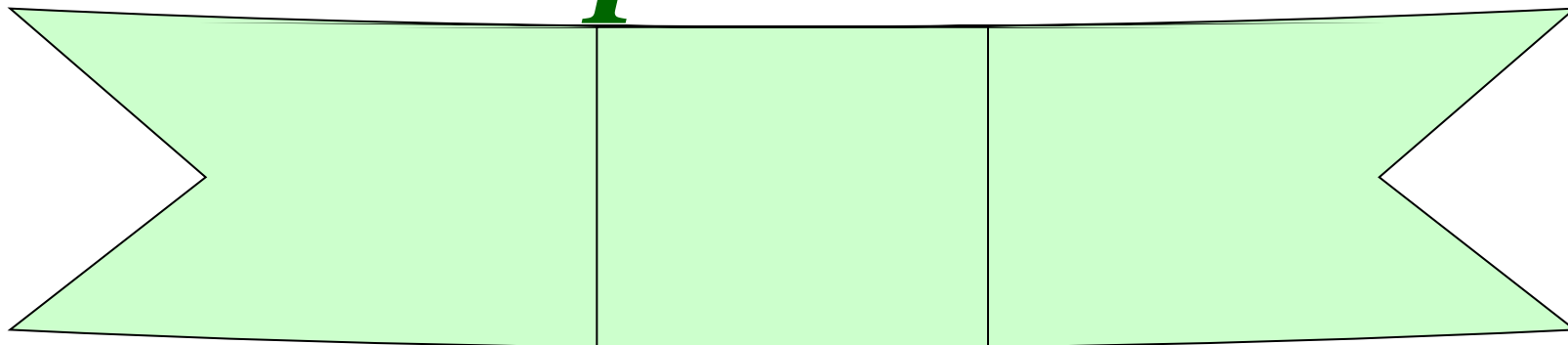


**Успіху!**

$$g(x) = 2^{\log_2(x+3)}$$



# Розв'язування логарифмічних рівнянь



# *Існують основні методи розв'язування логарифмічних рівнянь:*



***Метод введення нової змінної;***

***Метод потенціювання;***

**Метод логарифмування;**

**Функціонально – графічний метод;**



## Метод зведення логарифмічного рівняння до алгебраїчного

Приклад: Розв'яжіть рівняння  $\log_3^2 x - 4 \log_3 x = -3$

Нехай  $\log_3 x = a$ ;  $a^2 - 4a + 3 = 0$ ,

$a_1 = 4$ ;  $a_2 = -1$ .

звідси  $\log_3 x = 4$ , тому  $x = 16$ ;

$\log_3 x = -1$ ,  $x = 0,5$ . Відповідь :  $16; 0,5$ .

## Метод потенціювання.

Приклад: Розв'яжіть рівняння  $\log_5(x-1) + \log_5(x-2) = \log_5(x+2)$

Пропотенціюємо дану рівність і

одержимо:

$$\log_5(x-1)(x-2) = \log_5(x+2);$$

$$x^2 - 4x = 0; x = 0, x = 4.$$

Враховуючи ОДЗ:  $x-1 > 0$ ,

$$x-2 > 0,$$

$$x+2 > 0;$$

$$x \in (2; \infty)$$

Відповідь: 4.

## Метод зведення логарифмів до однієї і тієї ж основи.

$$\log_3 x - 2 \log_{\frac{1}{3}} x = 3 \quad \text{ОДЗ : } x > 0$$

Приклад: Розв'яжіть рівняння

$$\log_3 x - 2 \frac{\log_3 x}{\log_3 \frac{1}{3}} = 3; \quad \log_3 x + 2 \log_3 x = 3; \quad 3 \log_3 x = 3; \quad x = 3.$$

Відповідь :  $x = 3$ .

## Метод логарифмування

Приклад: Розв'яжіть рівняння  $x^{\lg x} = 100x$ . ОДЗ :  $x > 0$

Прологарифмуємо обидві частини рівняння ( $x > 0$ ):  $\lg x^{\lg x} = \lg 100x$

Одержимо  $\lg x \lg x = \lg 100 + \lg x$ ;  $\lg^2 x - \lg x - 2 = 0$ .

Замінемо :  $\lg x = a$ , тому  $a^2 - a - 2 = 0$ .  $a_1 = 2; a_2 = -1$ .

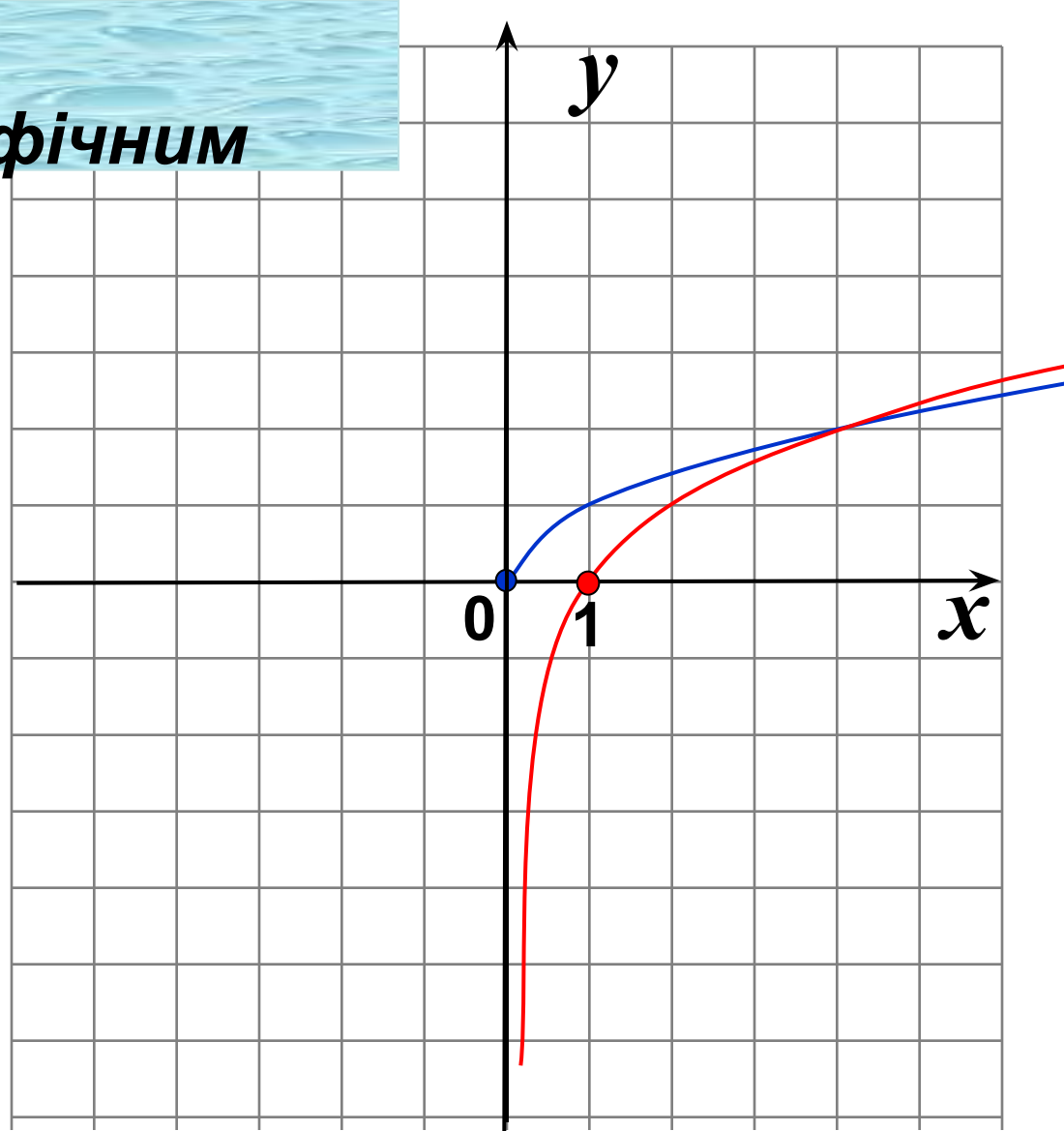
Тоді : 1)  $\lg x = 2$ ;  $x = 10^2$ ,  $x = 100$ .

2)  $\lg x = -1$ ;  $x = 10^{-1}$ ,  $x = 0,1$ .

Відповідь : 100; 0,1.

**Розв'язати рівняння  
функціонально – графічним  
методом;**

**Розв'язати  
рівняння**



$$\log_2(x + 2) - 1 = \sqrt{x + 2} - 2 \quad x = -$$

1

# Графічний метод розв'язування рівнянь

Приклад: Розв'яжіть рівняння  $\lg x = 1 - x$

Подумай!

-  
0

Подумай!

-  
1

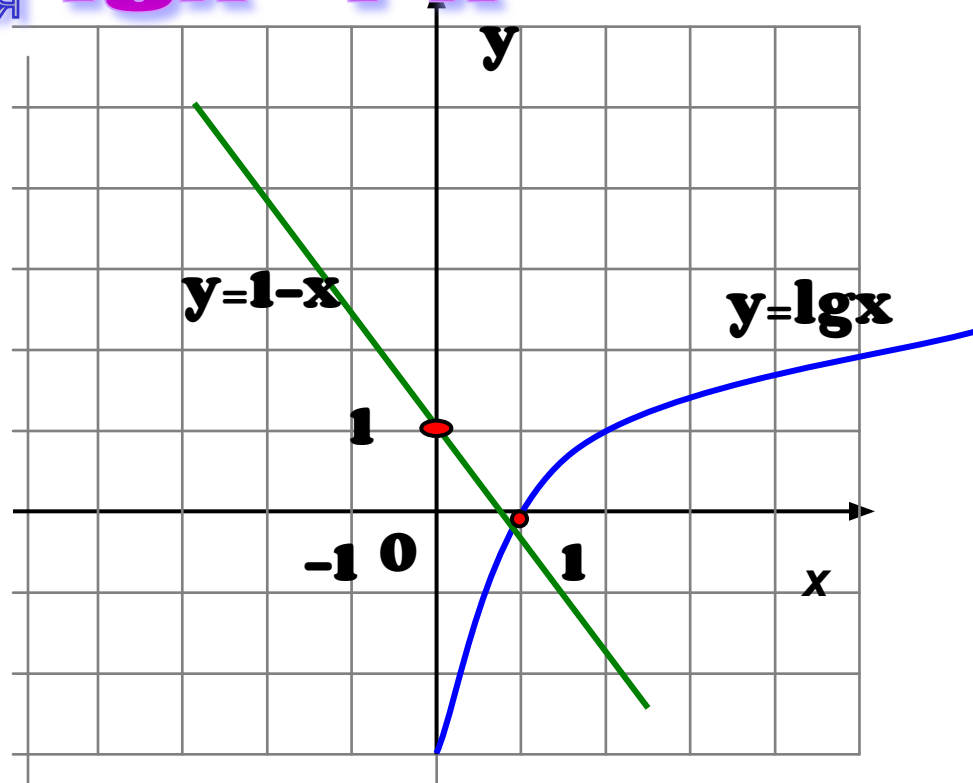
Подумай!

2

Вірно!

1

В одній і тій же системі координат будемо графіки функцій  $y = \lg x$  і  $y = 1 - x$ . Знаходимо абсцису точки перетину графіків функцій.



# Домашнє завдання:

1. Зробити конспект лекції.
- 2.

Розв'язати рівняння:

$$1) \log_3^2 x - \log_3 x - 2 = 0; \quad 2) \log_a x = \log_a 3 + \log_a 5;$$

3. Виконати індивідуальні завдання



## Самостійна робота «Визначення логарифма»

**Завдання:** Знайти значення  $x$

	<b>Варіант №1</b>	<b>Варіанти відповідей</b>			
1)	$\log_x 2 \sqrt[3]{2} = -6$	а) $2^{\frac{2}{9}}$	б) $2^{-8}$	в) $2^{-\frac{2}{9}}$	г) $2^{-\frac{2}{3}}$
2)	$\log_{2\sqrt[5]{2}} \left(\frac{1}{8}\right) = x$	а) 15	б) -2,5	в) -15	г) 2,5
3)	$\log_{3\sqrt[3]{3}} x = -2,25$	а) $3^{-\frac{16}{27}}$	б) $-3^{-3}$	в) $3^{-\frac{3}{4}}$	г) $3^{-3}$
4)	$x = 7^{1 + \log_7 5}$	а) 12	б) 35	в) 5	г) $\frac{7}{5}$
5)	$x = 5^{-\frac{1}{3} \log_5 8}$	а) $\frac{1}{2}$	б) 2	в) $-\frac{1}{2}$	г) 8
6)	$x = 2^{3 - \log_2 6}$	а) 2	б) 48	в) $\frac{3}{4}$	г) $\frac{4}{3}$
7)	$x = \log_a \frac{a \cdot \sqrt[3]{a\sqrt{a}}}{\sqrt[6]{a}}$	а) $-\frac{7}{6}$	б) $\frac{3}{4}$	в) $\frac{4}{3}$	г) $\frac{6}{7}$
8)	$\log_{(x-2)} 9 = 2$	а) 5	б) -1 і 5	в) $1 + \sqrt{6}$	г) -1



**Завдання: Знайти значення  $x$** **Варіант №2****Варіанти відповідей**

1)	$\log_x 2\sqrt{2} = \frac{3}{4}$	а) $2^{\frac{1}{2}}$	б) $2^2$	в) $2^{\frac{9}{8}}$	г) $-2^2$
2)	$\log_5 \sqrt[3]{5} x = 1,5$	а) $\frac{1}{5}$	б) $\frac{1}{25}$	в) 25	г) $5^{-\frac{8}{9}}$
3)	$\log_4 \sqrt[4]{4} 2^{-6} = x$	а) $\frac{12}{5}$	б) $-\frac{5}{12}$	в) $\frac{5}{12}$	г) $-\frac{12}{5}$
4)	$x = 4^{2 + \log_4 3}$	а) $\frac{16}{3}$	б) 19	в) 11	г) 48
5)	$x = 27^{\frac{1}{3} - \log_{27} 5}$	а) $\frac{3}{5}$	б) 15	в) -2	г) $-\frac{3}{5}$
6)	$x = 5^{-2 \log_5 3}$	а) 9	б) $\frac{5}{9}$	в) $\frac{1}{9}$	г) $\frac{1}{25}$
7)	$x = \log_a \frac{a\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{\sqrt{a}}}$	а) 0	б) 2	в) 1	г) $\frac{5}{3}$
8)	$\log_{(x-3)} 4 = 2$	а) 5 і 1	б) 5	в) 19	г) 1

**Завдання: Знайти значення  $x$** 

	<b>Варіант №3</b>	<b>Варіанти відповідей</b>			
1)	$\log_x \sqrt[5]{2} = -\frac{3}{5}$	а) $2^{-\frac{1}{3}}$	б) $2^{-\frac{3}{25}}$	в) $2^{\frac{1}{3}}$	г) $2^{\frac{3}{25}}$
2)	$\log_3 \sqrt[3]{3} (3\sqrt[3]{9}) = x$	а) 2	б) $\frac{4}{5}$	в) $\frac{5}{4}$	г) -2
3)	$\log_{4\sqrt{2}} x = -0,2$	а) $2^{\frac{1}{2}}$	б) $2^{-\frac{25}{2}}$	в) $2^{\frac{25}{2}}$	г) $2^{-\frac{1}{2}}$
4)	$x = 5^{2-\log_5 3}$	а) 22	б) $\frac{25}{3}$	в) $\frac{10}{3}$	г) 7
5)	$x = 2^{-\frac{1}{3}\log_2 27}$	а) 3	б) $\frac{1}{3}$	в) $-\frac{1}{3}$	г) -3
6)	$x = 3^{1+\log_3 7}$	а) 21	б) 10	в) $\frac{3}{7}$	г) -21
7)	$x = \log_a \frac{a\sqrt{a\sqrt{a}}}{\sqrt[3]{a\sqrt{a}}}$	а) $\frac{9}{4}$	б) $\frac{27}{12}$	в) $\frac{5}{4}$	г) $\frac{7}{6}$
8)	$\log_{(x+2)} 25 = 2$	а) 3 і -7	б) -7	в) -3 і 7	г) 3

**Завдання: Знайти значення  $x$** 

	<b>Варіант №4</b>	<b>Варіанти відповідей</b>			
1)	$\log_x \sqrt[10]{3} = 0,1$	а) $-\frac{1}{3}$	б) -3	в) $\frac{1}{3}$	г) 3
2)	$\log_7 \sqrt[3]{49} x = 0,6$	а) -7	б) $\frac{1}{7}$	в) 7	г) $7^{-\frac{25}{9}}$
3)	$\log_{\sqrt{2}} 2 \sqrt[4]{2} = x$	а) 2,5	б) 0,4	в) $\frac{1}{2}$	г) 2
4)	$x = 3^{2+\log_3 2}$	а) 11	б) 18	в) $\frac{9}{2}$	г) $\frac{2}{9}$
5)	$x = 5^{-\frac{1}{3} \log_5 27}$	а) $-\frac{1}{3}$	б) -3	в) $\frac{1}{3}$	г) 3
6)	$x = 2^{3-\log_2 5}$	а) $\frac{8}{5}$	б) 3	в) $\frac{3}{5}$	г) 1
7)	$x = \log_a \frac{a \cdot \sqrt[4]{a} \cdot \sqrt{a}}{\sqrt[4]{\sqrt{a}}}$	а) 1	б) $\frac{15}{8}$	в) $\frac{13}{8}$	г) 13
8)	$\log_{(x-4)} 4 = 2$	а) 6	б) 2 і 6	в) 2	г) немає відповіді

**Завдання:** Знайти значення  $x$

	<b>Варіант №5</b>	<b>Варіанти відповідей</b>			
1)	$x = 2\log_{\sqrt{5}} 125 - \log_{\frac{7}{2}} \frac{7}{2}$	а) 13	б) 11	в) 15	г) 14
2)	$x = \log_{5,5} \frac{11}{2}$	а) -1	б) 1	в) $\frac{1}{2}$	г) $-\frac{1}{2}$
3)	$x = \log_9 \sqrt[3]{\frac{1}{27}}$	а) $\frac{1}{2}$	б) $\frac{3}{2}$	в) $\frac{2}{3}$	г) $-\frac{1}{2}$
4)	$x = \log_b \frac{\sqrt{b\sqrt{b}}}{\sqrt[3]{b^3\sqrt{b}}}$	а) $\frac{13}{36}$	б) $\frac{7}{36}$	в) $-\frac{1}{36}$	г) $\frac{11}{36}$
5)	$x = 125^{\frac{1}{3}\log_5 11}$	а) $\sqrt[3]{11}$	б) 11	в) $\frac{1}{\sqrt[3]{11}}$	г) $\frac{11}{3}$
6)	$x = 3^{2+\log_3 11}$	а) 13	б) $\frac{13}{3}$	в) 99	г) 20
7)	$\log_{3\sqrt{3}} x = -4$	а) $\frac{1}{759}$	б) 729	в) $\frac{1}{81}$	г) 81
8)	$\log_{(x+5)} 64 = 6$	а) 2	б) -3	в) -2	г) 7

**Завдання: Знайти значення  $x$** 

	<b>Варіант №6</b>	<b>Варіанти відповідей</b>			
1)	$x = \log_3 \sqrt[5]{9} + \log_7 \sqrt[3]{49}$	а) $\frac{16}{15}$	б) $\frac{15}{16}$	в) $\frac{1}{2}$	г) $1\frac{1}{2}$
2)	$x = \log_{2\sqrt{2}} \frac{1}{16}$	а) $-6$	б) $\frac{3}{8}$	в) $\frac{2}{3}$	г) $-\frac{8}{3}$
3)	$x = \log_{\frac{1}{10}} 10000$	а) $\frac{1}{4}$	б) $4$	в) $-4$	г) $-\frac{1}{4}$
4)	$x = \log_m \frac{m \cdot \sqrt[3]{m\sqrt{m}}}{\sqrt{m}}$	а) $\frac{1}{6}$	б) $1$	в) $\frac{1}{3}$	г) $\frac{2}{3}$
5)	$x = 4^{\log_2 150} + 2^{\log_2 10}$	а) $160$	б) $22510$	в) $610$	г) $6210$
6)	$x = (5,2)^{\log_{5,2} 11 + 4 - \log_2 16}$	а) $11$	б) $-5$	в) $\frac{1}{5}$	г) $5,2$
7)	$\log_5 \sqrt[3]{2} x = -6$	а) $\frac{5^6}{2^2}$	б) $\frac{2^2}{5^6}$	в) $\frac{1}{5^6 \cdot 2^2}$	г) $5^6 \cdot 2^2$
8)	$\log_{(x-2)} 100 = 2$	а) $\pm 8$	б) $\frac{1}{10}$	в) $12$	г) $8$

**Завдання: Знайти значення  $x$** 

	<b>Варіант №7</b>	<b>Варіанти відповідей</b>			
1)	$x = \log_5 625 + \log_{32} \frac{1}{2}$	а) -1	б) $3\frac{4}{5}$	в) $-1\frac{2}{5}$	г) $4\frac{1}{5}$
2)	$x = \log_{3\sqrt{3}} 27$	а) 2	б) 3	в) 2,5	г) 3,5
3)	$x = \log_{10} 0,001$	а) $\frac{1}{3}$	б) -3	в) $-\frac{1}{3}$	г) 3
4)	$x = \log_a \frac{a\sqrt{a} \cdot \sqrt[5]{a}}{\sqrt[3]{a^2}}$	а) $\frac{7}{15}$	б) $-\frac{3}{21}$	в) $\frac{31}{30}$	г) $\frac{11}{30}$
5)	$x = 3^{1+\log_3 15}$	а) 18	б) 16	в) $3^{16}$	г) 45
6)	$x = (3,6)^{\log_{3,6} 10 + 1}$	а) 36	б) 11	в) 46	г) $(3,6)^{11}$
7)	$\log_{2\sqrt[3]{5}} x = -6$	а) 1600	б) $\frac{1}{1600}$	в) $\frac{1}{320}$	г) 320
8)	$\log_{(x-6)} 81 = -2$	а) $6\frac{1}{9}$	б) $9\frac{1}{6}$	в) 15	г) $\frac{1}{15}$

**Завдання:** Знайти значення  $x$ 

	<b>Варіант №8</b>	<b>Варіанти відповідей</b>			
1)	$x = 3\log_{\frac{1}{3}} 81 + 2\log_{2,5} \frac{2}{5}$	а) -10	б) -14	в) 10	г) 14
2)	$x = \log_{\frac{3}{2}} 2 \frac{1}{4}$	а) 2	б) -2	в) $\frac{3}{2}$	г) $-\frac{3}{2}$
3)	$x = \log_{64} \sqrt[3]{\frac{1}{8}}$	а) $-\frac{1}{3}$	б) $\frac{1}{6}$	в) $\frac{1}{18}$	г) $-\frac{1}{6}$
4)	$x = \log_a \frac{a\sqrt{a\sqrt{a}}}{\sqrt[4]{a}}$	а) $\frac{3}{2}$	б) $\frac{2}{3}$	в) $\frac{5}{6}$	г) $\frac{3}{8}$
5)	$x = 64^{0,5\log_8 27}$	а) $\sqrt{27}$	б) $\frac{27}{2}$	в) 27	г) $\frac{1}{\sqrt{27}}$
6)	$x = 3^{1-3\log_3 2}$	а) $\frac{8}{3}$	б) $\frac{3}{8}$	в) -7	г) $\frac{1}{7}$
7)	$\log_{5\sqrt[3]{5}} x = -3$	а) $\frac{1}{5^4}$	б) 625	в) 125	г) $\frac{1}{5^3}$
8)	$\log_{(x-5)} \frac{1}{49} = 2$	а) $\frac{1}{7}$	б) $5\frac{1}{7}$	в) $6\frac{6}{7}$	г) $\frac{13}{7}$

**Завдання: Знайти значення  $x$** 

	<b>Варіант №9</b>	<b>Варіанти відповідей</b>			
1)	$x = \log_5 \sqrt{5\sqrt{5}}$	а) 1	б) -1	в) $\frac{4}{3}$	г) $\frac{3}{4}$
2)	$x = \lg \lg 10$	а) 0	б) 1	в) -1	г) 2
3)	$x = \sqrt[6]{60 + \log_3 81}$	а) 4	б) -2	в) 6	г) 2
4)	$x = \frac{\log_3 \log_2 8}{\log_2 \log_3 9}$	а) 1	б) -1	в) 3	г) -3
5)	$x = \lg \frac{10\sqrt{10}}{0,01}$	а) -1,5	б) -2	в) 3,5	г) -3,5
6)	$x = \log_3 \frac{27 \cdot \sqrt{3} \cdot 2}{\sqrt{12}}$	а) -3	б) 3	в) 9	г) -9
7)	$\log_{(x-19)} 36 = 2$	а) 19	б) 21	в) 25	г) 45
8)	$\log_2(x^2 - 1) = 3$	а) -8;8	б) -1;1	в) -3;3	г) -4;4



**Завдання:** Знайти значення  $x$

	<b>Варіант №10</b>	<b>Варіанти відповідей</b>			
1)	$x = \log_5 \sqrt{0,2}$	а) -0,5	б) 1	в) 0,5	г) -1
2)	$x = (\log_3 \log_2 \log_2 4) + \frac{1}{2}$	а) $2\frac{1}{2}$	б) 3	в) $-\frac{1}{2}$	г) $\frac{1}{2}$
3)	$x = \left( \frac{2^0}{\log_{\sqrt{3}} 27} \right)^{-1}$	а) $\frac{2}{3}$	б) $\frac{3}{2}$	в) $\frac{1}{6}$	г) 6
4)	$x = \sqrt[5]{32 \lg 0,1}$	а) 1	б) -2	в) $\frac{1}{2}$	г) $-\frac{1}{2}$
5)	$\log_9(16x - 79) = 2$	а) -10	б) 10	в) 4	г) -4
6)	$\lg(x^3 + 73) = 2$	а) 3	б) -3	в) $\frac{1}{3}$	г) $-\frac{1}{3}$
7)	$\log_2(x^2 + 3x) = 2$	а) 1;-4	б) 4;1	в) -1;4	г) 1;3
8)	$\log_{x^2+4} 4 = 1$	а) $\pm 2$	б) $\pm 1$	в) 0	г) $\pm \sqrt{8}$