

Ознаки зростання та спадання функції

10 клас

ТЕМА. Ознаки зростання і спадання функції.

Усний рахунок (знаходимо похідну функції і тиснемо на картку)

$$y' = 17x^{16}$$

$$y = 2x^5$$

$$y' = 10x^9$$

$$y' = 2\cos x$$

$$y' = 1 - \sin x$$

$$y' = 0$$



ТЕМА. Ознаки зростання і спадання функції.

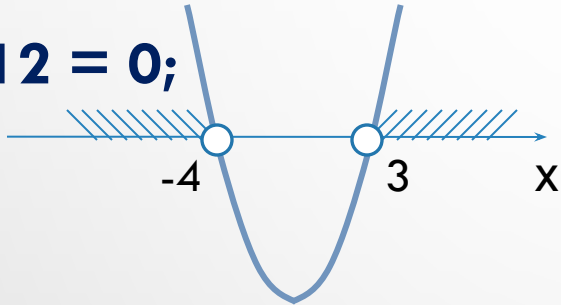
№1 (на повторення). Розв'язати нерівність:

1) $x^2 + x - 12 > 0;$

$x^2 + x - 12 = 0;$

$x_1 = -4$

$x_2 = 3$



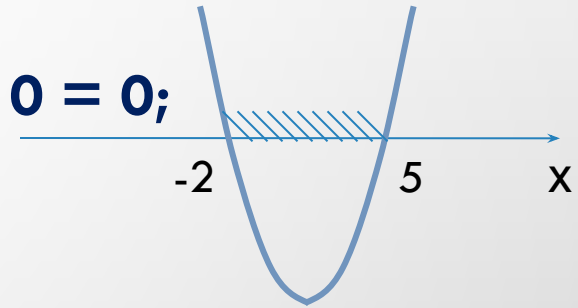
$x \in (-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$

2) $x^2 - 3x - 10 \leq 0;$

$x^2 - 3x - 10 = 0;$

$x_1 = -2$

$x_2 = 5$



$x \in [-2; 5]$

ТЕМА. Ознаки зростання і спадання функції.

№1 (на повторення). Розв'язати нерівність:

3) $6x - x^2 \geq 0;$

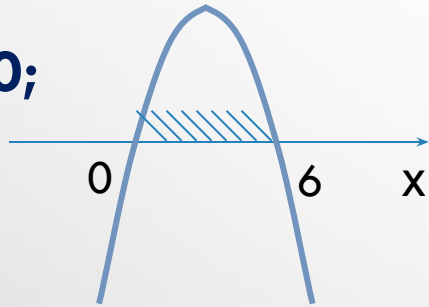
$$6x - x^2 = 0;$$

$$x(6-x) = 0;$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 6$$

$$x \in [0; 6]$$



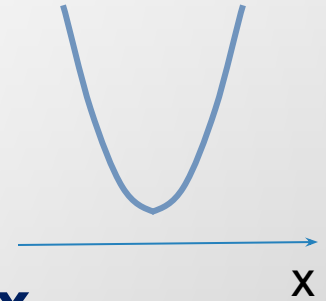
4) $x^2 - 3x + 8 > 0;$

$$x^2 - 3x + 8 = 0;$$

$$D = (-3)^2 - 4 \cdot 8 = -23,$$

$$D < 0$$

Парабола не
перетинає вісь Ox
 $x \in \mathbb{R}$



ТЕМА. Ознаки зростання і спадання функції.

№5 Розв'язати нерівність: $\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 + 6x + 9} \leq 0;$

$$x^2 - 5x + 4 = 0;$$

$$x = 1$$

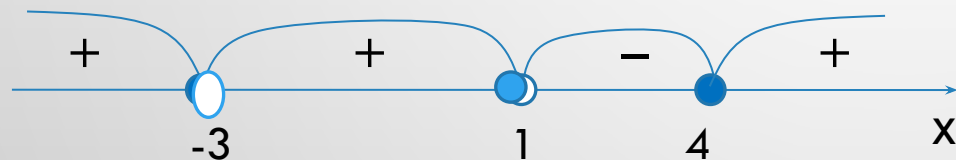
$$x = 4$$

$$x^2 + 6x + 9 \neq 0;$$

$$(x+3)^2 \neq 0;$$

$$x+3 \neq 0;$$

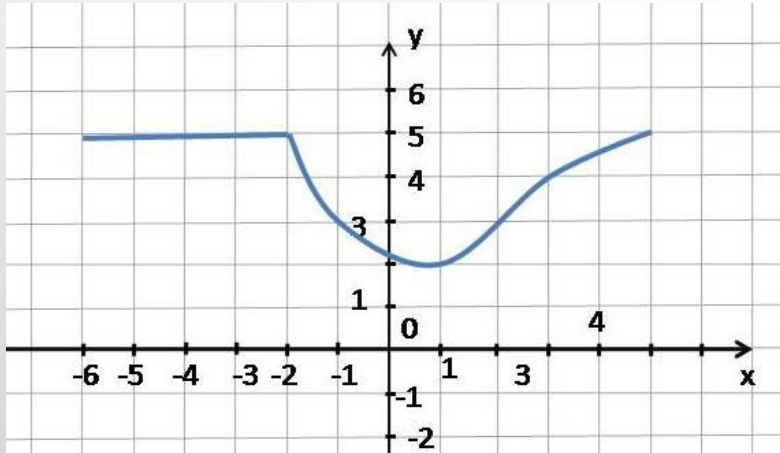
$$x \neq -3$$



$$x \in [1; 4]$$

ТЕМА. Ознаки зростання і спадання функції.

№2 (на повторення). Функція визначена на проміжку $[-6;5]$. Вказати проміжки монотонності функції.



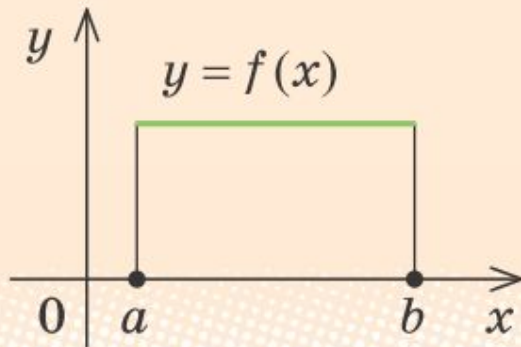
Функція стала на проміжку
 $x \in [-6; -2]$

Функція зростає на проміжку
 $x \in [1; 5]$

Функція спадає на проміжку
 $x \in [-2; 1]$

ТЕМА. Ознаки зростання і спадання функції.

Необхідна і достатня умова сталості функції



Функція $f(x)$ є сталою на інтервалі $(a; b)$ тоді і тільки тоді, коли $f'(x) = 0$ в усіх точках цього інтервалу

Якщо похідна функції в кожній точці деякого проміжку додатна, то функція на цьому проміжку зростає.

Якщо похідна функції в кожній точці деякого проміжку від'ємна, то функція на цьому проміжку спадає.

ТЕМА. Ознаки зростання і спадання функції.

Критичними точками функції називають внутрішні точки області визначення функції, у яких похідна не існує або дорівнює нулю.

Дослідження функції $f(x)$ на зростання /спадання:

- 1) знайти область визначення функції $D(f)$;
- 2) знайти похідну функції $f'(x)$;
- 3) знайти критичні точки функції;
- 4) поділити критичними точками область визначення функції на проміжки та з'ясувати знак похідної на кожному з них;
- 5) вказати проміжки монотонності (зростання/спадання) функції.

ТЕМА. Ознаки зростання і спадання функції.

№3. Вказати проміжки монотонності функції:

$$1) f(x) = x^3 - 3x^2 + 2;$$

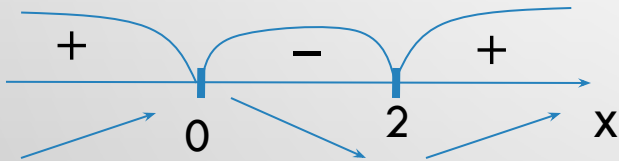
$$D(f) = \mathbb{R};$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x;$$

$$f'(x) = 0; 3x^2 - 6x = 0;$$

$$3x(x-2) = 0;$$

$x=0, x=2$ – критичні точки;



Функція зростає на проміжку $x \in (-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$

Функція спадає на проміжку $x \in [0; 2]$

ТЕМА. Ознаки зростання і спадання функції.

№3. Вказати проміжки монотонності функції:

$$2) y = 3x^5 - 5x^3 + 1;$$

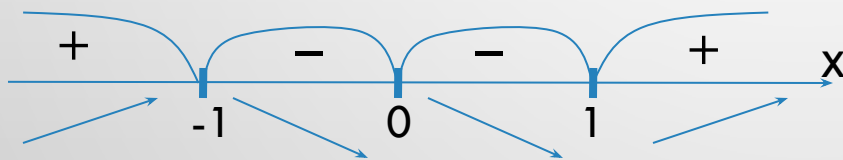
$$D(y) = \mathbb{R};$$

$$y' = 15x^4 - 15x^2;$$

$$y' = 0; \quad 15x^4 - 15x^2 = 0;$$

$$15x^2(x^2 - 1) = 0;$$

$x = 0, x = 1; x = -1$ – критичні точки;



Функція зростає на проміжку $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$

Функція спадає на проміжку $x \in [-1; 1]$

ТЕМА. Ознаки зростання і спадання функції.

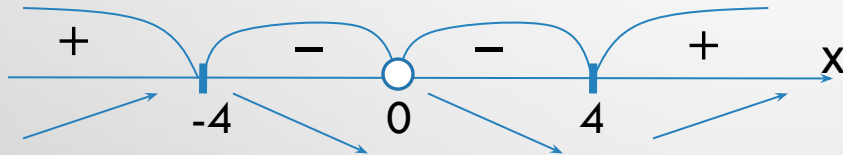
№3. Вказати проміжки монотонності функції:

$$3) f(x) = x + \frac{16}{x}$$

$$D(f): x \neq 0; \quad x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$$

$$f'(x) = 1 - \frac{16}{x^2} = \frac{x^2 - 16}{x^2} = \frac{(x-4)(x+4)}{x^2}$$

$x=4, x=-4; x \neq 0$ – критичні точки;



Функція зростає на проміжку $x \in (-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$

Функція спадає на проміжку $x \in [-4; 0) \cup (0; 4]$

ТЕМА. Ознаки зростання і спадання функції.

№3. Вказати проміжки монотонності функції:

$$5) f(x) = \frac{3x + 5}{2 - x}$$

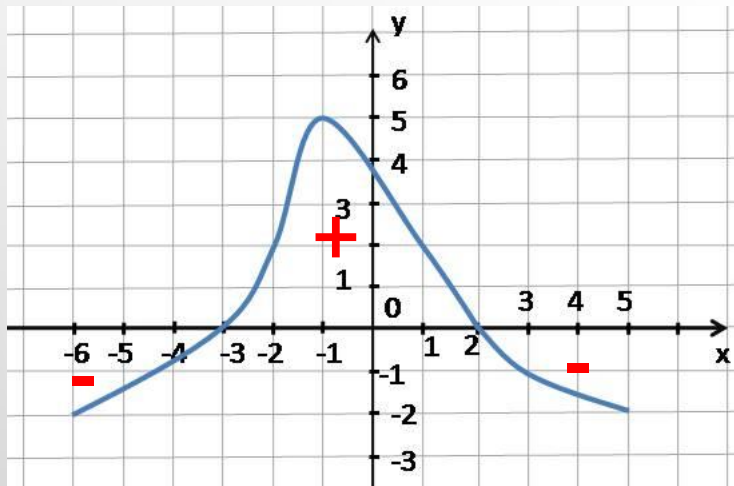
$$D(f): x \neq 2; \quad x \in (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$$

$$f'(x) = \frac{3(2-x) - (3x+5) \cdot (-1)}{(2-x)^2} = \frac{11}{(2-x)^2} > 0;$$

Якщо похідна додатна, то функція зростає на всій області визначення $x \in (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$

ТЕМА. Ознаки зростання і спадання функції.

№4. На мал. зображено графік похідної деякої функції $f(x)$, диференційованої на всій множині дійсних чисел. Вказати проміжки монотонності функції $f(x)$.



Якщо похідна додатна на проміжку, то функція зростає на ньому $x \in [-3; 2]$

Якщо похідна від'ємна на проміжку, то функція спадає на ньому $x \in (-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$



**ДЯКУЮ ЗА
УВАГУ!!!**