначає права трійка координат $(x; y; z)$

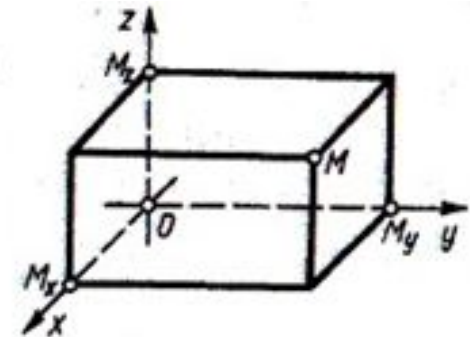


Рис. 2

$y = 1/x$

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

$y = \sin x$

2	2	=	4
3	3	=	9
4	4	=	16
5	5	=	25
6	6	=	36
7	7	=	49
8	8	=	64
9	9	=	81

$y = \sin x$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

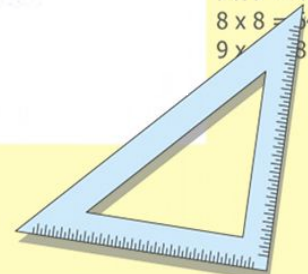
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

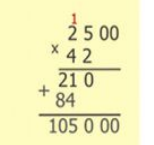
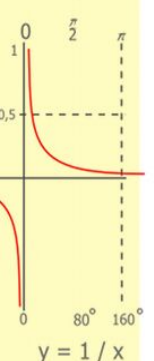
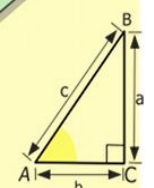
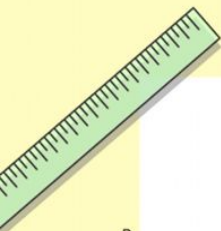
$\sin 90^\circ = 1$

$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$





Координатні площини ділять простір на 8 частин – октанти (рис 4)

$I \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ z > 0 \end{cases}$	$II \begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \\ z > 0 \end{cases}$	$III \begin{cases} x < 0 \\ y < 0 \\ z > 0 \end{cases}$	$IV \begin{cases} x > 0 \\ y < 0 \\ z > 0 \end{cases}$
$V \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ z < 0 \end{cases}$	$VI \begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \\ z < 0 \end{cases}$	$VII \begin{cases} x < 0 \\ y < 0 \\ z < 0 \end{cases}$	$VIII \begin{cases} x > 0 \\ y < 0 \\ z < 0 \end{cases}$

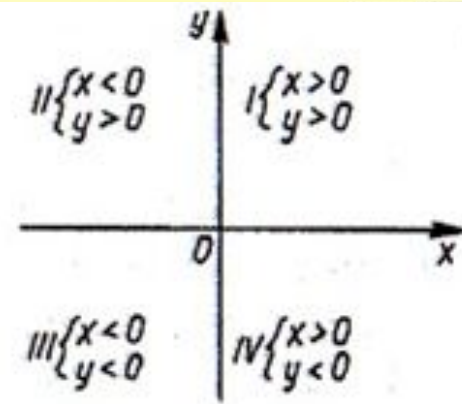


Рис. 3

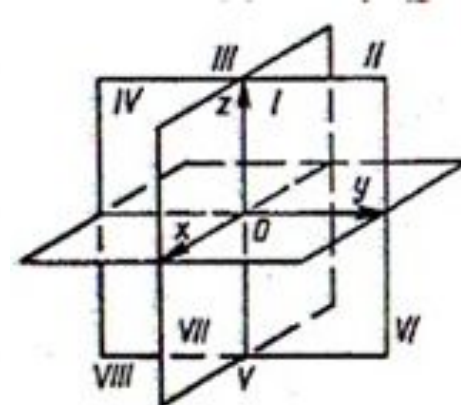
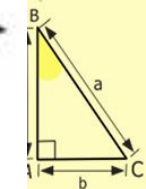


Рис. 4



- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

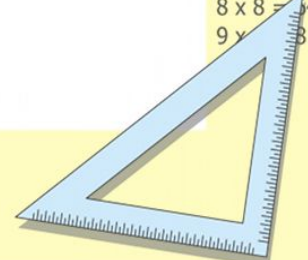


$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$

$$x = 70$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



Побудова точок у просторі

Побудуємо точки з координатами $(x; y; z)$ шляхом послідовного перенесення

A (2; 3; 1)

B (-3; -2; 2)

C (-1; 4; -5)

D (3; 0; 7)

Відкладаємо 2 кл в додатному напрямі x

Відкладаємо 3 кл в додатному напрямі y

Відкладаємо 1 кл в додатному напрямі z

Відкладаємо -3 кл у від'ємному напрямі x

Відкладаємо -2 кл у від'ємному напрямі y

Відкладаємо 1 кл в додатному напрямі z

Аналогічно для точок C і D

Якщо одна з координат 0, то точку відносно цієї вісі не рухаємо, а переходимо до наступної координати.

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{B} = \frac{c}{C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

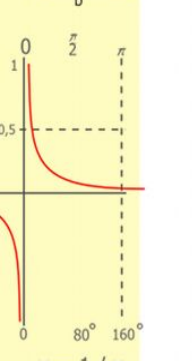
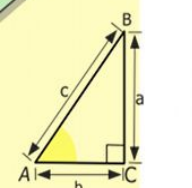
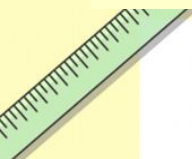
$$\sin 90^\circ = 1$$

$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

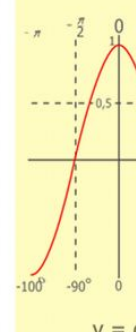
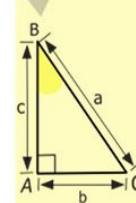
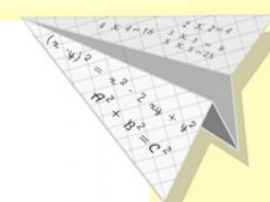
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$

$$x = 70$$

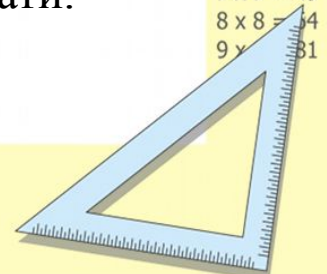
$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



$$\begin{array}{r} 1 \ 2 \ 5 \ 00 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$



$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$



Координати вектора у просторі

- **Вектор – це напрямлений відрізок.**

- має фіксовану довжину
- має фіксований напрям

- Нехай вектор \vec{a} простору задано двома точками $A(x_1; y_1; z_1)$ і $B(x_2; y_2; z_2)$:

$\vec{a} = \overrightarrow{AB}$. A – початок вектора, B – кінець вектора, тоді

$$\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$$

За точками $A(2; 3; 1)$, $B(3; -2; 2)$, $C(-1; 4; -5)$, $D(3; 0; 7)$ знайдемо вектори:

$$\overrightarrow{AB} = (-3 - 2; -2 - 3; 2 - 1) = (-5; -5; 1)$$

$$\overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{DC} = (-4; 4; -12)$$

$$\overrightarrow{CB} = (-3 - (-1); -2 - 4; 2 - (-5)) = (-2; -6; 7)$$

$$\overrightarrow{CD} = (3 - (-1); 0 - 4; 7 - (-5)) = (4; -4; 12)$$

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

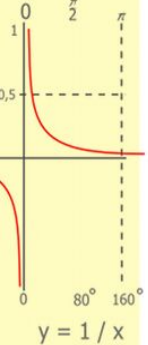
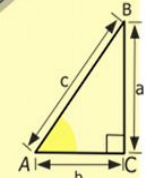
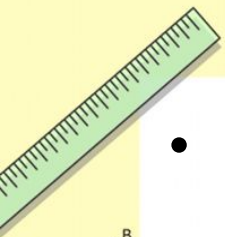
$$\sin 90^\circ = 1$$

$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

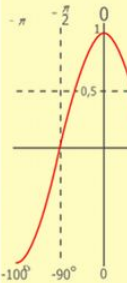
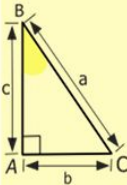
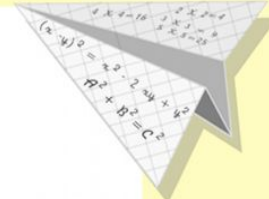
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$

$$x = 70$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

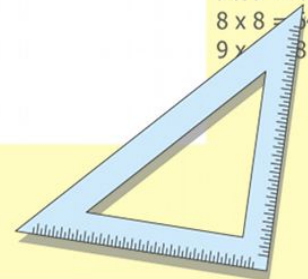


$$\begin{array}{r} 12500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$



$$y = \cos$$

$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$



Координати середини вектора

- Координату середини вектора можна знайти за формулою:

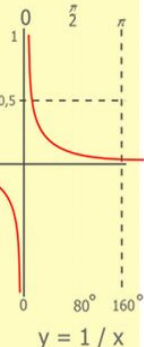
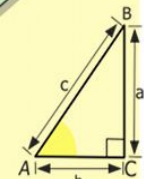
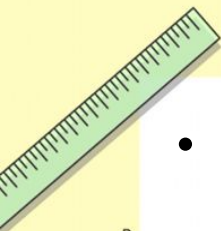
$$P_{\overline{AB}} = \left(\frac{x_2 + x_1}{2}; \frac{y_2 + y_1}{2}; \frac{z_2 + z_1}{2} \right)$$

- де P – довільна назва точки, AB – середину якого вектора шукаємо

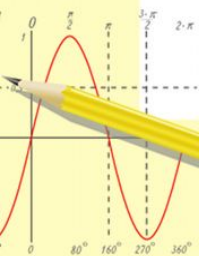
Для точок A (2; 3; 0), B (-3; -2; 2), C (-1; 4; -5), D (3; 0; 7) знайдемо середини векторів AB і CD

$$P_{\overline{AB}} = \left(\frac{-3 + 2}{2}; \frac{-2 + 3}{2}; \frac{2 + 0}{2} \right) = \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{2}{2} \right)$$

$$K_{\overline{CD}} = \left(\frac{3 + (-1)}{2}; \frac{0 + 4}{2}; \frac{7 + (-5)}{2} \right) = (1; 2; 1)$$



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 2100 \\ + 840 \\ \hline 105000 \end{array}$$



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

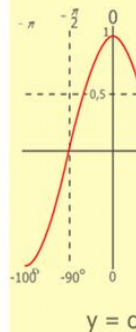
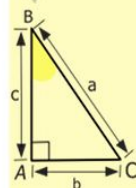
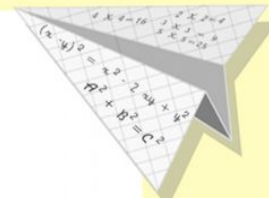
$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

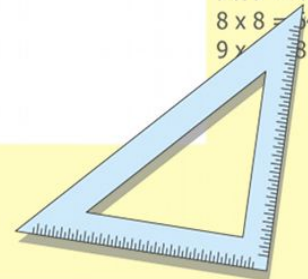
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



$$y = \cos$$

$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$



Визначення довжини вектора

Довжина вектора $\vec{a} = (x; y; z)$ обчислюється за формулою

$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2},$$

Або через координати начала та кінця вектора

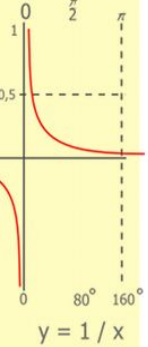
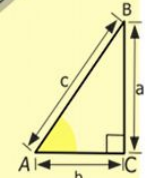
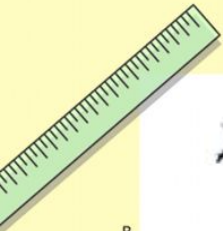
$$|\vec{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

- Для заданих векторів $\vec{AB} = (-5; -5; 1)$, $\vec{CB} = (-2; -6; 7)$, $\vec{CD} = (4; -4; 12)$ знайдіть їх довжини.

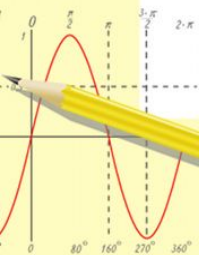
$$|\vec{AB}| = \sqrt{(-5)^2 + (-5)^2 + (1)^2} = \sqrt{25 + 25 + 1} = \sqrt{51}$$

$$|\vec{CB}| = \sqrt{(-2)^2 + (-6)^2 + (7)^2} = \sqrt{4 + 36 + 49} = \sqrt{89}$$

$$|\vec{CD}| = \sqrt{(4)^2 + (-4)^2 + (12)^2} = \sqrt{16 + 16 + 144} = \sqrt{176}$$



$$\begin{array}{r} \frac{1}{2} 500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

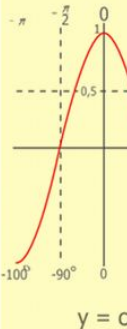
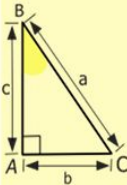
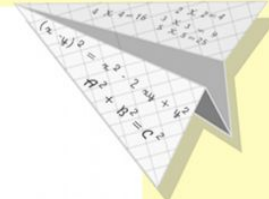
$$\sin 90^\circ = 1$$



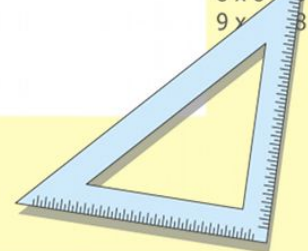
$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$



Дії над векторами

- Множення вектора на число.

Нехай $\vec{a} = (x; y; z)$, k -const, тоді $k\vec{a} = (kx; ky; kz)$

- Додавання векторів

Нехай $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$, $\vec{g} = (x_2; y_2; z_2)$, тоді $\vec{a} + \vec{g} = (x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2)$.

Застосовуючи правила, для заданих векторів $\vec{AB} = (-5; -5; 1)$, $\vec{CB} = (-2; -6; 7)$, $\vec{CD} = (4; -4; 12)$ знайдемо вектори $3\vec{CB} - 2\vec{CD}$, $4\vec{AB} + 2\vec{CB}$

$$3\vec{CB} - 2\vec{CD} = 3 \cdot (-2; -6; 7) - 2 \cdot (4; -4; 12) = (-2 \cdot 3; -6 \cdot 3; 7 \cdot 3) - (4 \cdot 2; -4 \cdot 2; 12 \cdot 2) = (-6; -18; 21) - (8; -8; 24) = (-6 - 8; -18 - (-8); 21 - 24) = (-14; -10; -3)$$

$$4\vec{AB} + 2\vec{CB} = 4 \cdot (-5; -5; 1) + 2 \cdot (-2; -6; 7) = (-5 \cdot 4; -5 \cdot 4; 1 \cdot 4) + (-2 \cdot 2; -6 \cdot 2; 7 \cdot 2) = (-20; -20; 4) + (-4; -12; 14) = (-20 + (-4); -20 + (-12); 4 + 14) = (-24; -32; 18)$$

Множимо кожен координату вектора на відповідну константу

Віднімаємо по координатно від першого вектора другий

Додаємо по координатно до першого вектора другий

$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

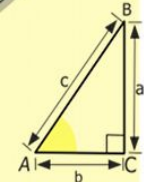
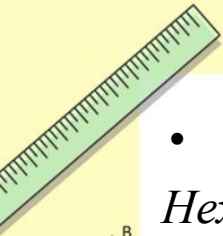
$$\sin 90^\circ = 1$$

$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

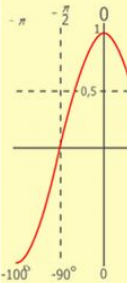
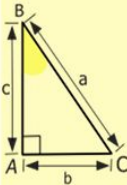
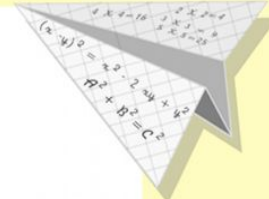
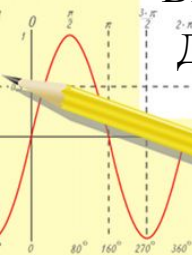
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$

$$x = 70$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

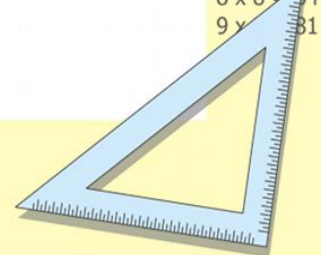


$$\begin{array}{r} 12500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$



$$y = \cos$$

$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$



Скалярний добуток векторів

- Скалярний добуток векторів $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$ та $\vec{g} = (x_2; y_2; z_2)$, у просторі можна обчислити за формулою

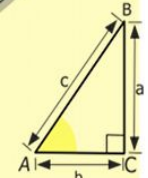
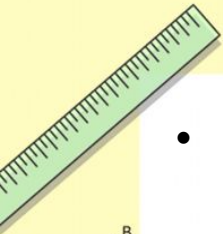
$$\langle \vec{a}, \vec{g} \rangle = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$$

Для заданих векторів $\vec{AB} = (-5; -5; 1)$, $\vec{CB} = (-2; -6; 7)$, $3\vec{CB} - 2\vec{CD} = (-14; -10; -3)$,
 $4\vec{AB} + 2\vec{CB} = (-24; -32; 18)$ Знайдіть скалярний добуток

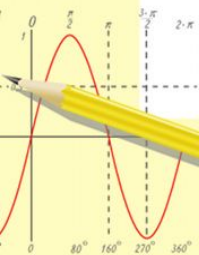
$$\langle \vec{AB}, \vec{CB} \rangle = -5 \cdot (-2) + (-5) \cdot (-6) + 1 \cdot 7 = 10 + 30 + 7 = 47$$

$$\langle 4\vec{AB} + 2\vec{CB}, 3\vec{CB} - 2\vec{CD} \rangle = -24 \cdot (-14) + (-32) \cdot (-10) + 18 \cdot (-3) = 336 + 320 - 54 = 602$$

Вектори перпендикулярні тоді і тільки тоді, коли їх скалярний добуток дорівнює 0



$$\begin{array}{r} 1 \\ 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

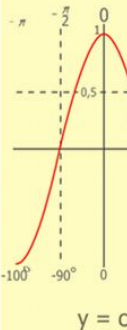
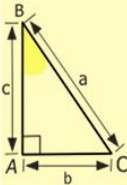
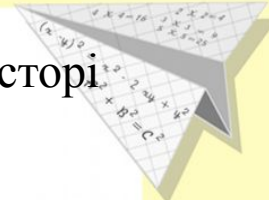
$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

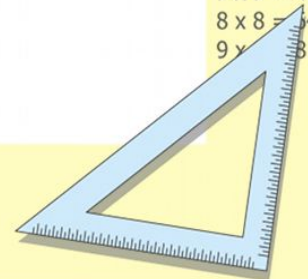
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



$$y = \cos$$

$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$



Кут між векторами

- Косинус кута між векторами $\vec{a}_1 = (x_1; y_1; z_1)$ і $\vec{a}_2 = (x_2; y_2; z_2)$ Обчислюється за формулою:

$$\cos(\vec{a}_1 \wedge \vec{a}_2) = \frac{\langle \vec{a}_1, \vec{a}_2 \rangle}{|\vec{a}_1| \cdot |\vec{a}_2|}$$

Для заданих векторів $4\vec{AB} + 2\vec{CB} = (-24; -32; 18)$ $3\vec{CB} - 2\vec{CD} = (-14; -10; -3)$ знайдіть косинус кута між векторами

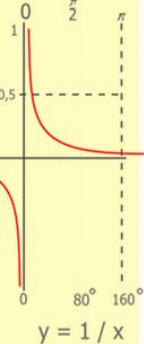
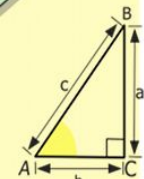
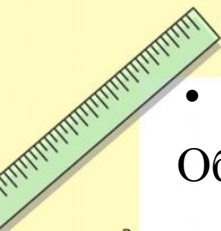
$$\langle 4\vec{AB} + 2\vec{CB}, 3\vec{CB} - 2\vec{CD} \rangle = -24 \cdot (-14) + (-32) \cdot (-10) + 18 \cdot (-3) = 336 + 320 - 54 = 602$$

$$|4\vec{AB} + 2\vec{CB}| = \sqrt{(-24)^2 + (-32)^2 + (18)^2} = \sqrt{576 + 1024 + 324} = \sqrt{1924}$$

$$|3\vec{CB} - 2\vec{CD}| = \sqrt{(-14)^2 + (-10)^2 + (-3)^2} = \sqrt{196 + 100 + 9} = \sqrt{305}$$

$$\cos(4\vec{AB} + 2\vec{CB} \wedge 3\vec{CB} - 2\vec{CD}) = \frac{\langle 4\vec{AB} + 2\vec{CB}, 3\vec{CB} - 2\vec{CD} \rangle}{|4\vec{AB} + 2\vec{CB}| \cdot |3\vec{CB} - 2\vec{CD}|} =$$

$$= \frac{602}{\sqrt{1924} \cdot \sqrt{305}} = \frac{602}{\sqrt{586820}} = \frac{602\sqrt{586820}}{586820}$$



$$\begin{array}{r} 1\ 5\ 00 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105\ 000 \end{array}$$



$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

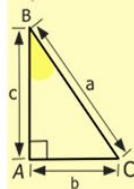
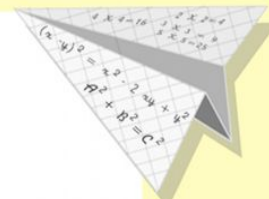


$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$

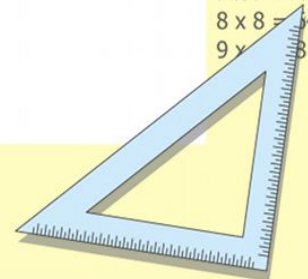
$$x = 70$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



$$y = \cos$$

$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$



Векторний добуток

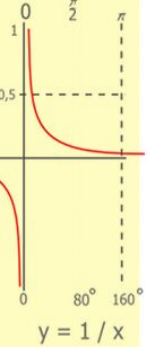
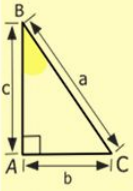
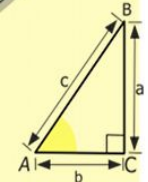
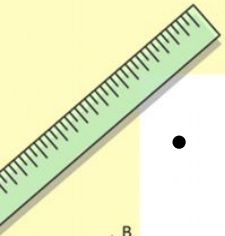
- Для обчислення векторного добутку складається детермінант третього порядку, де в першому рядку знаходяться базисні орти, а у другому та третьому рядках – координати векторів-множників.

$$[\vec{a}_1, \vec{a}_2] = \begin{vmatrix} i & j & k \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = (y_1 z_2 - y_2 z_1) i + (x_2 z_1 - x_1 z_2) j + (x_1 y_2 - x_2 y_1) k$$

- Тобто

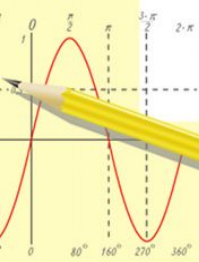
$$[\vec{a}_1, \vec{a}_2] = (y_1 z_2 - y_2 z_1 ; x_2 z_1 - x_1 z_2 ; x_1 y_2 - x_2 y_1)$$

- У тому випадку, коли результатом векторного добутку є нульовий вектор то вектора-множники називаються колінеарними (на площині) або компланарними (в просторі)



$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 2500 \\ \hline 2500 \\ + 210 \\ \hline 105000 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \\ 9 \times 9 = 81 \end{array}$$



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

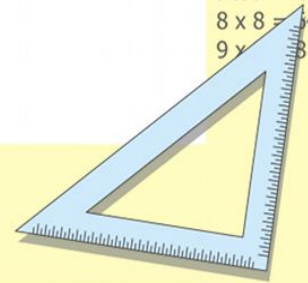


$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$

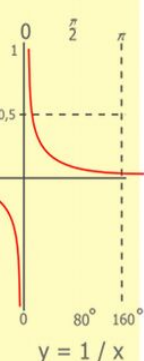
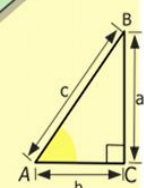
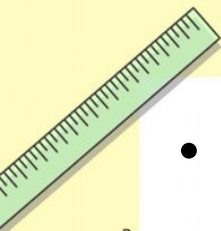
$$x = 70$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



- Для заданих векторів $\vec{AB} = (-5; -5; 1)$ $\vec{CB} = (-2; -6; 7)$ знайдемо векторний добуток

$$\begin{aligned}
 [\vec{AB}, \vec{CB}] &= \begin{vmatrix} i & j & k \\ -5 & -5 & 1 \\ -2 & -6 & 7 \end{vmatrix} = i \cdot \begin{vmatrix} -5 & 1 \\ -6 & 7 \end{vmatrix} - j \cdot \begin{vmatrix} -5 & 1 \\ -2 & 7 \end{vmatrix} + k \cdot \begin{vmatrix} -5 & -5 \\ -2 & -6 \end{vmatrix} = \\
 &= i \cdot (-5 \cdot 7 - (-6) \cdot 1) - j \cdot (-5 \cdot 7 - (-2) \cdot 1) + k \cdot (-5 \cdot (-6) - (-2) \cdot (-5)) = \\
 &= i \cdot (-35 + 6) - j \cdot (-35 + 2) + k \cdot (30 - 10) = -29i + 33j + 20k = (-29; 33; 20)
 \end{aligned}$$

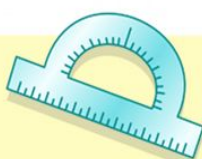


$$\begin{array}{r}
 2500 \\
 \times 42 \\
 \hline
 2100 \\
 + 8400 \\
 \hline
 105000
 \end{array}$$



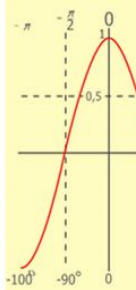
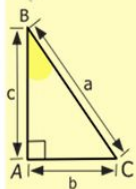
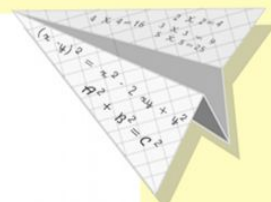
$$\frac{a}{A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad \frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases}
 y = \sin 90 \\
 x = 25y + 45 \\
 y = 1 \\
 x = 25 + 45 \\
 \hline
 x = 70
 \end{cases}$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



$$y = \cos$$

- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64
- 9 x 9 = 81

