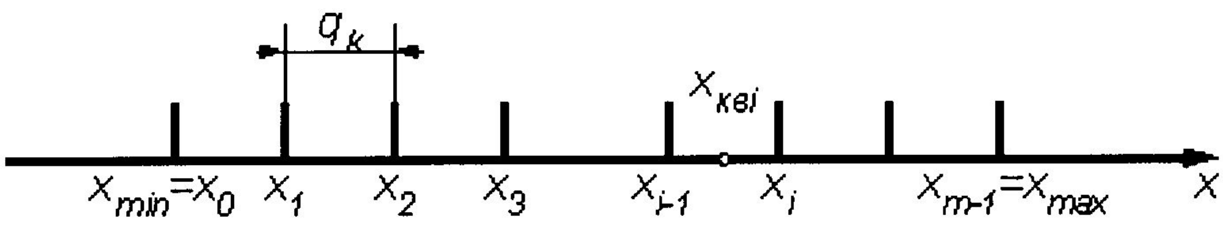
КВАНТОВАНИЕ И ДИСКРЕТИЗАЦИЯ СИГНАЛОВ

Информативные параметры объектов измерения в большинстве случаев имеют аналоговую природу.

Аналоговый сигнал – это сигнал x(t), изменяющийся непрерывно по значению и времени

Квантование или дискретизация по уровню представляет собой преобразование множества значений непрерывного сигнала x(t) в дискретное множество значений x_N, где N = 0,1,2,…,i,…n-1.



x_i - уровень квантования

$x_д=x_{max}-x_{min}$ - диапазон квантования

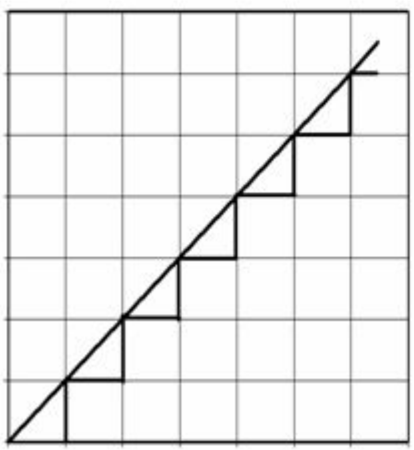
$q_k = x_i - x_{i-1}; i = 1,2...m$ - шаг квантования

Процесс квантования связан с округлением значений непрерывного сигнала в соответствии с принятым решающим правилом:

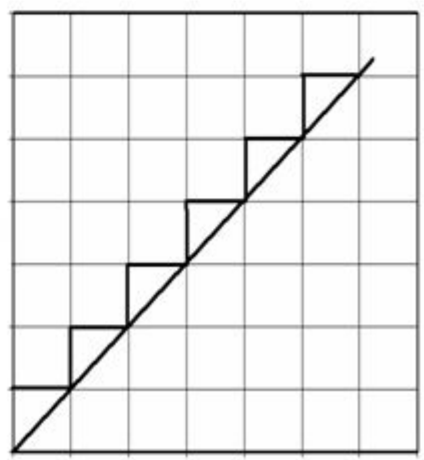
- отнесение к нижней границе уровня квантования,

- отнесение верхней границе уровня квантования,

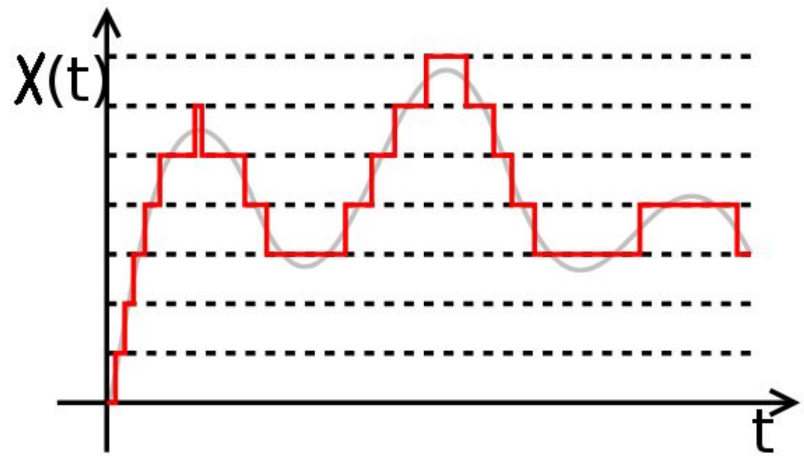
- отнесение к середине уровня квантования



$q < \Delta x_{кв} < 0$



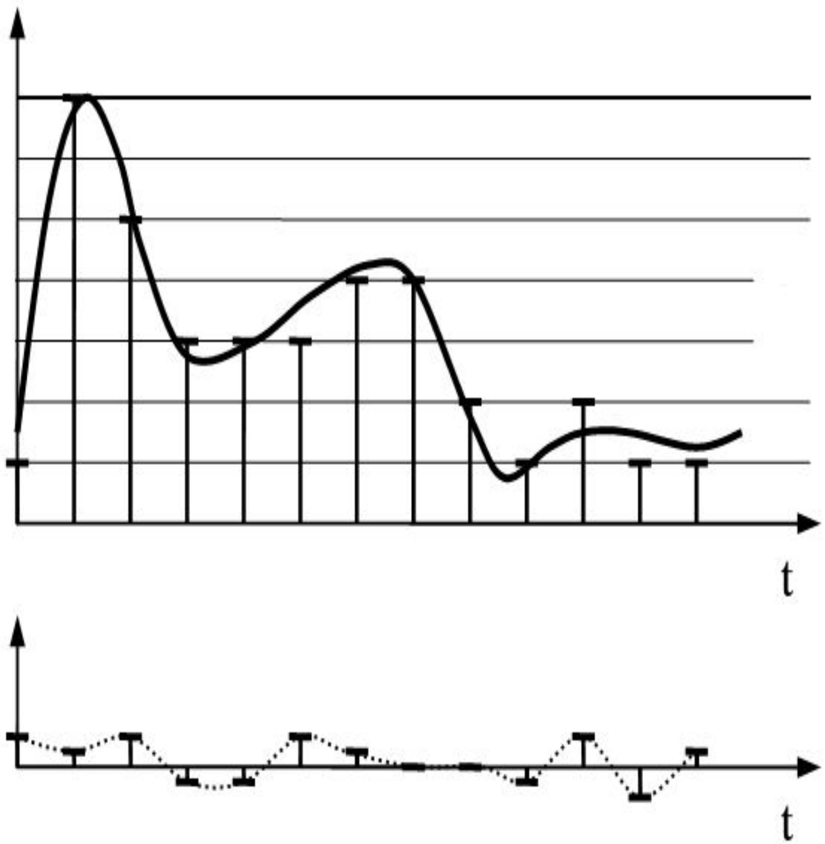
$0 < \Delta x_{кв} < +q$



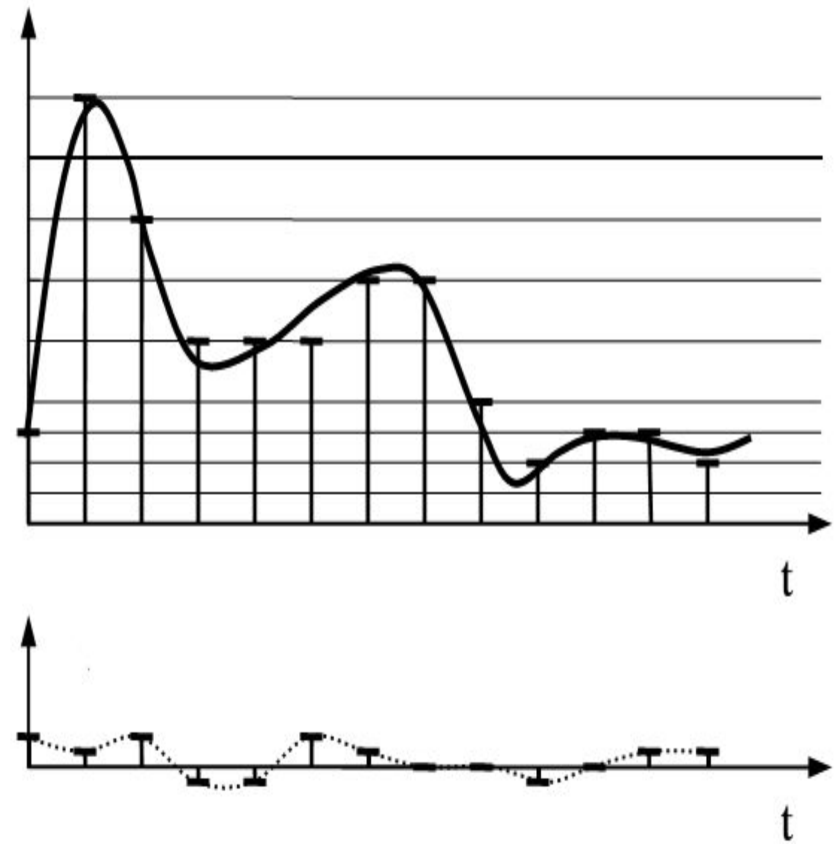
$-0{,}5q < \Delta x_{кв} < +0{,}5q$

Методическая погрешность квантования **образуется за счет отражения непрерывной величины ограниченным числом уровней и равна разности значения, соответствующего уровню квантования $x_{кв}$ и истинного значения сигнала $x(t)$: $\Delta x_{кв} = x_{кв} - x(t)$.**

Равномерное квантование – q = const,
Неравномерное квантование - q ≠const



Изменение шума (погрешности) квантования при равномерном квантовании

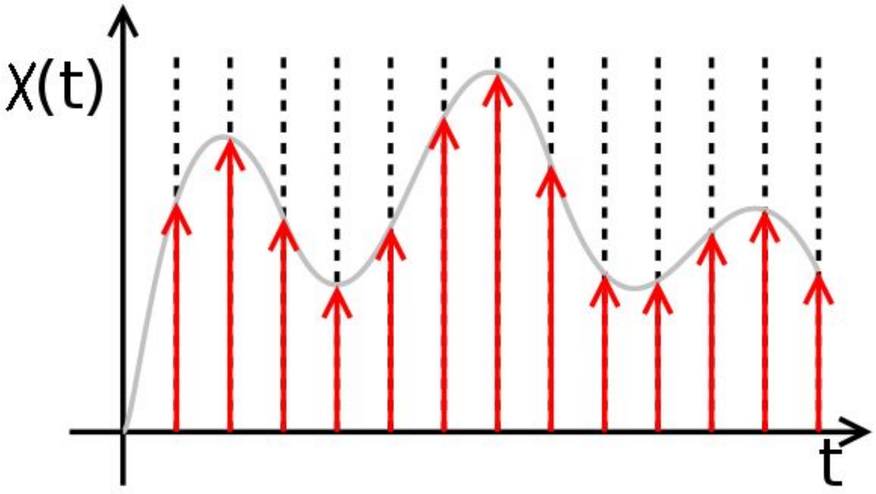


Изменение шума (погрешности) квантования при неравномерном квантовании

Дискретизация - процесс перехода от функции непрерывного времени x(t) в функцию дискретного времени $x(t_i)$, по отсчетам которой можно восстановить новую непрерывную функцию $x_{вос}(t)$, воспроизводящую исходную с заданной точностью.

Аналитически дискретизацию можно представить как линейную операцию умножения функции x(t) на функцию дискретизации по времени в виде последовательности единичных импульсов (δ -функций):

$$\boxed{x_д(k\Delta t) = \sum_{k=1}^{n} x(t_k)\delta(t - k\Delta t)}$$

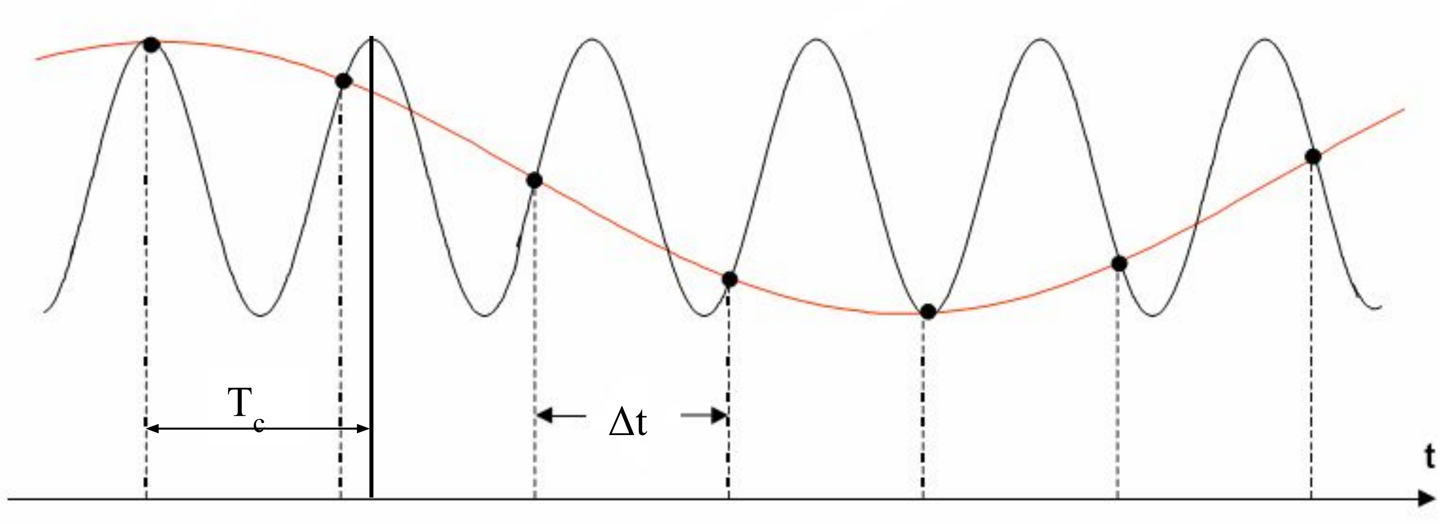


Таким образом, **дискретизованный сигнал** $x_д(k\Delta t)$ – это последовательность отсчетов мгновенных значений сигнала x(t) в моменты времени $k\Delta t$ (k=1,2,3…), где Δt – шаг дискретизации

Проблема восстановления (аппроксимации) дискретизованного сигнала

Шаг Δt или частота дискретизации $f_д = 1/\Delta t$ выбирается, исходя из возможности последующего восстановления промежуточных между отсчетами значений сигнала с заданной точностью.

Пример. **Рассмотрим синусоидальный сигнал с периодом T_c и частотой $f_c = 1/T_c$, дискретизованный с шагом $\Delta t < T_c$. При восстановлении непрерывного сигнала по его дискретным отсчетам исходный сигнал может быть искажен:**

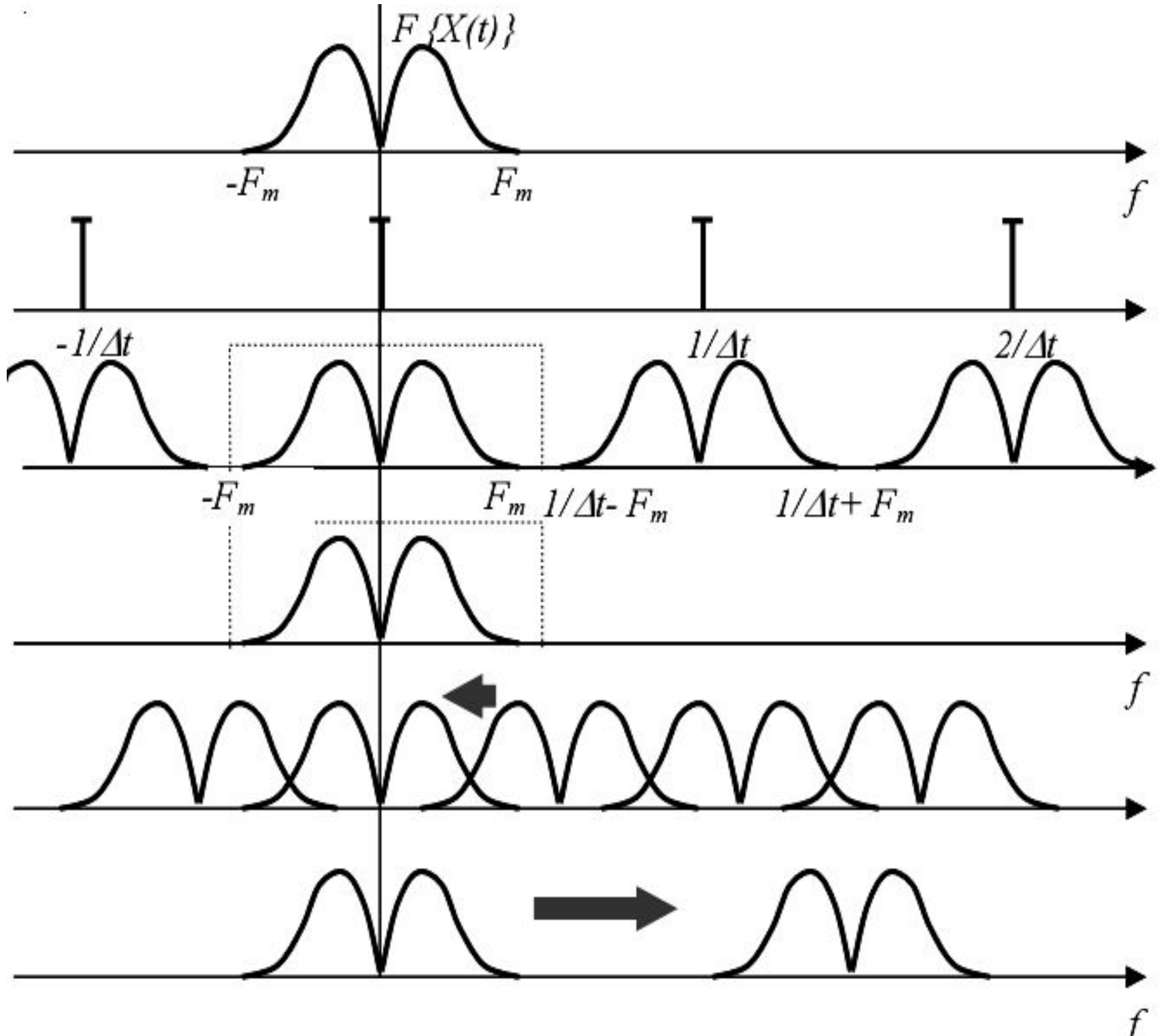


Для определения минимально возможной частоты дискретизации, при которой сигнал может быть восстановлен с заданной точностью, пользуются теоремой Котельникова-Шеннона, связывающей выбор частоты дискретизации со спектром дискретизованного сигнала.

Спектр дискретизованного сигнала

Спектр дискретизированного сигнала представляет собой сумму сдвинутых копий спектра аналогового сигнала с шагом сдвига, равным частоте дискретизации:

$$x_д(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x\left(\omega - \frac{2\pi n}{\Delta t}\right)$$



Теорема Котельникова

Если непрерывная функция x(t) дискретизирована циклически и ее спектр ограничен некоторой частотой ω_c (частотой среза), то существует такой максимальный интервал Δt между отсчетами, при котором имеется возможность безошибочно восстанавливать исходную функцию x(t) по дискретным отсчетам:

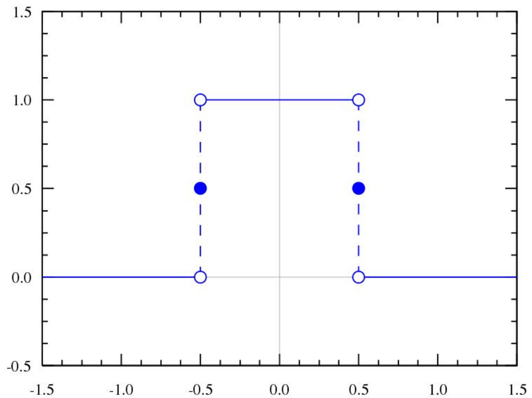
$$\boxed{\Delta t = \pi / \omega_c = 1 / 2 f_c .}$$

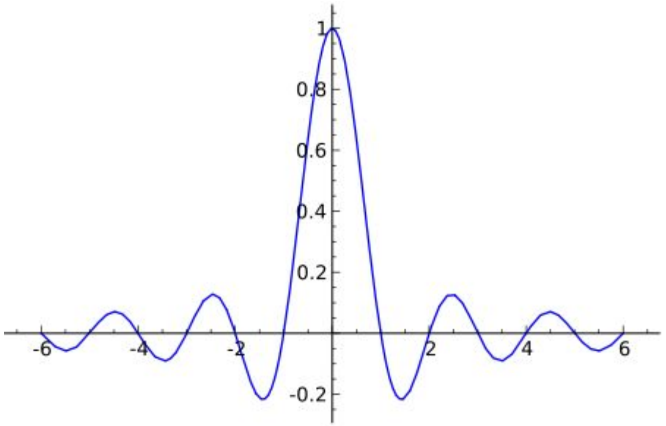
Для восстановления сигнала используется ряд Котельникова:

$$\boxed{x_{\text{вос}}(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k\Delta t) \frac{\sin \omega_c (t - k\Delta t)}{\omega_c (t - k\Delta t)},}$$

где $\dfrac{\sin \omega_c (t - k\Delta t)}{\omega_c (t - k\Delta t)}$ **- функция отсчетов**

Функция отсчетов - идеальный фильтр, который подавляет все частоты в спектре сигнала выше частоты среза, оставляя заданную низкочастотную полосу сигнала.





Практические способы восстановления непрерывного сигнала

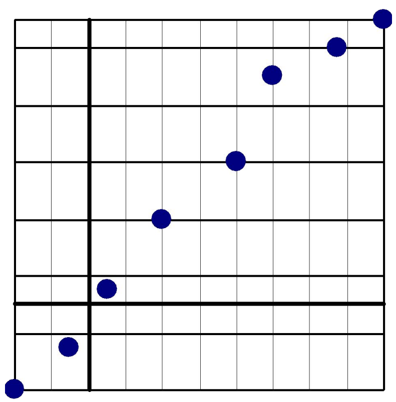
Аппроксимация рядом Котельникова

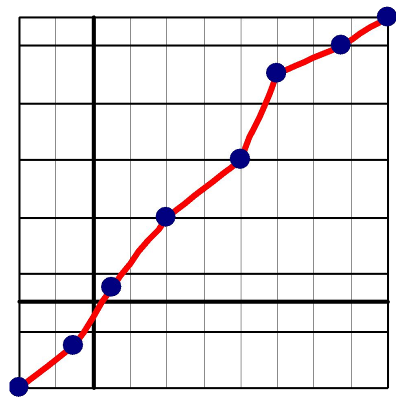
На практике реализовать полное восстановление сигнала без погрешностей с помощью ряда Котельникова невозможно.
Причины:

1. Экспериментальные сигналы всегда ограничены во времени, а следовательно, имеют бесконечные спектры; поэтому восстановление сигнала всегда происходит с определенной погрешностью из-за потери высокочастотной составляющей сигнала.

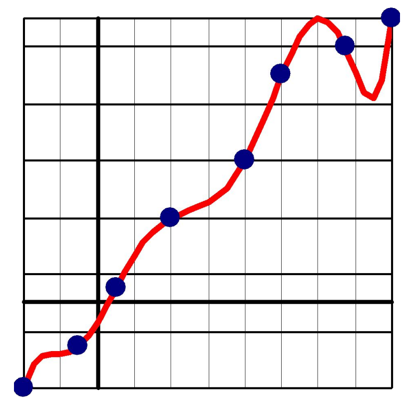
2. Идеальный sinc-фильтр физически нереализуем в силу бесконечного порядка передаточной функции и бесконечности ядра по времени в обе стороны (это накладывает ограничения на его реализацию как во временно́й области, так и в частотной).

<u>Виды интерполяции</u>

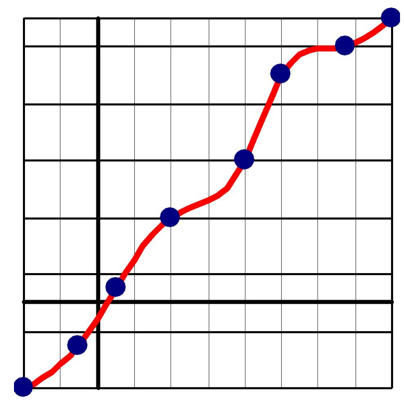




Кусочно-линейная интерполяция



Интерполяция рядом Тейлора



Сплайн-интерполяция

При сплайновой интерполяции используются локальные полиномы не выше третьей степени. К*убические* сплайны проходят через три смежные узловые точки, при этом в граничных точках совпадают как значения полинома и функции, так и значения их первых и вторых производных.