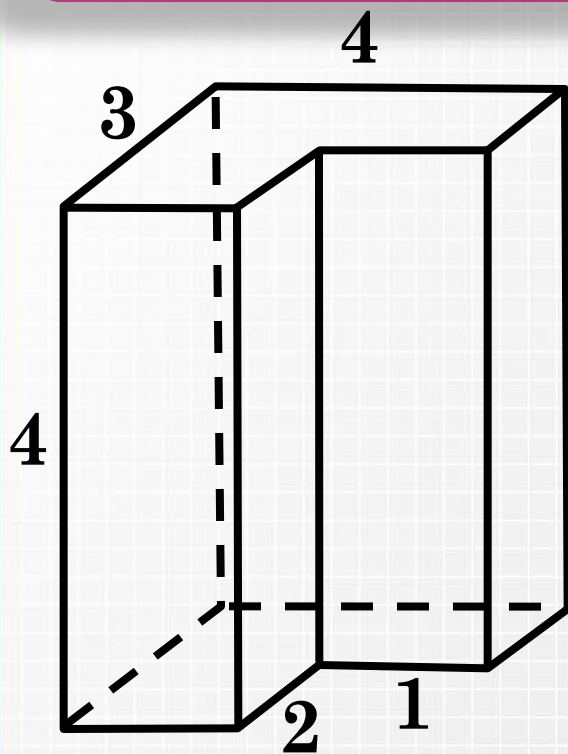




Объем пирамиды, конуса



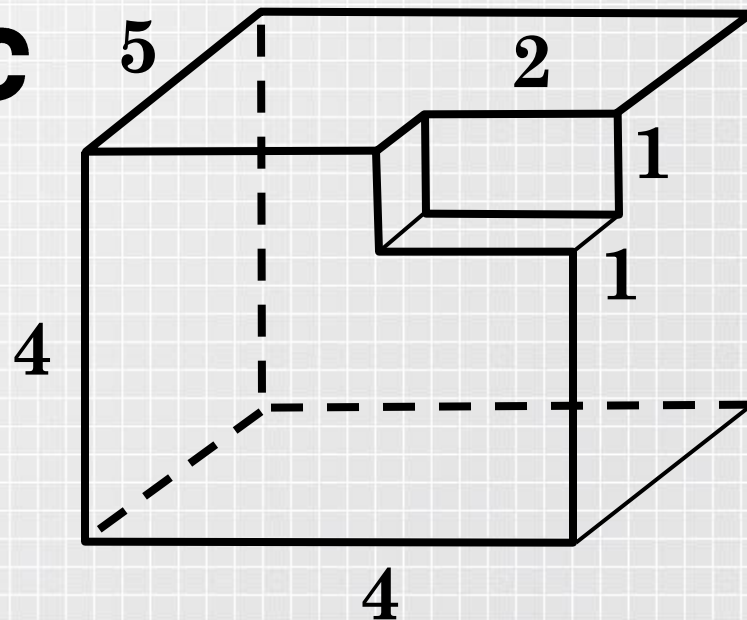
Найти объёмы составных
многогранников.



$$V = abc$$

$$V = 4 \cdot 3 \cdot 3 + 1 \cdot 1 \cdot 4 = 36 + 4 = 40$$

$$V = 4 \cdot 4 \cdot 3 - 2 \cdot 1 \cdot 4 = 48 - 8 = 40$$



$$V = 4 \cdot 4 \cdot 5 - 2 \cdot 1 \cdot 1 = 78$$

В13

4

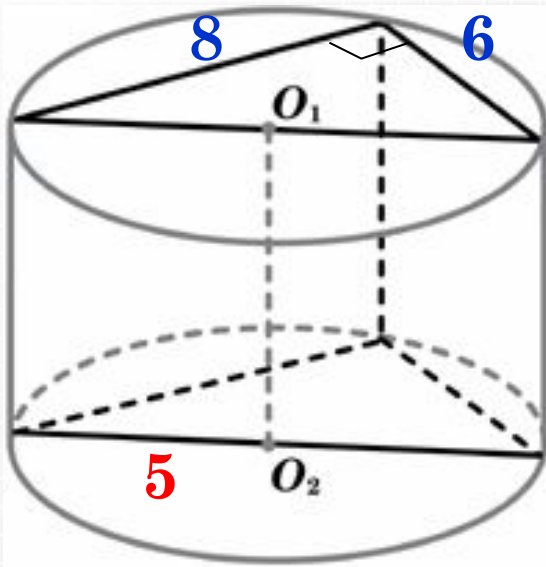
0

В13

7

8

В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8. Боковые ребра равны $\frac{5}{\pi}$. Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.



$$V_{ц.} = S_{осн} h$$

$$V_{ц.} = \pi r^2 h$$

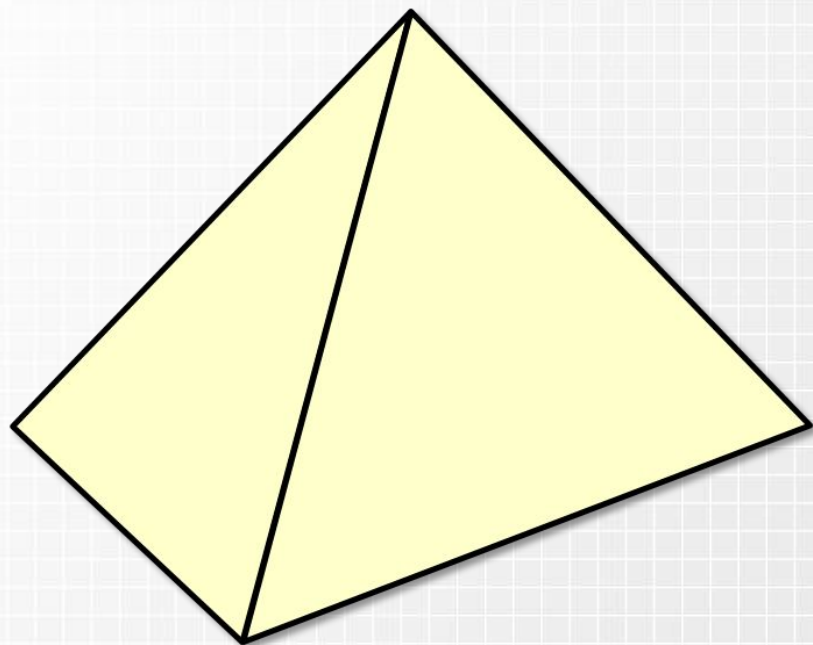
$$V_{ц.} = \pi 5^2 \cdot \frac{5}{\pi} = \cancel{\pi} 25 \cdot \frac{5}{\cancel{\pi}}$$

В 13

1

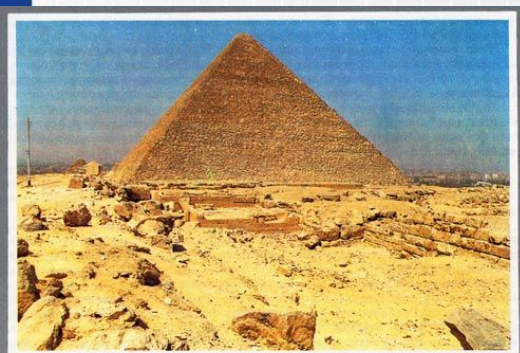
2

5

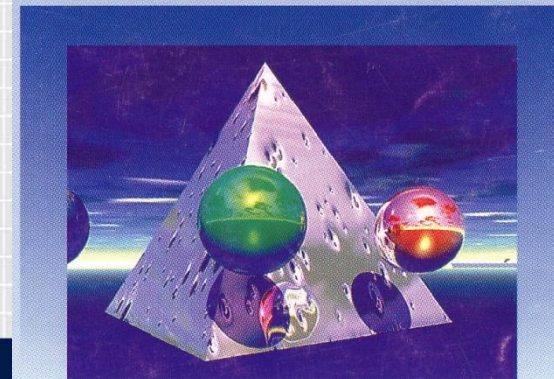


Пирамидой
называется
многогранник,
который состоит из
плоского
многоугольника –
основания пирамиды,
точки, не лежащей в
плоскости основания –
вершины пирамиды и
треугольников –
боковых граней.

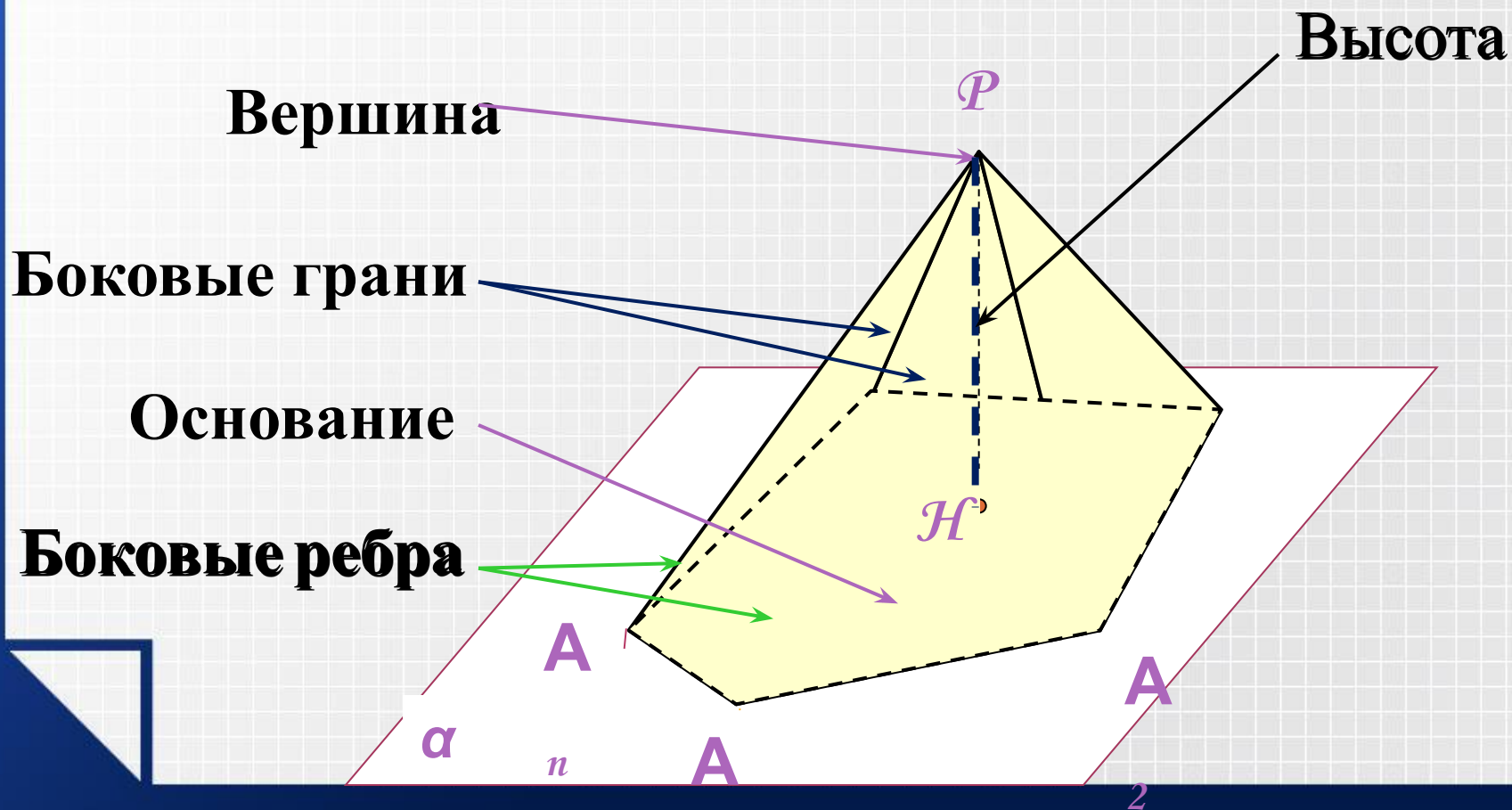
Термин “пирамида” заимствован из греческого “пирамис” или “пирамидос”. Греки в свою очередь позаимствовали это слово, как полагают, из египетского языка. В папирусе Ахмеса встречается слово “пирамус” в смысле ребра правильной пирамиды. Другие считают, что термин берет свое начало от форм хлебцев в Древней Греции “пирос” - рожь). В связи с тем, что форма пламени иногда напоминает образ пирамиды, некоторые средневековые ученые считали, что термин происходит от греческого слова “пир” - огонь. Вот почему в некоторых учебниках геометрии XVI в. пирамида названа “огнеформное тело”.



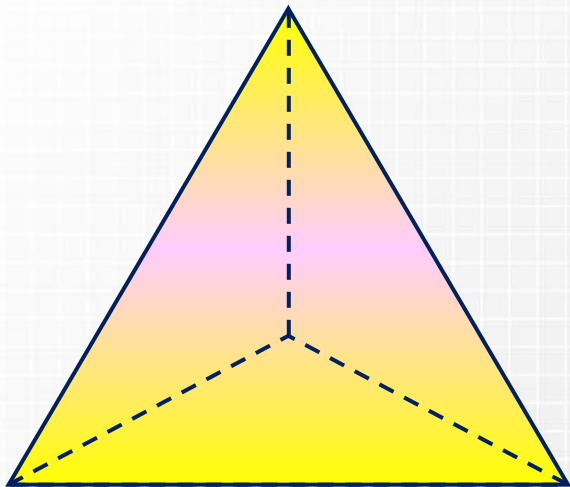
*Пирамида фараона Хуфу, или Хеопса.
Первая половина III тыс. до н. э.*



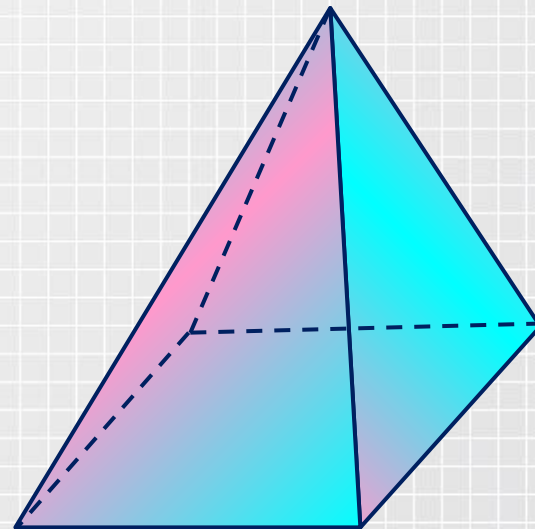
Пирамида называется n – угольной, если ее основание – n –угольник.



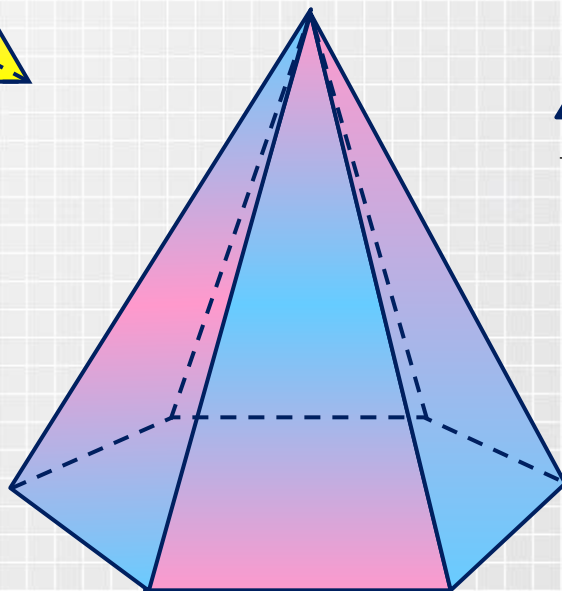
Пирамиды



**Треугольная
пирамида
(тетраэдр)**

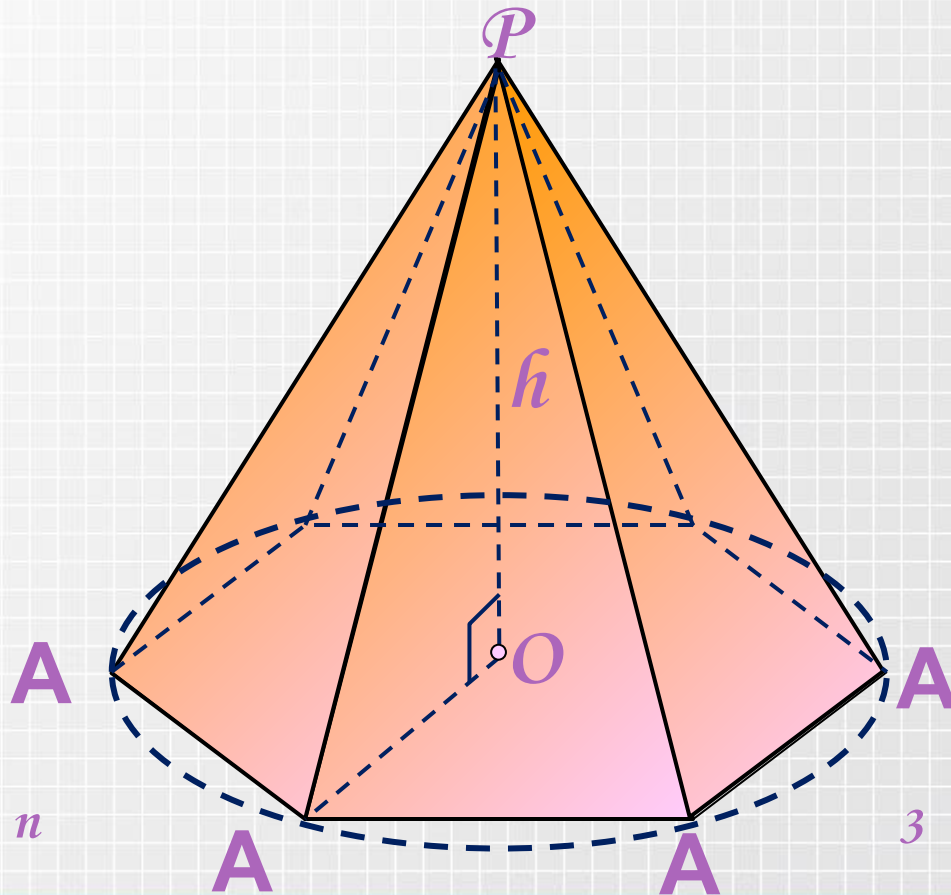


**Четырехугольная
пирамида**



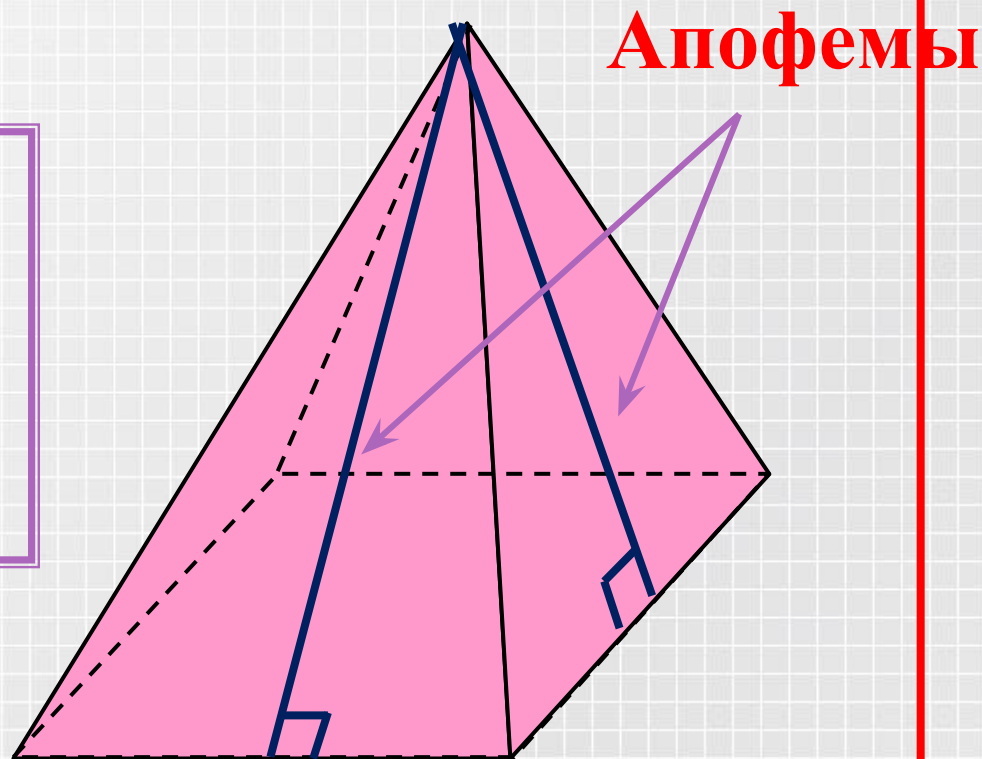
**Шестиугольная
пирамида**

◆ Пирамида называется **правильной**, если ее основание - правильный многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является ее высотой.



Апофема – высота боковой грани
правильной пирамиды, проведенная из ее
вершины

**Все апофемы
правильной
пирамиды равны
друг другу**



Площадь пирамиды

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} +$$

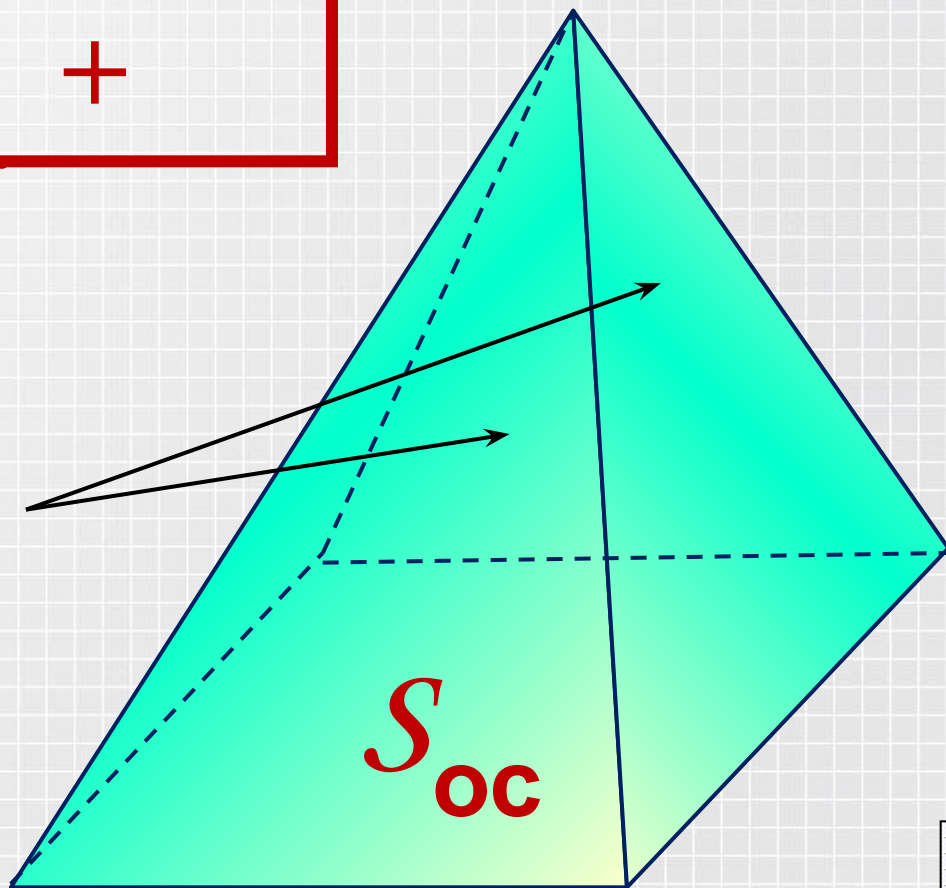
$$S_{\text{осн.}}$$

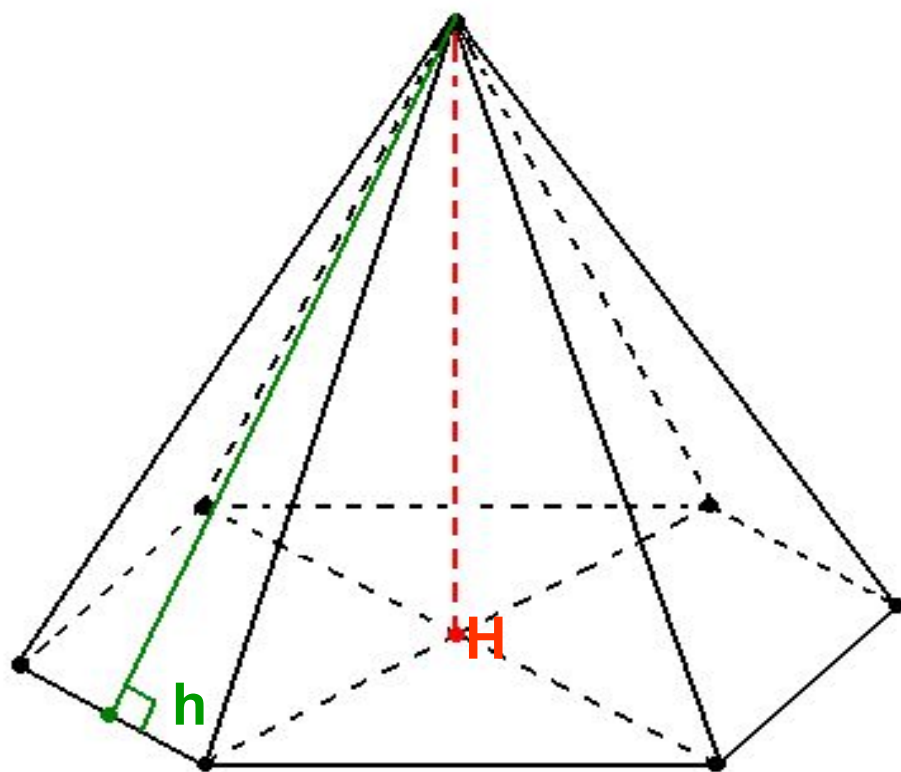
$S_{\text{бо}}$

к.

$S_{\text{ос}}$

н.



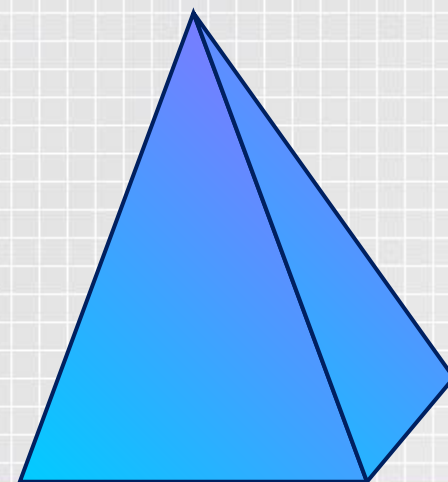
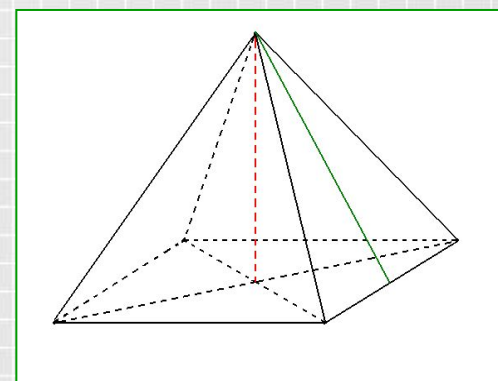
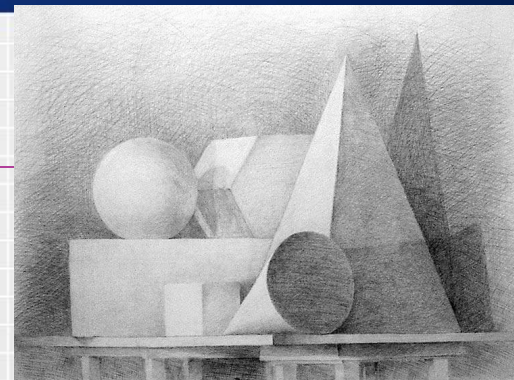


$$= \frac{1}{2} \cdot P_{\text{осн.}} \cdot h$$

Свойства пирамиды:

У правильной пирамиды:

- ✓ боковые ребра равны;
- ✓ боковые грани являются равными равнобедренными треугольниками;
- ✓ апофемы равны;
- ✓ площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна половине произведения периметра на апофему.



Теорема: *Объём пирамиды равен одной трети произведения площади основания на высоту.*

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$

Задача 1

Дано:

правильная треугольная
пирамида

$$AC = CB = BA = 1$$

$$h = \sqrt{3}$$

Найти: V

Решение:

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$

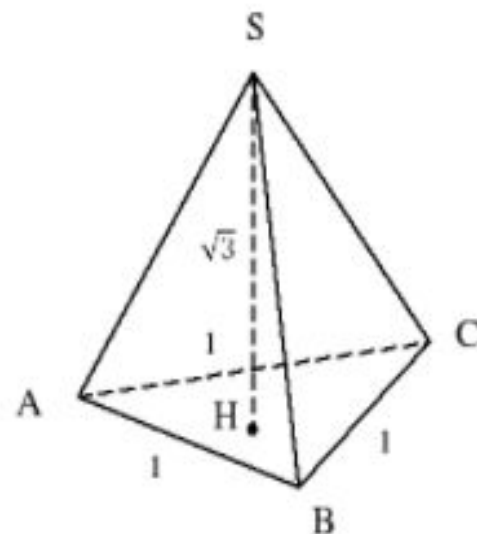
$$S = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \alpha$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$a = b$$

$$S = \frac{1}{2} a \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$S_{\text{осн.}} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$



$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \sqrt{3} = 0,25$$

Ответ: $V = 0,25$

Задача 2

Дано:

пирамида

$$a = 3, b = 4$$

$$V = 16$$

Найти: h

Решение:

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$

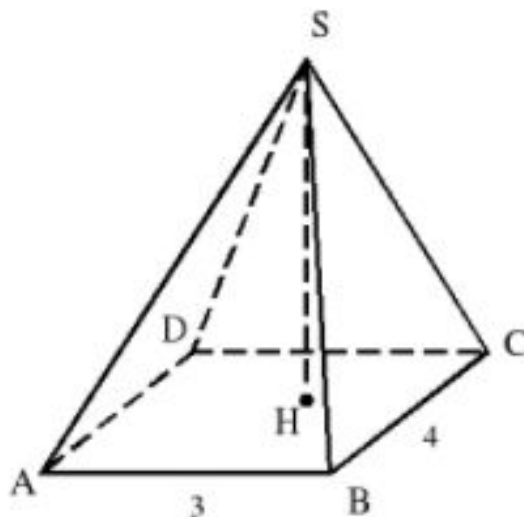
$$S_{\text{осн.}} = a \cdot b$$

$$V = \frac{1}{3} a \cdot b \cdot h$$

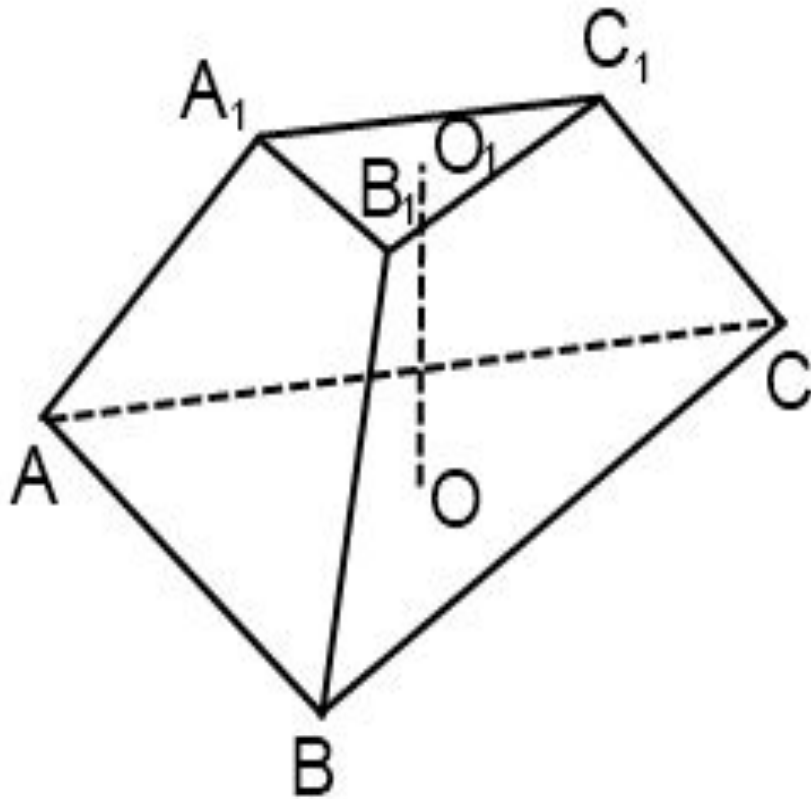
$$h = \frac{V}{\frac{1}{3} \cdot a \cdot b}$$

$$h = \frac{16}{\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 4} = 4$$

Ответ: $h = 4$

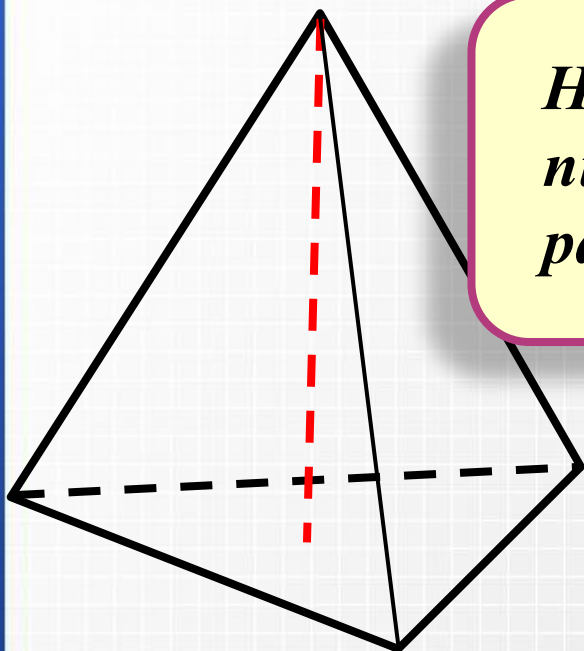


Теорема: Объём усечённой пирамиды, высота которой h , а площади оснований равны S и S_1 вычисляется по формуле.



$$V = \frac{1}{3} h \cdot (S + S_1 + \sqrt{S \cdot S_1})$$

Задача 3:



Найдите объем правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 1, а высота равна $\sqrt{3}$.

$$S_{\text{осн}} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

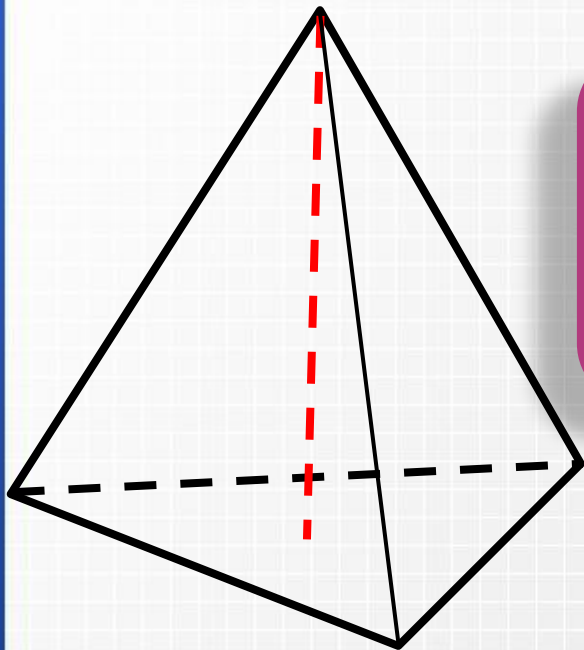
$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} h$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot h = \frac{\sqrt{3}}{12} \cdot \sqrt{3} = \frac{1}{4}$$

В 13

0, 25

Задача 4:



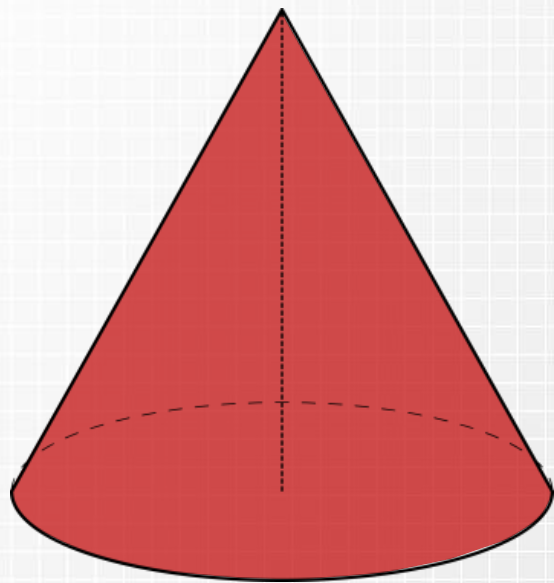
Найдите высоту правильной треугольной пирамиды, стороны основания которой равны 2, а объем равен $\sqrt{3}$.

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} h$$

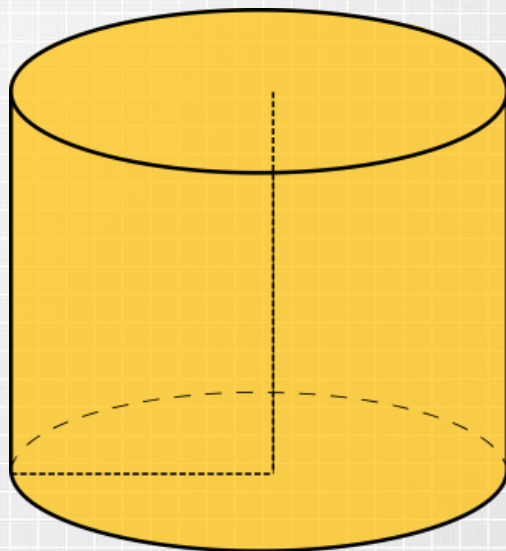
$$S_{\text{осн}} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$h = \frac{V}{\frac{1}{3} S_{\text{осн}}} = \frac{3 \cdot 4 \sqrt{3}}{4 \sqrt{3}} = 3$$

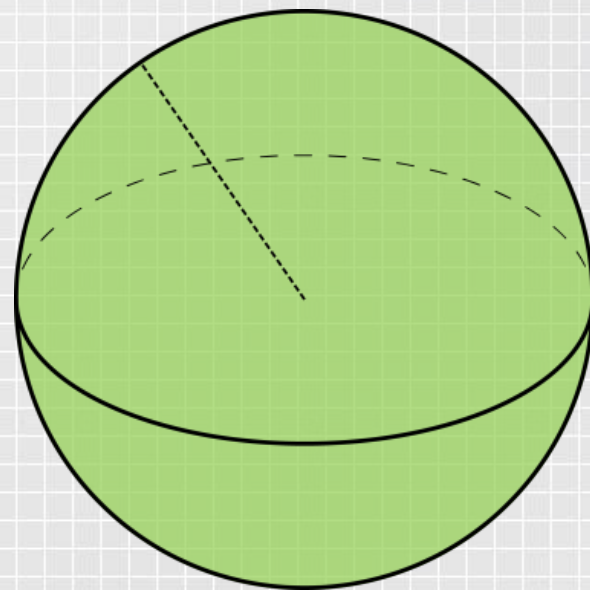
Тела вращения



Конус



Цилиндр

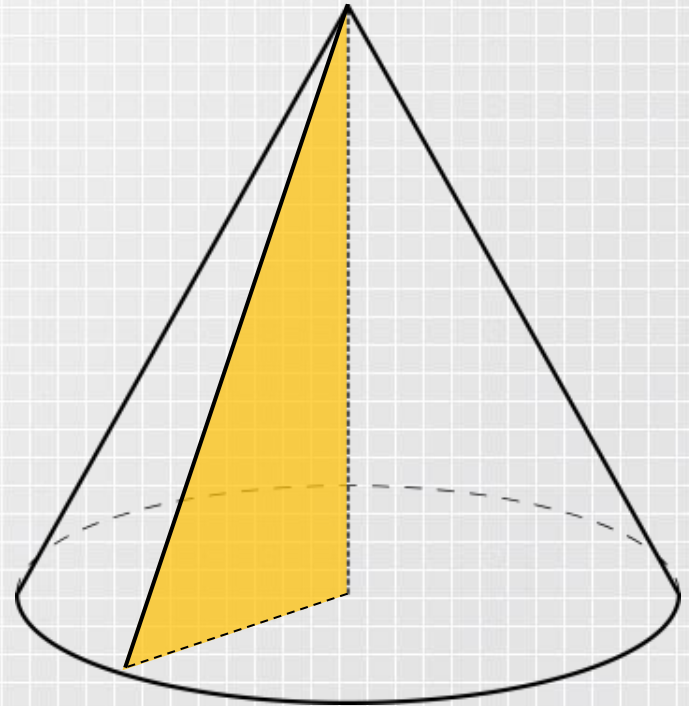


Шар



Определение

Конусом называется тело, которое состоит из круга — основания конуса, точки, не лежащей в плоскости этого круга, вершины конуса и всех отрезков, соединяющих вершину конуса с точками основания





Теорема

Объём конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$



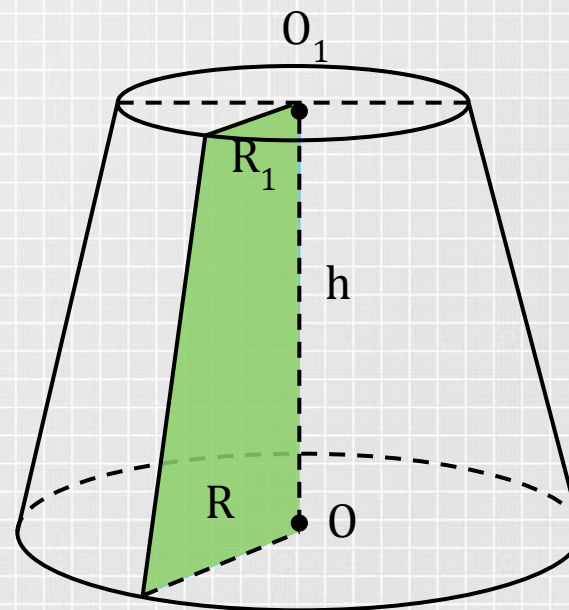
Формула объёма усечённого конуса

V — объём усеченного конуса

h — высота

S и S_1 — площади оснований

$$V = \frac{1}{3} h (S + S_1 + \sqrt{S \cdot S_1})$$



Задача 5

Дано:

Δ прямоугольный

$$r = 4, h = 3$$

Найти:

V конуса

Решение:

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$

1) R — радиус основ. конуса

h — высота конуса

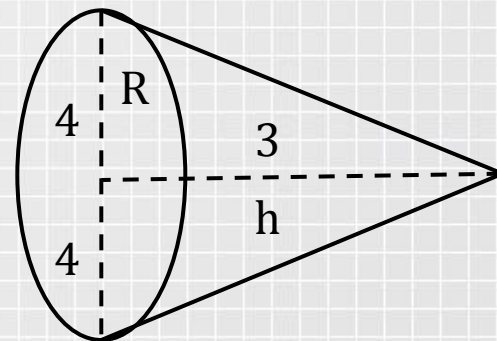
$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$

$$S_{\text{осн.}} = \pi R^2$$

$$V = \pi R^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 3 \cdot 4^2 = 16\pi$$

Ответ: $V = 16\pi$



Задача 6

Дано:

Δ прямоугольный

$$h = 4, r = 3$$

Найти:

V конуса

Решение:

$$R = b = 3, h = a = 4$$

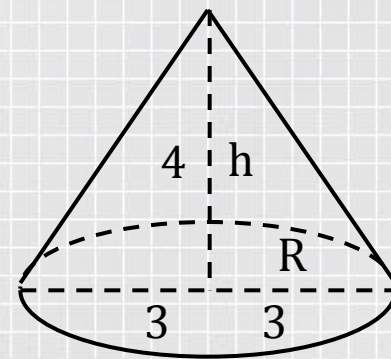
$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$

$$S_{\text{осн.}} = \pi R^2$$

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 4 \cdot 3^2 = 12\pi$$

Ответ: $V = 12\pi$



Задача 7

Дано:

конус

$$R = 6 \text{ см}$$

$$\angle BCO = 45^\circ$$

Найти: V

Решение:

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$$

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$

$h = BO$, $\triangle BOC$ — прямоугол.

$$\left. \begin{array}{l} \angle BOC = 90^\circ \\ \angle BCO = 45^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle BOC \text{ — равноб.}$$

$$\angle BCO = \angle OBC = 45^\circ$$

$$BO = OC = 6 \text{ см}$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 6^2 \cdot 6 = 72\pi$$

Ответ: $V = 72\pi$

