

Лекция 2

КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СООРУЖЕНИЙ

Внешняя нагрузка может вызвать значительные перемещения элементов сооружения, в результате чего оно может перестать служить своему назначению. Поэтому ставится требование: «перемещения сооружения должны быть малыми». Решением этой задачи на начальном этапе проектирования занимается специальный раздел строительной механики – кинематический анализ.

Кинематический анализ – это анализ геометрической структуры сооружения с целью исключения больших перемещений.

При кинематическом анализе внешняя нагрузка не рассматривается, а элементы системы считаются достаточно жесткими.

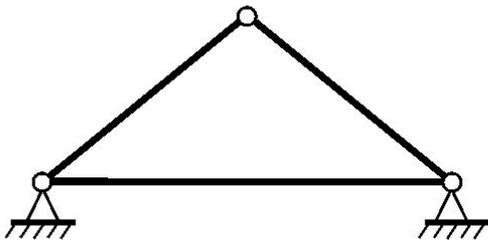
Кинематический анализ рассматривает три типа расчетных схем: 1) неизменяемые, 2) изменяемые, 3) мгновенно изменяемые системы.

Геометрически неизменяемая система (ГНС) – это система, перемещения которой возможны только при деформации его элементов. Простейшая ГНС – шарнирный треугольник (рис а).

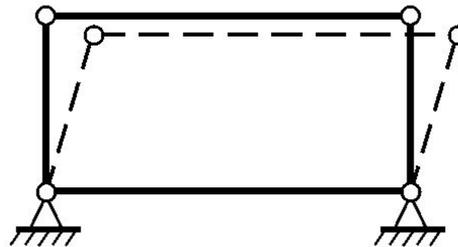
Геометрически изменяемая система (ГИС) – это система, элементы которой могут получать перемещения даже без их деформаций. Например, ГИС является шарнирный четырехугольник (рис. б).

Мгновенно изменяемая система (МИС) – система, способная получать лишь мгновенные перемещения (рис. в).

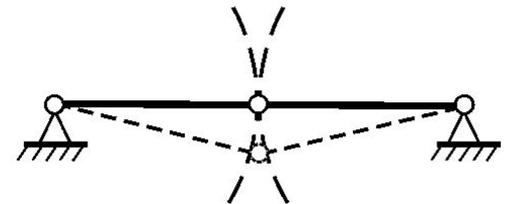
а)



б)



в)

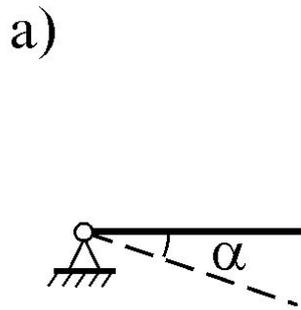


1. Степень свободы. Кинематические связи

Количественная оценка кинематических свойств системы основана на понятии степени свободы как направления возможного независимого перемещения.

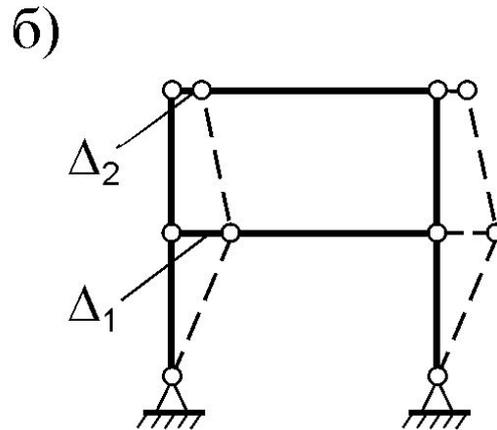
Число степеней свободы (W) – это минимальное число независимых параметров, необходимых для определения положения всех точек системы. Такими параметрами могут быть перемещения отдельных точек, углы поворота элементов и др.

Число степеней свободы простых систем можно определять путем задания ее элементам возможных перемещений (рис. а, б, в):



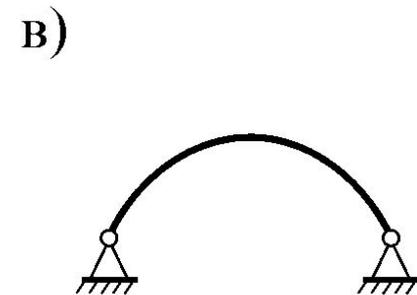
$$W = 1$$

α - угол поворота



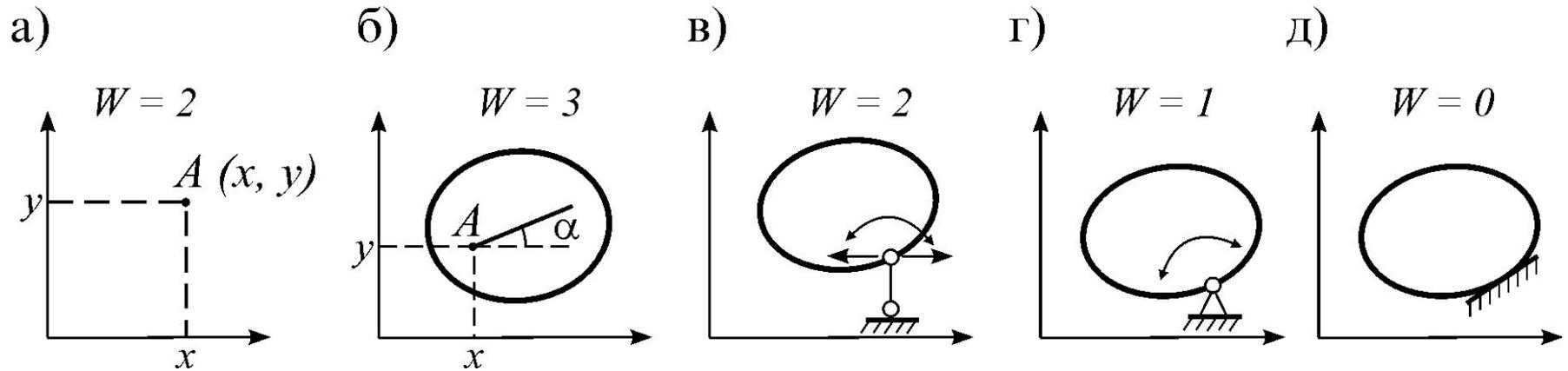
$$W = 2$$

Δ_1, Δ_2 – перемещения



$$W = 0$$

Определим число степеней свободы точки (рис. а) и диска с различными кинематическими связями (рис. б-д):

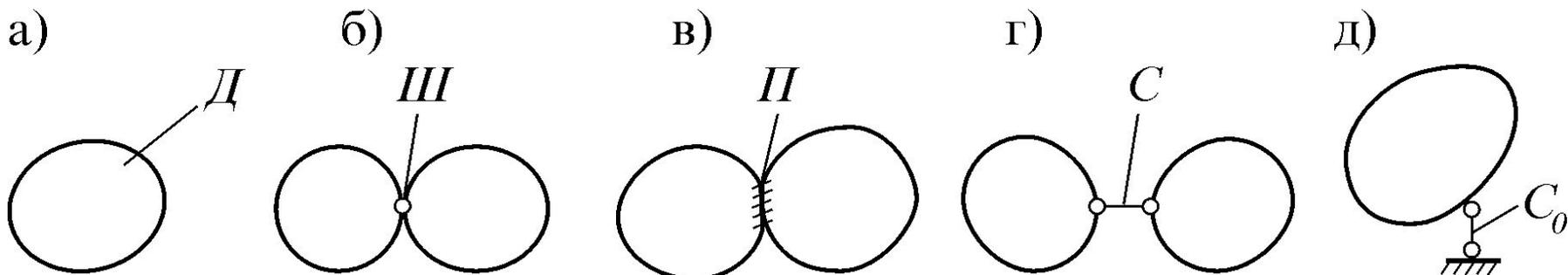


Следовательно, стержень или опорная связь уменьшают число степеней свободы на единицу, шарниры – на два, припайки – на три.

Кинематические связи должны обеспечивать неподвижность системы относительно земли (основания), а также неизменяемость ее внутренней структуры. Если при удалении одной связи из неизменяемой системы она становится изменяемой, то эта связь называется **необходимой**. Если после этого система остается неизменяемой, то связь называется **избыточной**. Связь, соединяющая систему с землей, называется **внешней**, а находящаяся внутри – **внутренней связью**.

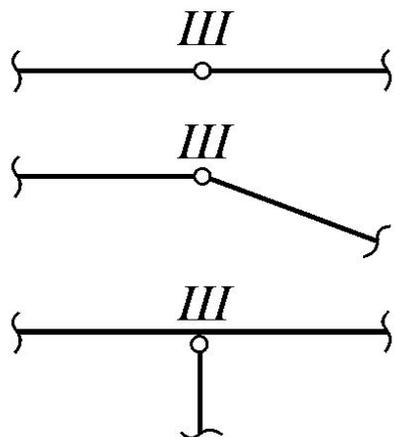
Для изучения более сложных случаев введем понятия:

- **диск (Д)** – неизменяемая часть системы, состоящая из одного или нескольких жестко связанных элементов (рис. а);
- **шарнир (Ш)** – связь, дающая возможность взаимного поворота соседним дискам (рис. б);
- **припайка (П)** – связь, жестко закрепляющая соседние диски (рис. в);
- **стержень (С)** – связь, ограничивающая перемещение диска в одном направлении (рис. г);
- **опорная связь (С₀)** – связь, ограничивающая перемещение диска в одном направлении по отношению к земле (рис. д).



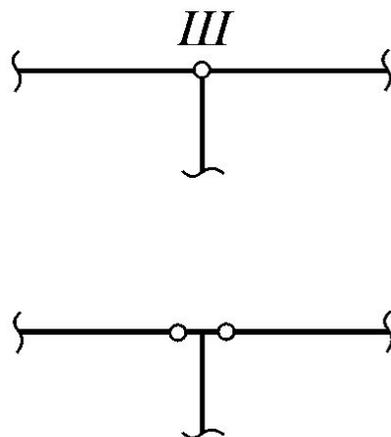
Шарнир, объединяющий два диска называется **простым шарниром** (рис. а). Если шарнир объединяет несколько дисков, то он называется **кратным шарниром**. Кратный шарнир эквивалентен нескольким простым шарнирам. Кратность шарнира определяется по формуле $n_{III} = D - 1$. Здесь D – число дисков, объединяемых шарниром.

а)



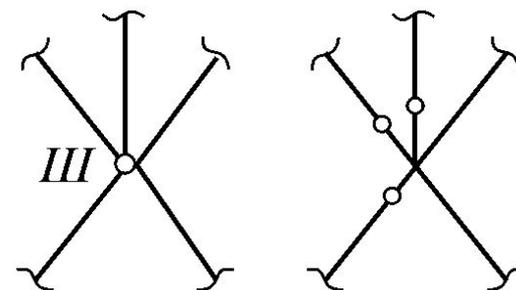
$$n_{III} = 2 - 1 = 1$$

б)



$$n_{III} = 3 - 1 = 2$$

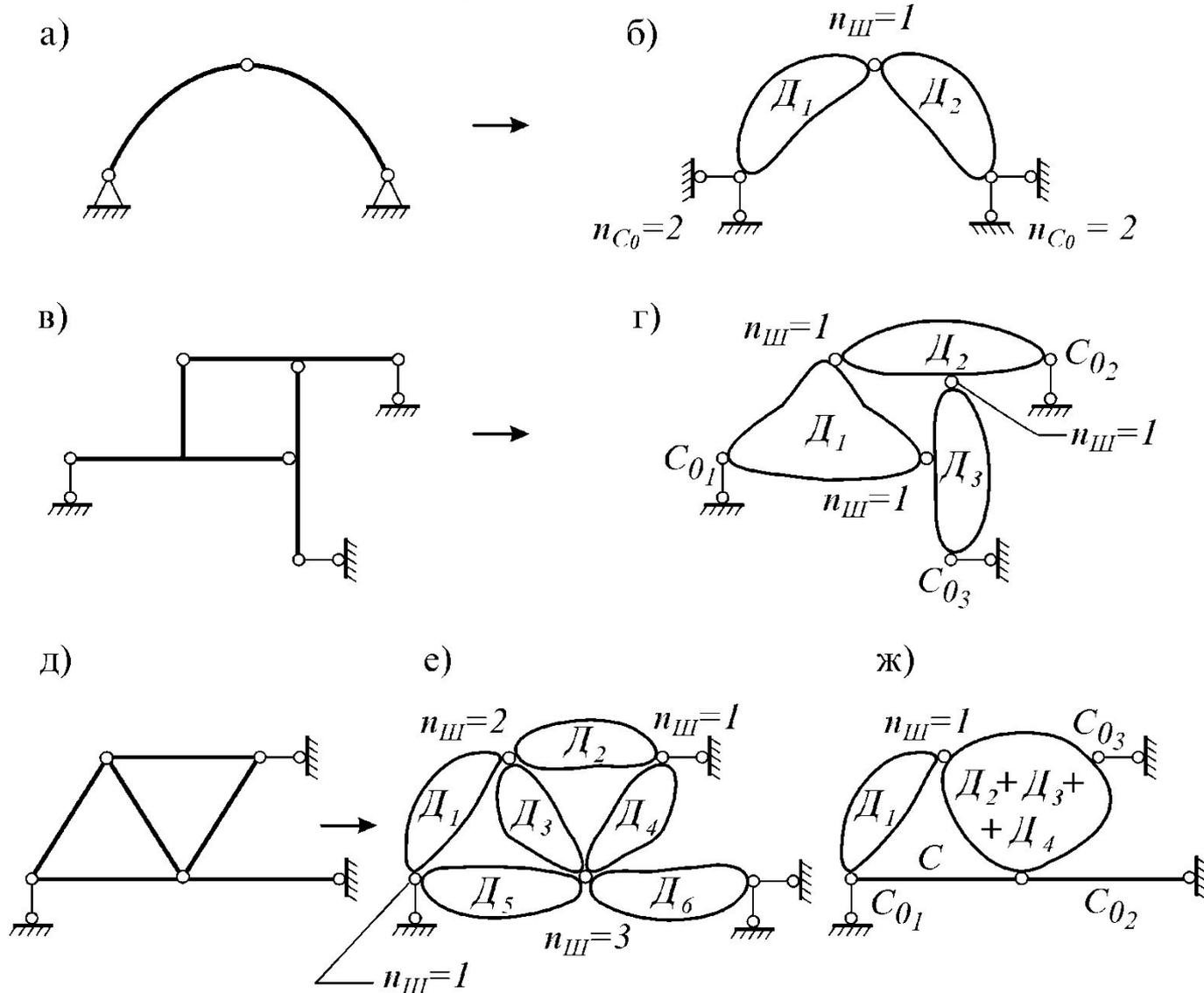
в)



$$n_{III} = 4 - 1 = 3$$

2. Число степеней свободы стержневой системы

Рассматривая расчетную схему сооружения как систему дисков объединенных связями, получаем ее **дисковый аналог**.



Число степеней свободы плоской стержневой системы определяется по **основной формулой кинематического анализа:**

$$W = 3D - 2Ш - C - C_{оп} - 3П ,$$

где

D – число дисков в дисковом аналоге

$Ш$ – число простых шарниров

C – число стержней

$C_{оп}$ – число опорных связей;

$П$ – число припаяк.

Упрощенный вариант формулы:

$$W = 3D - 2Ш - C_{оп} .$$

Например, для арки имеем: $W = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 - 4 = 0$.

При расчете ферм можно использовать формулу

$$W = 2U - C - C_{оп},$$

где U – число узлов фермы (узлом считается любой шарнир, связывающий стержни фермы).

Для фермы имеем: $W = 2 \cdot 4 - 5 - 3 = 0$.

После расчета по этим формулам возможны три случая:

- 1) $W > 0$ – такая система ГИС, т.е. геометрически изменяема;
- 2) $W = 0$ – в системе имеется достаточное число связей; если эти связи введены правильно, система неизменяема и статически определима;
- 3) $W < 0$ – в системе есть избыточные связи; если эти связи введены правильно, система неизменяема и статически определима.

Отсюда следует, что расчетная схема сооружения должна удовлетворять условию:

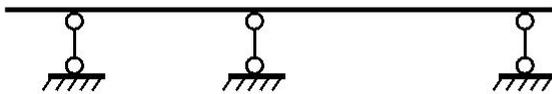
$W \leq 0$ – **необходимое условие геометрической неизменяемости**

3. Способы образования неизменяемых систем

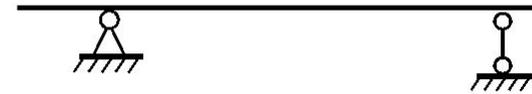
Выполнение условия $W \leq 0$ необходимо, но не достаточно. Например, у систем на рис. а, б $W=0$, но первая из них ГИС, а другая ГНС. Причиной изменчивости системы а) является неправильная установка связей. Чтобы она стала неизменяемой, одну связь нужно переставить (рис. б).

То же самое имеет место и для систем на рис. б и г.

а)

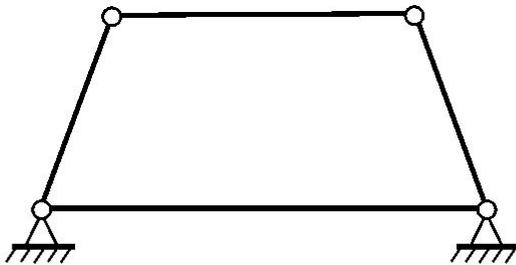


б)

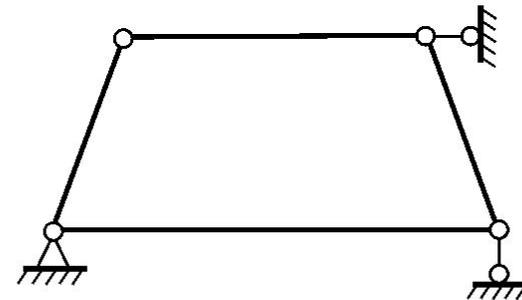


$$W = n_{C_0} - 3 = 3 - 3 = 0$$

в)



г)



$$W = 2n_y - n_C - n_{C_0} = 2 \cdot 4 - 4 - 4 = 0$$

Из этих примеров следует, что для полной уверенности в неизменяемости системы нужна дополнительная проверка – ***проверка геометрической структуры.***

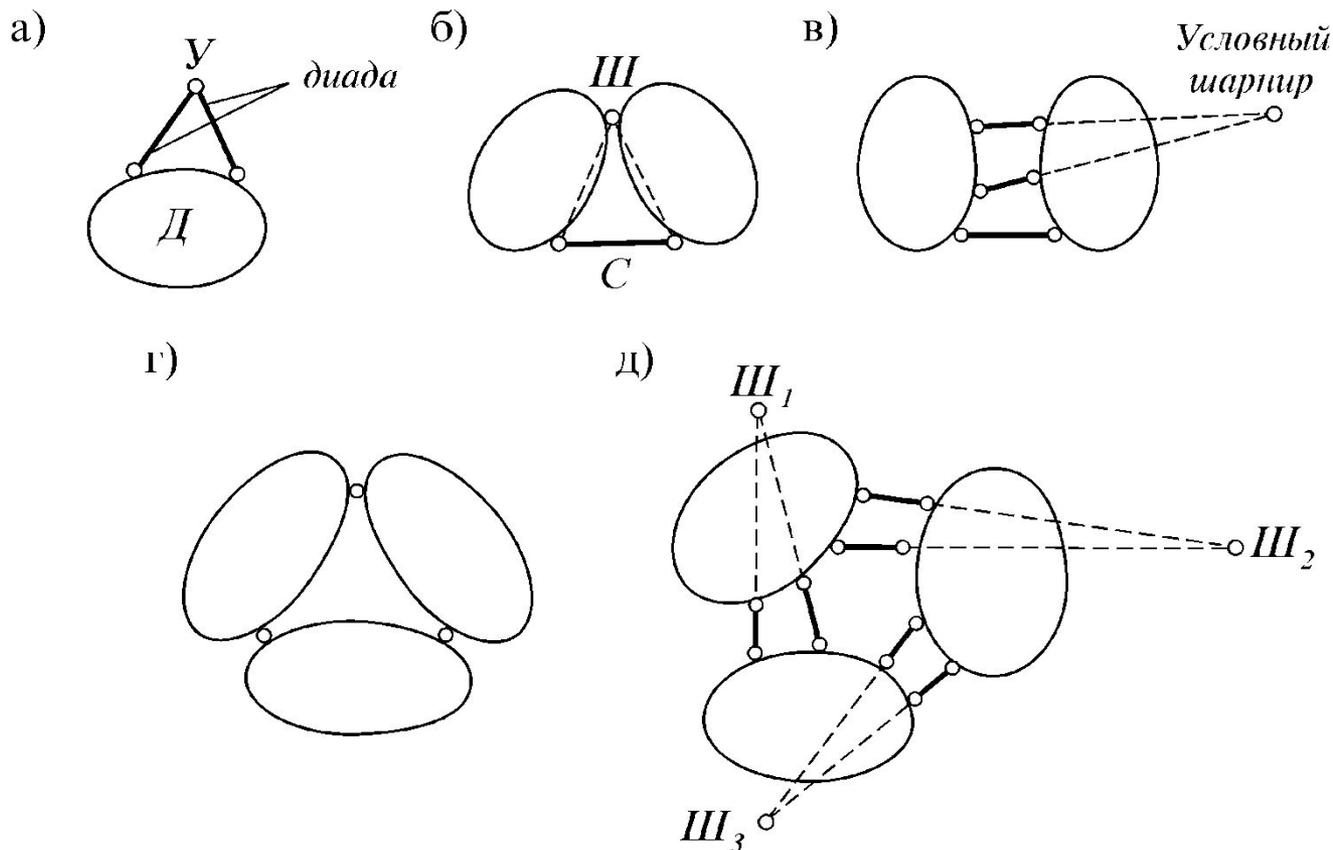
Ее суть заключается в проверке способов объединения элементов между собой и с землей.

Для такой проверки необходимо:

- выделить в системе неизменяемые фигуры – диски;
- последовательно объединять эти диски между собой, используя способы образования неизменяемых систем.

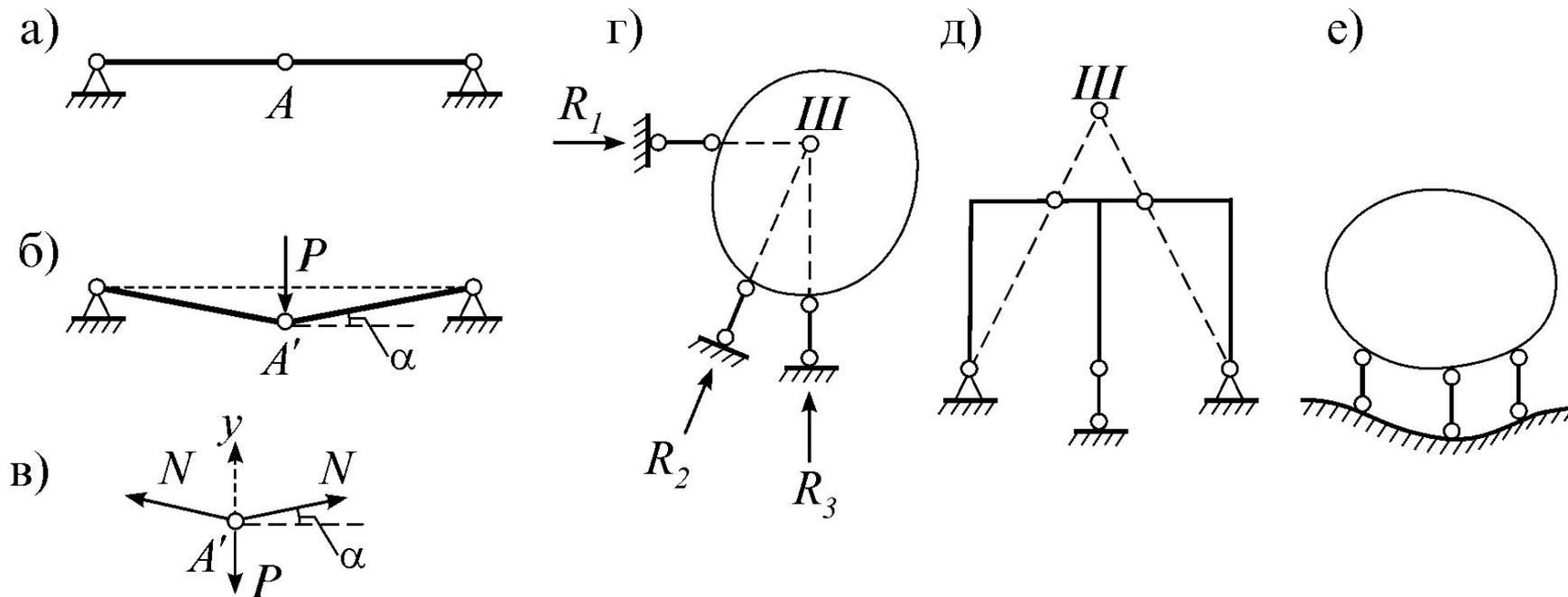
Простейшие способы образования неизменяемых систем:

1. Новый узел к диску добавляется способом диады (рис. а).
2. Два диска объединяются:
 - одним шарниром и одной связью (рис. б);
 - способом триады (рис. в).
3. Три диска объединяются тремя шарнирами, не лежащими на одной прямой (рис. г). Шарниры могут быть условными (рис. д).



4. Понятие о мгновенно изменяемых системах

Мгновенная изменяемость часто возникает при неправильной установке связей (рис. а, г, д, е).



Обнаружить мгновенную изменяемость очень важно уже на этапе кинематического анализа, так как позволяет вносить коррективы в расчетную схему сооружения.

Для этого можно использовать **метод нулевой нагрузки**. Суть этого метода:

- удалить все силы, действующие на систему;
- вычислить внутренние усилия. Если они все (включая и опорные реакции) будут равны нулю, то система неизменяема. Если же хотя бы одно усилие будет неопределенным (типа $0/0$), то данная система является мгновенно изменяемой.

Общие выводы

Расчетная схема сооружения должна быть геометрически неизменяемой. С целью проверки геометрической неизменяемости проводится кинематический анализ, состоящий из двух этапов:

- 1) **количественный анализ** – проводится по основной формуле кинематического анализа; должно выполняться условие $W \leq 0$;
- 2) **качественный анализ** – проводится с использованием принципов образования геометрически неизменяемых систем.

В о п р о с ы

1. *Какие системы называются геометрически неизменяемыми, изменяемыми и мгновенно изменяемыми?*
2. *Что такое число степеней свободы?*
3. *Как пишется основная формула кинематического анализа?*
4. *Как классифицируются системы по степени свободы?*
5. *В чем заключается необходимое условие геометрической неизменяемости системы?*
6. *Как проверяется геометрическая структура системы?*
7. *Какие способы образования неизменяемых систем знаете?*
8. *Каков порядок кинематического анализа?*
9. *Что такое метод нулевой нагрузки?*