Занятие. «Основы теории надежности»

1. Основные понятия и определения.
2. Вероятность события.
3. Случайные величины.
4. Нормальное распределение.
5. Определение параметров распределения.
6. Интервальные оценки параметров.
7. Показатели надежности.
8. Распределения, используемые в теории надежности

Вопросы входного контроля

1. Дайте определение теории надежности.
2. Что называется функцией распределения случайной величины?
3. Какие показатели характеризуют долговечность работы оборудования?
4. Какие показатели характеризуют безотказность работы оборудования?
5. Какие показатели характеризуют ремонтопригодность оборудования?
6. Какие распределения случайной величины, используются в теории надежности?

Основные понятия и определения

***Теория надежности* –**
Наука о закономерностях возникновения отказов объектов и методов их прогнозирования, способах повышения надежности изделий при конструировании, изготовлении и эксплуатации.

***Надежность* –**
свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, ремонтов, хранения и транспортировки.

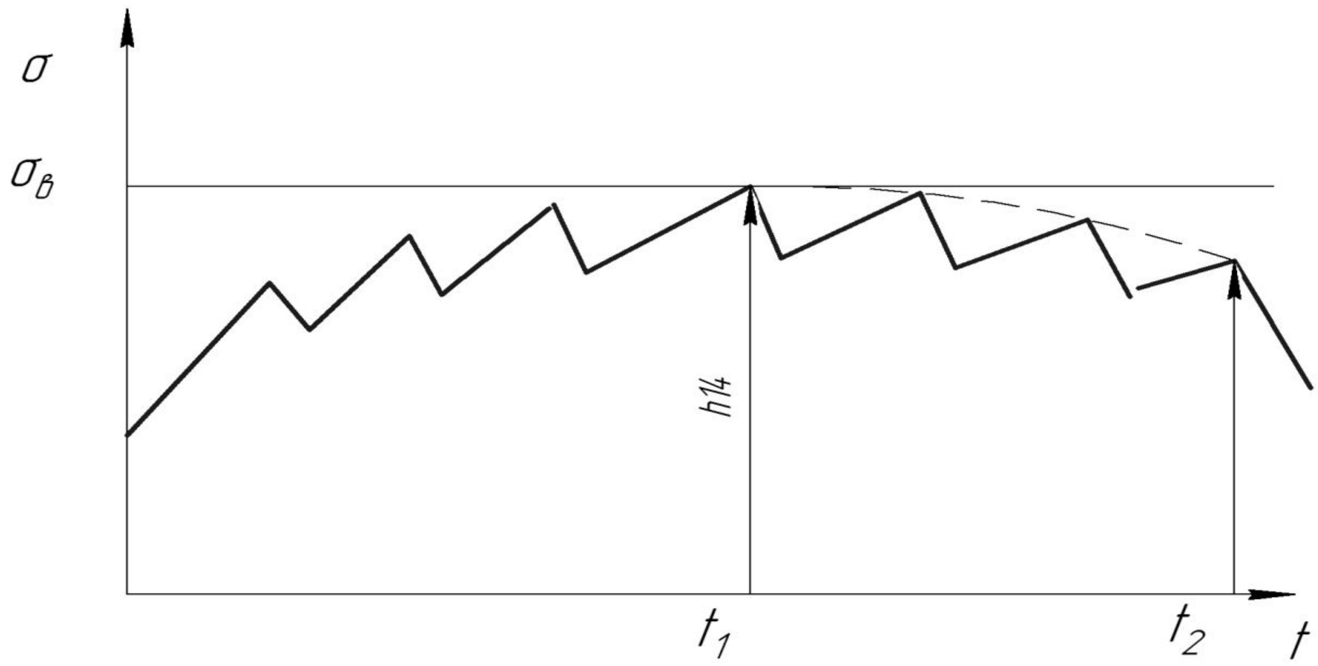
***Безотказность* –**
свойство объекта сохранять работоспособность в течение некоторого времени или некоторой наработки.

***Долговечность* –**
свойство объекта сохранять работоспособность до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонтов.

***Ремонтопригодность* –**
свойство объекта, заключающееся в приспособленности к предупреждению и обнаружению причин возникновения отказов и повреждений, а также поддержанию и восстановлению работоспособного состояния объекта путем проведения технического обслуживания и ремонтов.

Основные понятия и определения (продолжение)

Схема появления внезапных и постепенных отказов

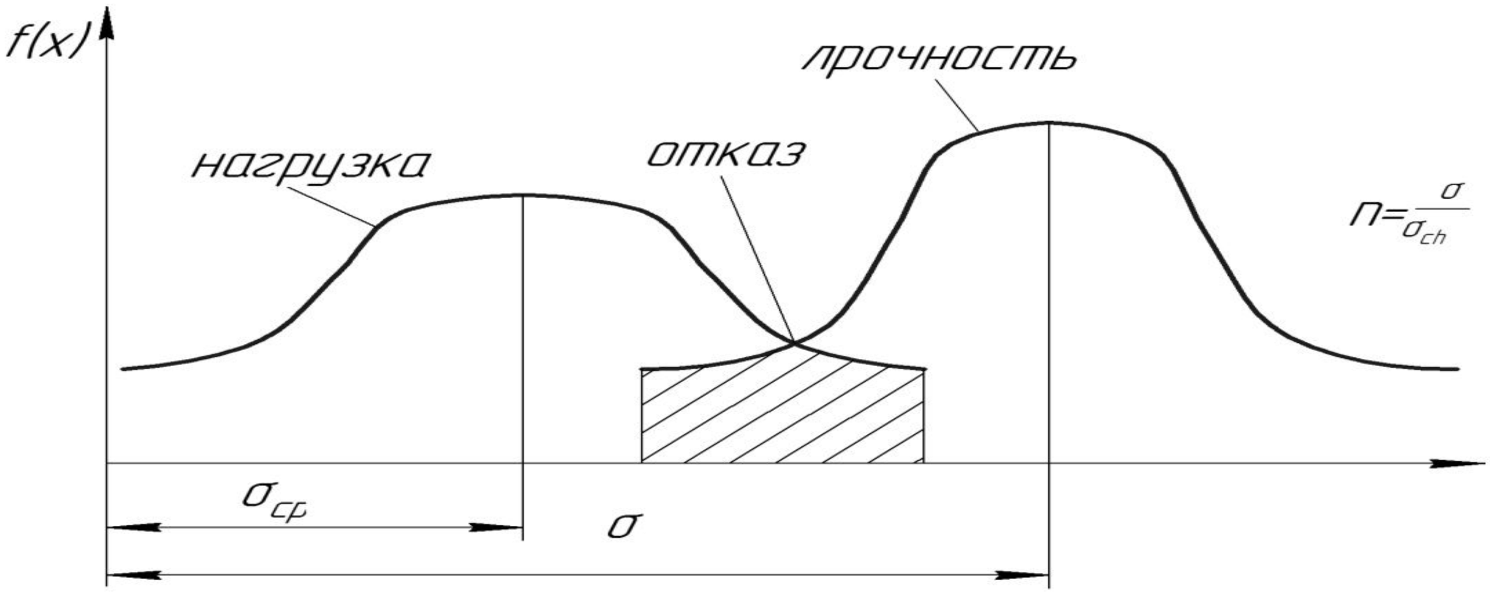


t_1 - момент времени внезапного отказа, связанного с перегрузкой.

t_2 - момент времени постепенного отказа, обусловленного снижением прочностных свойств.

Основные понятия и определения (продолжение)

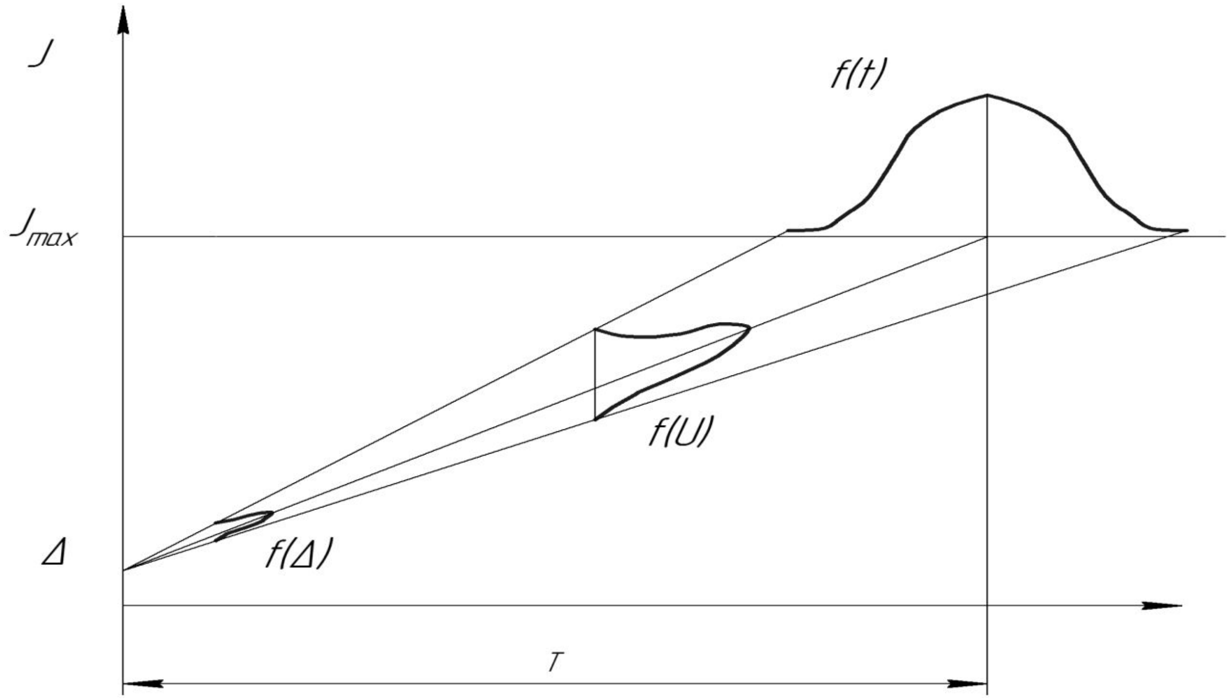
Схема появления отказа при разбросе значений нагрузки и прочностных свойств деталей



Зона внезапных отказов при расчетном коэффициенте запаса прочности (на рисунке заштрихована)

Основные понятия и определения (продолжение)

Схема возникновения постепенных (износовых) отказов



Δ - исходный зазор в соединении,

J_{max} - максимально допустимая величина износа (отказ),

$f(\Delta)$ - плотность распределения зазора в соединении,

T - время работы до отказа.

Основные понятия и определения (продолжение)

Виды технических состояний

- исправное – неисправное
- работоспособное – неработоспособное
- правильное функционирование – неправильное
- предельное.

Виды дефектов

- *дефект* - любое несоответствие продукции установленным требованиям; при рассмотрении вопросов надежности дефект - переход оборудования из исправного состояния в неисправное состояния (работоспособное, неработоспособное, предельное);
- *повреждение* – дефект, который не приводит к потере работоспособности оборудования;
- *отказ* – дефект, который приводит к нарушению работоспособного состояния объекта;
- *сбой* - самоустраняющийся отказ или однократный отказ, устраняемый незначительным вмешательством оператора.

Основные разновидности ремонтов (продолжение)

Переходы видов технического состояния в зависимости от дефектов и видов ТОиР

Техническое состояние	Дефект			Вид технического обслуживания и ремонта		
	Повреждение	Отказ	Неустранимый	Поддержание	Текущий ремонт	Капитальный ремонт
Исправное						
Работоспособное						
Неработоспособное						
Предельное						

Вероятность события

Теорема сложения вероятностей

- для несовместных событий

$$P\left(\sum_{i=1}^{m} A_i\right) = \sum_{i=1}^{m} P(A_i)$$

- для совместных событий

$$P\left(\sum_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{m} P(A_i) - \sum_{i,j} P(A_i A_j) + \sum_{i,j,k} P(A_i A_j A_k) + \cdots + (-1)^{m-1} P(A_1 A_2 \ldots A_n)$$

Теорема умножения вероятностей

- для зависимых событий

$$P(A_1A_2...A_m) = P(A_1)\times P(A_2|A_1)\times P(A_3|A_1A_2)\times\ldots\times P(A_m|A_1A_2\ldots A_{m-1})$$

- для независимых событий

$$P(A_1 A_2 \ldots A_m) = P(A_1) \times P(A_2) \times \ldots \times P(A_m) = \prod_{i=1}^{m} P(A_i)$$

ИНОБР МИСиС ИНСТИТУТ НЕПРЕРЫВНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Случайные величины

Случайная величина –
величина, которая в результате опыта может принять одно из возможных значений, заранее неизвестное и зависящее от случайных причин.

Дискретная случайная величина -

величина, которая может принимать конечное или бесконечное счетное множество значений.

Непрерывная случайная величина –

величина, которая может принимать все значения из некоторого конечного или бесконечного промежутка числовой оси.

Закон распределения случайной величины –

всякое соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями.

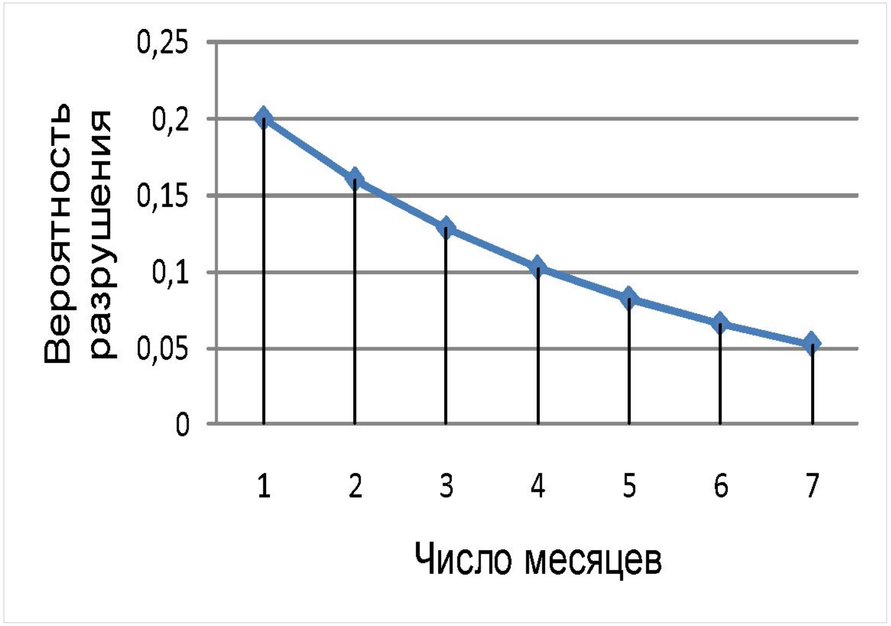
Функция распределения F(x) -

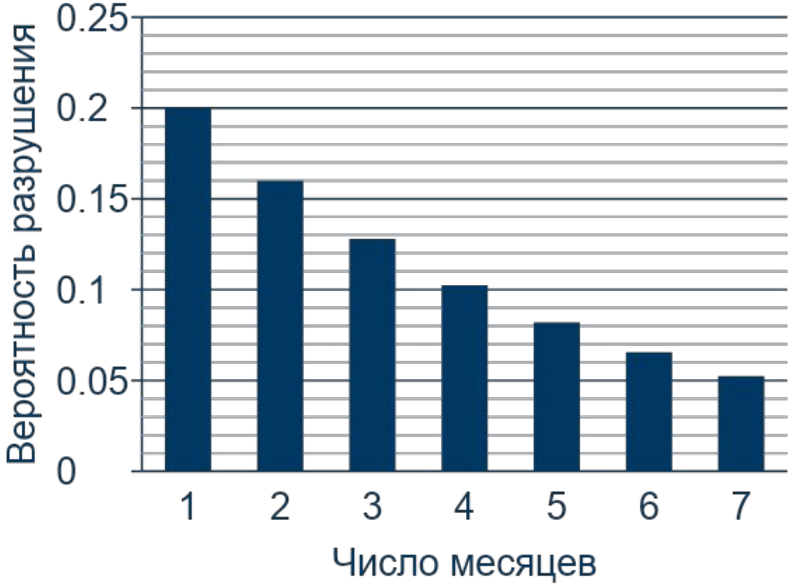
вероятность обнаружить значение $X < x$, где x – некоторая текущая переменная, т.е.

$$F(x) = P(X < x).$$

Случайные величины (продолжение)

Графическая форма задания закона распределения вероятности разрушения плиты в зависимости от числа месяцев работы в виде многоугольника (слева) и гистограммы (справа).





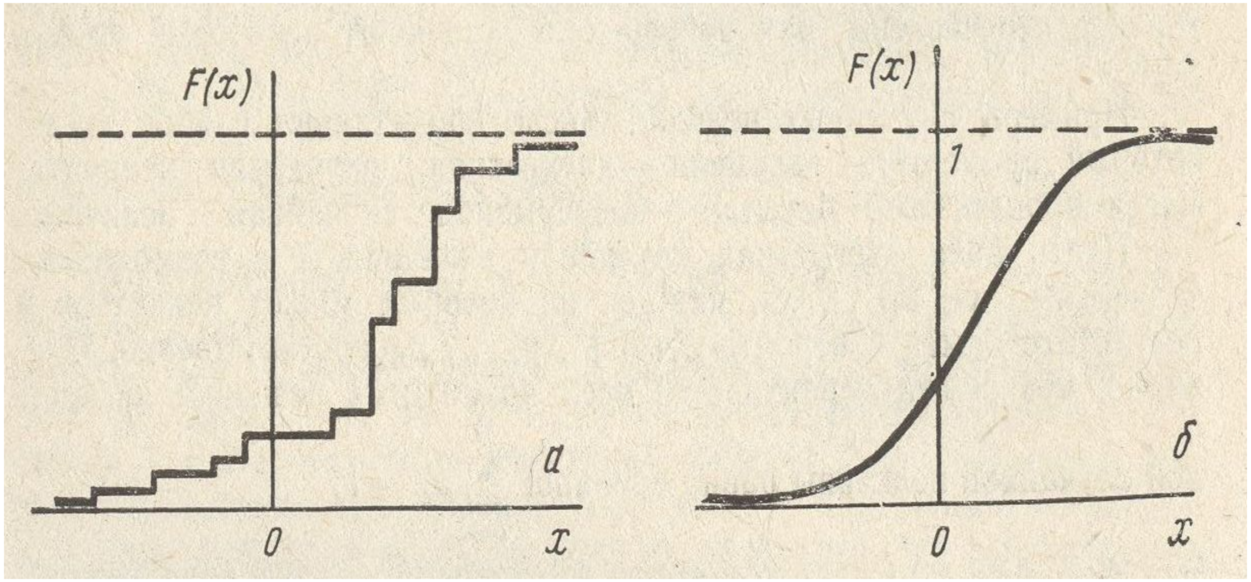
Случайные величины (продолжение)

Функция распределения F(x) –

вероятность обнаружить значение $X < x$, где x – некоторая текущая переменная, т.е. $F(x) < P(X < x)$.

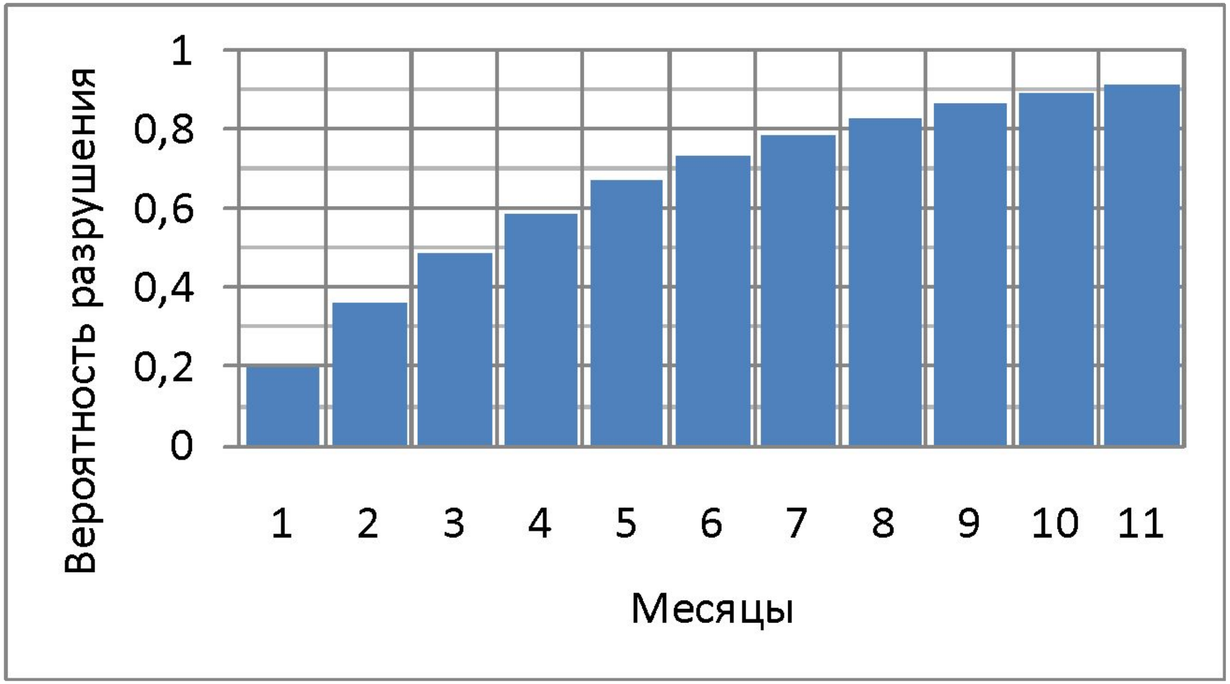
Функция распределения $F(x)$ является неубывающей функцией своего аргумента, т.е. $F(x_2) > F(x_1)$ при $x_2 > x_1$. При этом $F(-\infty) = 0$ и $F(+\infty) = 1$.

Функция распределения для дискретной (а) и непрерывной (б) случайной величины X.



Случайные величины (продолжение)

Эмпирическая функция распределения числа месяцев работы распорной плиты щековой дробилки



$$P_n(X) = 1 - q^n$$

Исходные данные: в течение 1-го месяца эксплуатации распорной плиты вероятность её разрушения $p = 0{,}2$;
вероятность её неразрушения $q = 1 - p = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$.

Случайные величины (продолжение)

Плотность распределения непрерывной случайной величины X

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} = F'(x)$$

Вероятность того, что значения случайной величины X будет лежать в интервале между x_1 и x_2, равна

$$P(x_1 \le X \le x_2) = F(x_2) - F(x_1) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)\,dx$$

Вероятность обнаружить величину X во всем интервале -∞ ≤ X ≤ +∞, очевидно равна 1, так как это достоверное событие, и поэтому площадь под кривой распределения равна 1, т.е.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$$

ИНОБР
МИСиС ИНСТИТУТ НЕПРЕРЫВНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Случайные величины (продолжение)

Среднее арифметическое значение случайной величины X

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^{m} \frac{x_i \cdot n_i}{n}$$

n - число опытов (наблюдений);
x_i - значение случайной величины X;
n_i - число опытов, в которых появлялась величина x_i;
m – число групп с одинаковым значением x_i.

Математическое ожидание (среднее значение) случайной величины X

$$M[X] = \sum_{i=1}^{m} x_i \cdot P_i$$

x_i - значение случайной величины X;
P_i - вероятность появление величины x_i;
m – число групп с одинаковым значением x_i.

Для непрерывного распределения случайной величины X

$$M[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f(x) \cdot dx$$

f(x) - плотность распределения X.

Случайные величины (продолжение)

Дисперсия D[X] –

математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от её математического ожидания.

- для дискретной случайной величины

$$D[X] = \sum_{i=1}^{m}(x_i - M[X])^2 P_i = \sum_{i=1}^{m}(x_i)^2 P_i - M^2[X]$$

- для непрерывной случайной величины

$$D[X] = \int_{-\infty}^{+\infty}(x - M[X])^2 f(x)dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx - M^2[X]$$

Среднеквадратичное отклонение (стандарт)

$$\sigma = \sqrt{D[X]}$$

ИНОБР
МИСиС ИНСТИТУТ НЕПРЕРЫВНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Показатели надежности

Единичные показатели надежности **характеризуют одно из свойств, составляющих надежность объекта.**

А. Показатели безотказности:

- \- вероятность безотказной работы $P(T)$;
- \- вероятность отказа Q(T) ;
- \- интенсивность отказов λ(T);
- \- параметр потока отказов ω(T) ;
- \- средняя наработка до отказа T ;
- \- гамма-процентная наработка до отказа, $T\gamma$
  (это наработка до любого заданного значения γ в % вероятности безотказной работы)

Безотказная работа и отказ – взаимно противоположные события

.

$$P(t) + Q(t) = 1$$

Показатели надежности

Б. Показатели долговечности:

- **-** средний ресурс T_p;
- - гамма-процентный ресурс T_γ;
- - средний срок службы $T_{сл}$;
- - гамма-процентный срок службы T_γ.

.

В. Показатели ремонтопригодности:

- - вероятность восстановления $P(T_в)$;
- - среднее время восстановления $T_в$;
- - средняя трудоемкость восстановления $Q_в$.

Показатели надежности

Комплексные показатели надежности одновременно характеризуют несколько свойств, составляющих надежность объекта.

- коэффициент готовности $К_г$;
- \- коэффициент оперативной готовности $К_{ог}$;
- \- коэффициент технического использования $К_{ти}$.

Коэффициент готовности $К_г$ – вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени кроме периодов, в которых эксплуатация не предусматривается.

ИНОБР МИСиС ИНСТИТУТ НЕПРЕРЫВНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Распределения, используемые в теории надежности

Распределения и области их применения

- *Экспоненциальное распределение* применяют для начального периода эксплуатации, когда надежность оборудования характеризуется внезапными отказами, вызванных неблагоприятным стечением многих обстоятельств и имеющих постоянную интенсивность независимо от возраста изделия.
- *Нормальное распределение* описывает постепенные отказы, которые характерны для нормального периода эксплуатации и определяются процессами изнашивания.
- *Логарифмическое нормальное распределение* описывает наработки до отказа вследствие развития усталости и представляет собой логарифм случайной величины распределенной по нормальному закону.
- *Распределение Вейбулла* является наиболее приемлемым для элементов, подверженным как внезапным, так и постепенным отказам.

ИНОБР
МИСиС ИНСТИТУТ НЕПРЕРЫВНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Распределения, используемые …(продолжение)

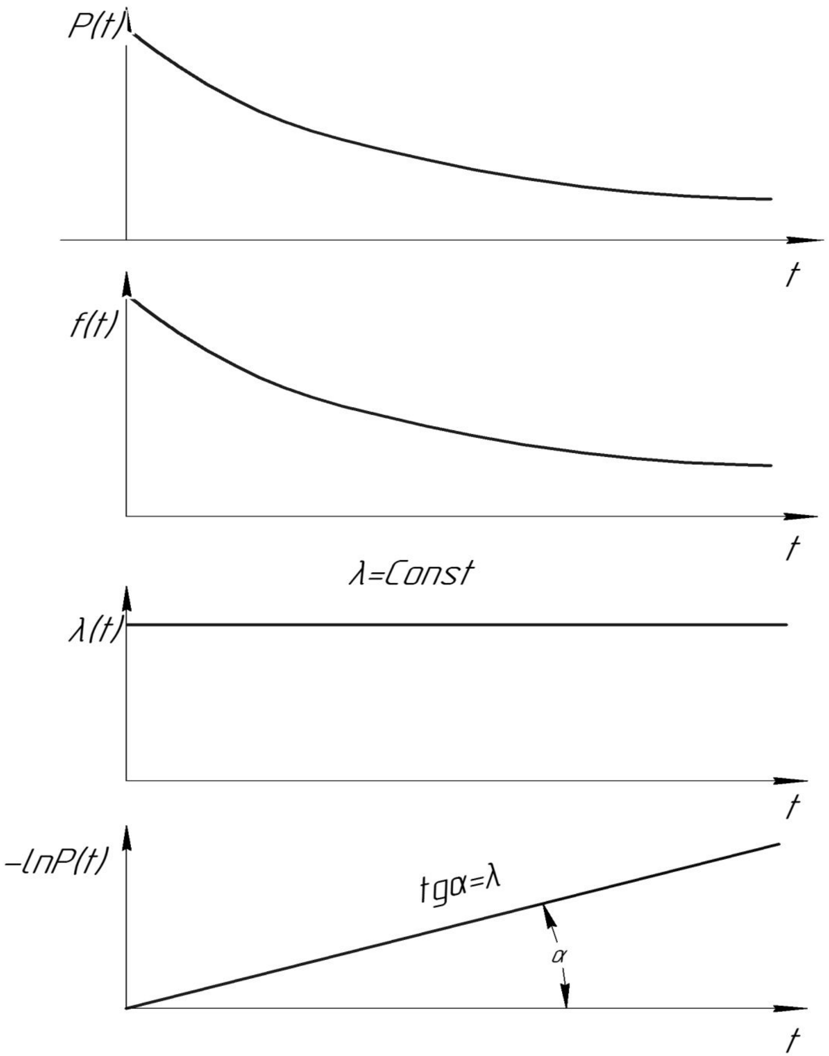
Экспоненциальный (показательный) закон

- Вероятность безотказной работы - $P(t) = e^{-\lambda t}$
- Интенсивность отказов $\lambda(t) = \lambda = Const$
- Плотность вероятности отказов $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$
- Средняя наработка на отказ $T(\xi) = 1/\lambda$
- Дисперсия средней наработки на отказ $D(\xi) = 1/(\lambda \cdot \lambda)$
- Среднее квадратичное отклонение $\sigma(\xi) = 1/\lambda$
- Коэффициент вариации $v = \sigma(\xi) / T(\xi) = 1.$

Главное достоинство экспоненциального закона распределения является его простота – оно зависит только от ***одного параметра***.

ИНОБР
МИСиС ИНСТИТУТ НЕПРЕРЫВНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Распределения, используемые …(продолжение)



Экспоненциальное распределение

а – вероятность безотказной работы,

б – плотность вероятности отказа,

в – интенсивность отказов,

г – логарифм вероятности безотказной работы.

Распределения, используемые …(продолжение)

Нормальный закон распределения

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-M_t)^2}{2\sigma^2}}$$ - плотность распределения.

$$M_t \approx \overline{T} = \frac{1}{N}\sum t_i$$ - математическое ожидание, средняя наработка.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum\left(t_i - \overline{T}\right)^2}$$ - среднее квадратичное отклонение .

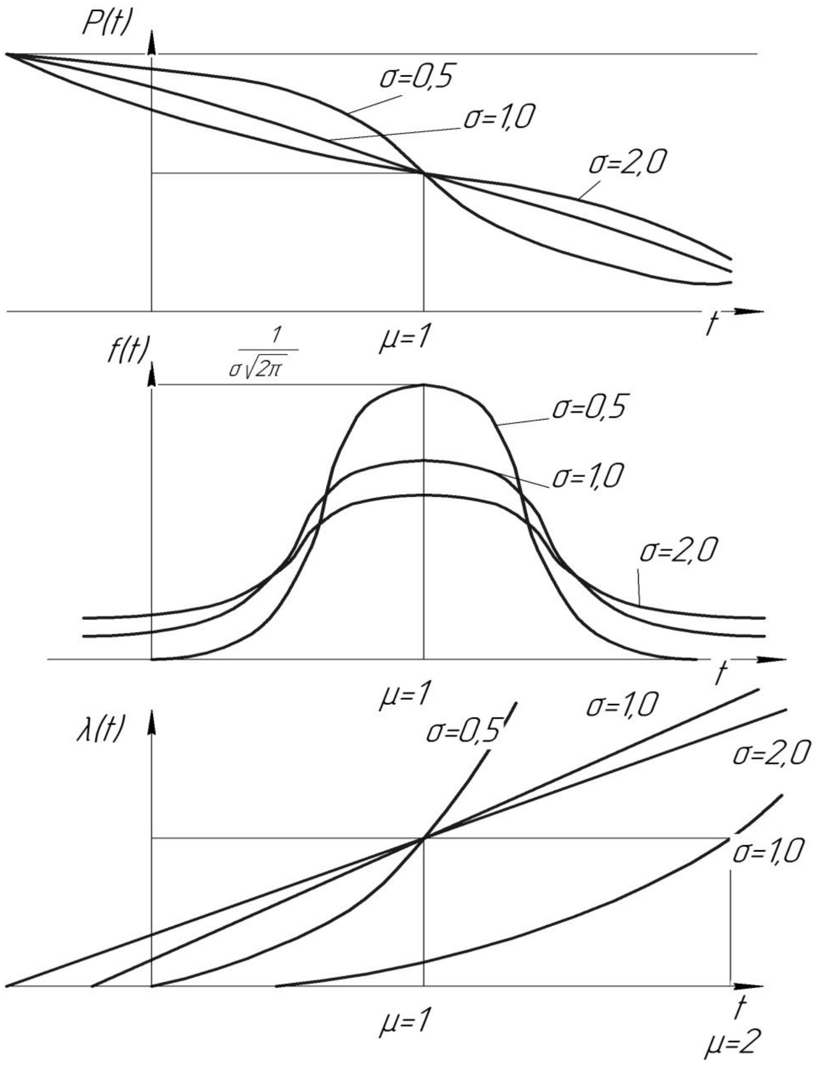
$$f_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$ - нормированная плотность распределения.

$$x = u_p = \frac{t - M_t}{\sigma}$$ - квантиль нормированного распределения.

$$\lambda(t) = \frac{u_p}{\sigma P(t)}$$ - интенсивность отказов.

ИНОБР
МИСиС ИНСТИТУТ НЕПРЕРЫВНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Распределения, используемые …(продолжение)



Нормальное распределение

$$P(t) = 0{,}5 - \Phi\left(\frac{t - M_t}{\sigma}\right)$$

а – вероятность безотказной работы,

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-M_t)^2}{2\sigma^2}}$$

б – плотность вероятности отказа,

$$\lambda(t) = \frac{u_p}{\sigma P(t)}$$

в – интенсивность отказов.

ИНОБР МИСиС ИНСТИТУТ НЕПРЕРЫВНОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Распределения, используемые …(продолжение)

Функция Лапласа $$\Phi(x) = \int_0^x f_0(x)dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-\frac{x^2}{2}}dx$$

$\Phi(0) = 0$;

$\Phi(\pm\infty) = 0{,}5$;

$\Phi(-x) = -\Phi(x)$

Вероятность отказов *Q(t)* и вероятность безотказной работы *P(t)*

$$Q(t) = 0{,}5 + \Phi\left(\frac{t - M_t}{\sigma}\right) \qquad P(t) = 0{,}5 - \Phi\left(\frac{t - M_t}{\sigma}\right)$$

Усеченный слева нормальный закон распределения

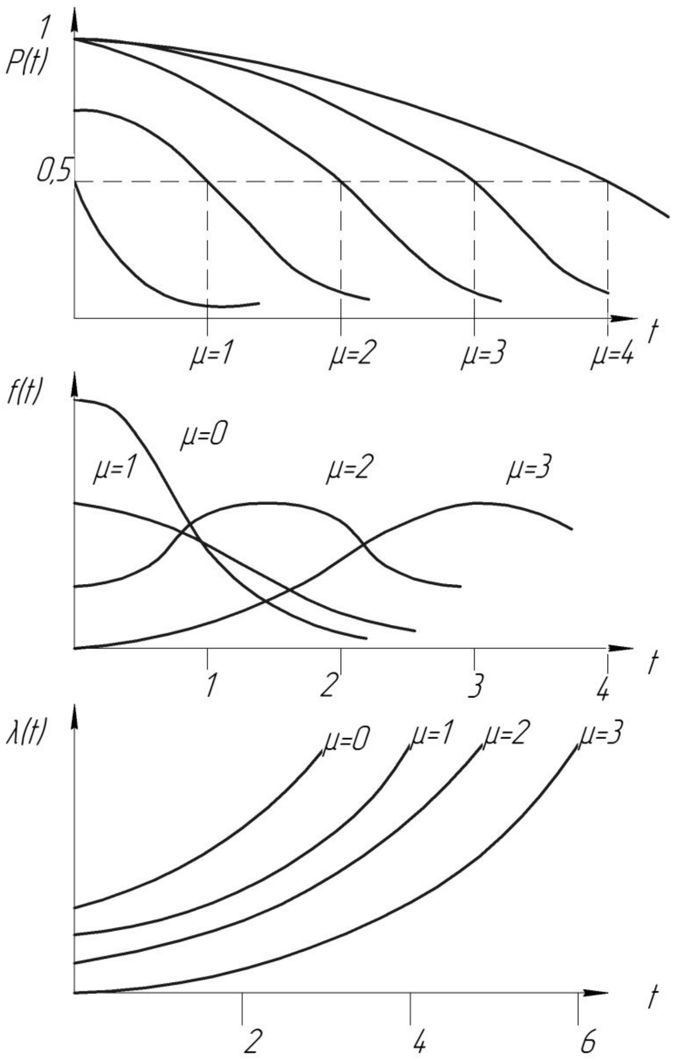
Плотность вероятности отказа $$f(t) = \frac{C}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(t-M_t)^2}{2\sigma^2}} \qquad C = \left[1 - \Phi\left(-\frac{M_t}{\sigma}\right)\right]$$

$$P(t) = C\left[0{,}5 - \Phi\left(\frac{t - M_t}{\sigma}\right)\right]$$

При $M_t/\sigma > 2$, коэффициент $C \cong 1$.

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi} \cdot \left[0{,}5 - \Phi\left(\frac{t - M_t}{\sigma}\right)\right]} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t - M_t}{\sigma}\right)^2}$$

Распределения, используемые …(продолжение)



Усеченный слева нормальный закон распределения

$$P(t) = C\left[0{,}5 - \Phi\left(\frac{t - M_t}{\sigma}\right)\right]$$

а – вероятность безотказной работы,

$$f(t) = \frac{C}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-M_t)^2}{2\sigma^2}}$$

б – плотность вероятности отказа,

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi} \cdot \left[0{,}5 - \Phi\left(\frac{t - M_t}{\sigma}\right)\right]} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t - M_t}{\sigma}\right)^2}$$

в – интенсивность отказов.

Распределения, используемые …(продолжение)

Логарифмическое нормальное распределение

Плотность распределения $$f(t)=\frac{1}{\sigma t\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(\ln t-m)^2}{2\sigma^2}}$$

Вероятность безотказной работы $$P(t)=0{,}5-\Phi\left(\frac{\ln t-m}{\sigma}\right)$$

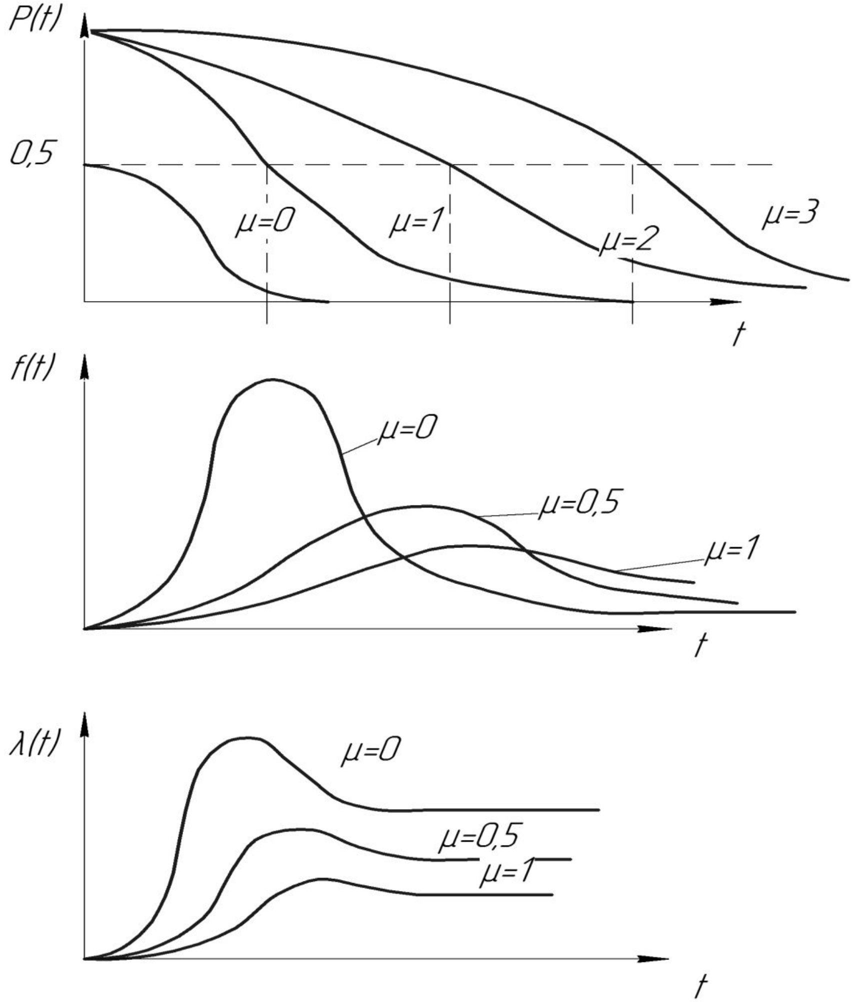
Интенсивность отказов $$\lambda(t)=\frac{\varphi\left(\frac{\ln t-m}{\sigma}\right)}{t\sigma P(t)}$$

Функции $\Phi\left(\frac{\ln t-m}{\sigma}\right)$ и $\varphi\left(\frac{\ln t-m}{\sigma}\right)$ определяются по таблицам для

нормального распределения в зависимости от квантиля $$u_p=\frac{(\ln t-m)}{\sigma}$$

σ и *m* - параметры распределения.

Распределения, используемые …(продолжение)



Логарифмическое нормальное распределение

$$P(t)=0{,}5-\Phi\left(\frac{\ln t-m}{\sigma}\right)$$

а – вероятность безотказной работы,

$$f(t)=\frac{1}{\sigma t\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(\ln t-m)^2}{2\sigma^2}}$$

б – плотность вероятности отказа,

$$\lambda(t)=\frac{\varphi\left(\frac{\ln t-m}{\sigma}\right)}{t\sigma P(t)}$$

в – интенсивность отказов.

Распределения, используемые …(продолжение)

Распределение Вейбулла

Плотность распределения $$f(t)=\frac{b}{a}\left(\frac{t}{a}\right)^{b-1}e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^{b}}$$

Вероятность безотказной работы $$P(t)=e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^{b}}$$

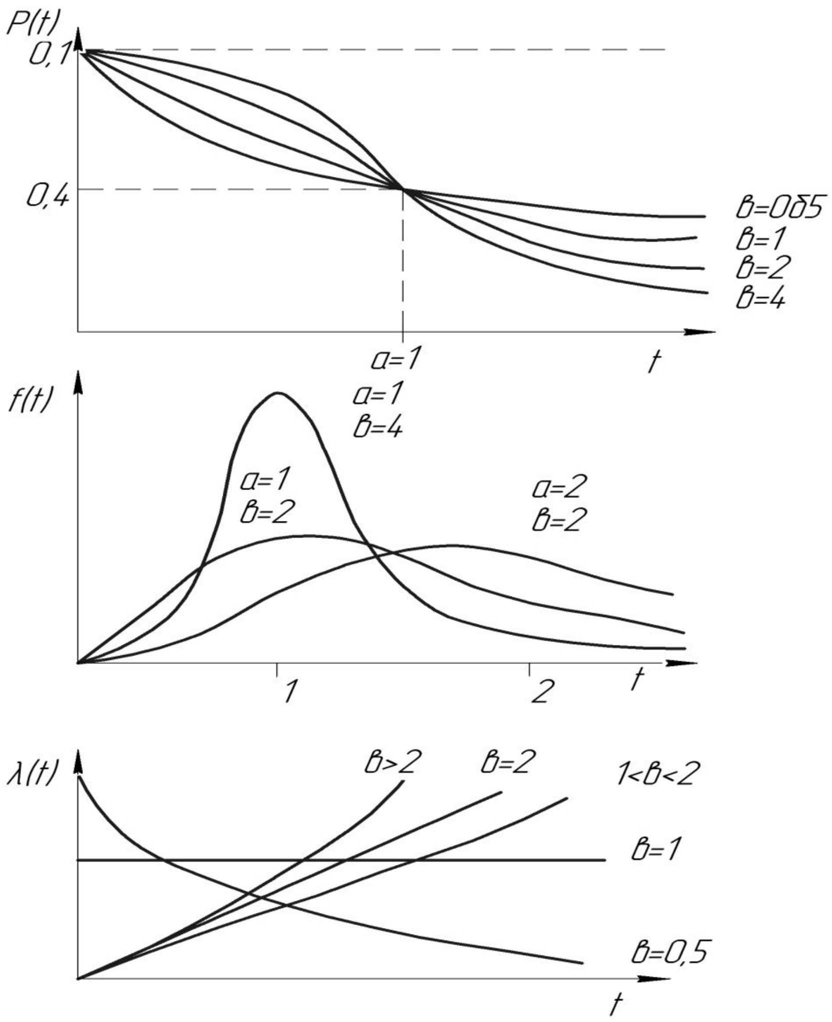
Интенсивность отказов $$\lambda(t)=\frac{b}{a}\left(\frac{t}{a}\right)^{b-1}$$

Средняя наработка $$\overline{T}=a\cdot\Gamma\left(1+\frac{1}{b}\right)$$

Дисперсия $$D=a^{2}\left[\Gamma\left(1+\frac{2}{b}\right)-\Gamma^{2}\left(1+\frac{1}{b}\right)\right]$$

Здесь b - параметр формы, a - ресурсная характеристика,
Г(…) - гамма-функция (определяется по таблицам).

Распределения, используемые …(продолжение)



Распределение Вейбулла

$$P(t) = e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^{b}}$$

а – вероятность безотказной работы,

$$f(t) = \frac{b}{a}\left(\frac{t}{a}\right)^{b-1} e^{-\left(\frac{t}{a}\right)^{b}}$$

б – плотность вероятности отказа,

$$\lambda(t) = \frac{b}{a}\left(\frac{t}{a}\right)^{b-1}$$

в – интенсивность отказов.

Нормальное распределение

Нормальное (гауссовское) распределение

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2 \cdot \sigma^2}} \qquad F(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(x-a)^2}{2 \cdot \sigma^2}} dx$$

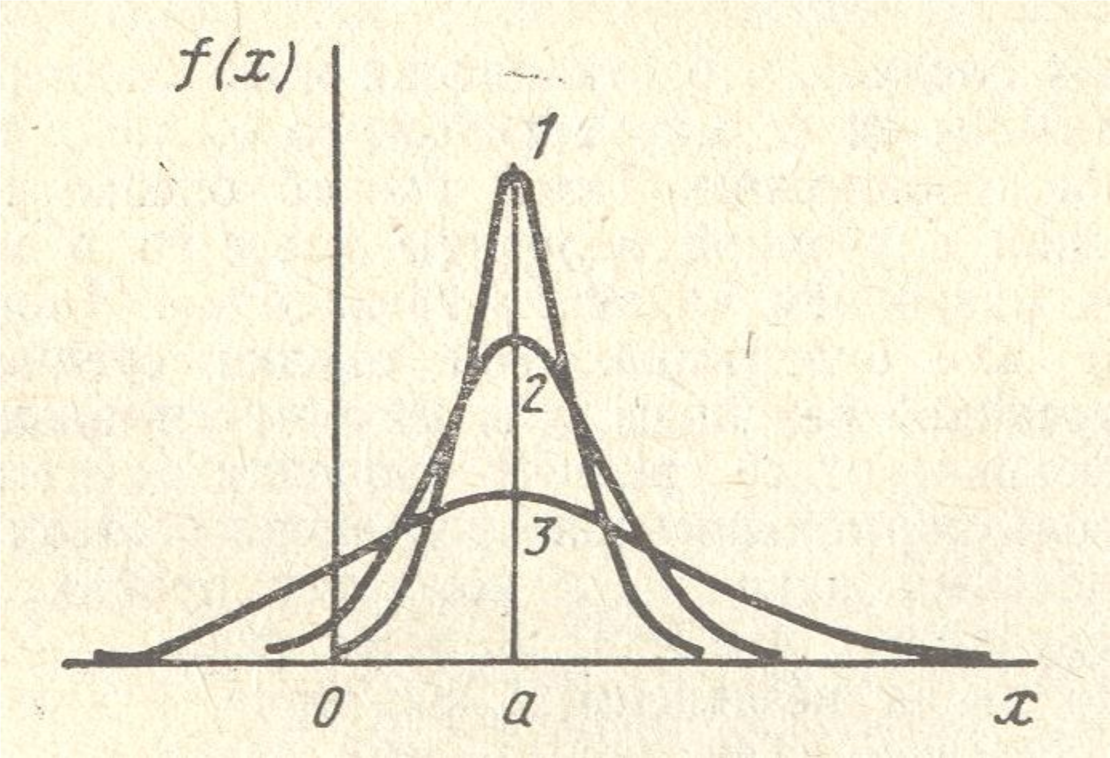


График плотности вероятности для нормального закона распределения

$\sigma = 0{,}5 \cdot a$ (кривая 1),

$\sigma = a$ (кривая 2),

$\sigma = 2 \cdot a$ (кривая 3).

Нормальное распределение (продолжение)

Стандартный вид плотности вероятности и функции распределения при нормальном законе

$$f(u) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} \qquad F(u) = \int_{-\infty}^{u} f(u) \cdot du = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \int_{-\infty}^{u} e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

Функция Лапласа

$$\Phi(u) = F(u) - F(0) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \int_{0}^{u} e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

u = (x – a)/σ - безразмерная переменная.

u	*Φ(u)*	*u*	*Φ(u)*	*u*	*Φ(u)*
0,2	0,0793	1,2	0,3849	2,2	0,4861
0,4	0,1554	1,4	0,4192	2,4	0,4918
0,6	0,2257	1,6	0,4452	2,6	0,4953
0,8	0,2881	1,8	0,4641	2,8	0,4974
1,0	0,3413	2,0	0,4772	∞	0,4986

Примечание

Φ(u)=0 при *u = 0;*

Φ(u)=0,5 при *u→∞.*

Нормальное распределение (продолжение)

Выражение функции распределенияF(u) через функцию Лапласа Ф(u)

$$F(x) = \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right)$$

Вероятность того, что распределенная по нормальному закону случайная величина X примет значение в интервале $x_1 \le X \le x_2$,

$$P(x_1 \le X \le x_2) = F(x_2) - F(x_1) = \Phi\left(\frac{x_2 - a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{x_1 - a}{\sigma}\right)$$

Вероятность отклонения случайной величины X, распределенной по нормальному закону, от среднего значения на величину больше σ, 2σ и 3σ

$P([a - \sigma] < X < [a + \sigma] = \Phi(1) - \Phi(-1) = 2\,\Phi(1) = 0{,}6826;$

$P([a - 2\sigma] < X < [a + 2\sigma] = \Phi(2) - \Phi(-2) = 2\,\Phi(2) = 0{,}9544;$

$P([a - 3\sigma] < X < [a + 3\sigma] = \Phi(3) - \Phi(-3) = 2\,\Phi(3) = 0{,}9972.$

Вывод. Отклонения случайной величины, распределенной по нормальному закону, от её математического ожидания более чем на 3σ практически невозможны - «правило трех сигм».

Определение параметров … (продолжение)

Статистический ряд результатов наблюдений

Номер интервала i	1	2	3	4	5	6	7
Интервал, Δm, т/сут	0…5	5…10	10…15	15…20	20…25	25…30	30…35
Среднее значение, т/сут	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5	32,5
Число наблюдений n_i	3	6	7,5	8,5	7	3	1
Частота, n_i/n	0,0833	0,1666	0,2084	0,2362	0,1944	0,0833	0,0278

Значения функции распределения на границах интервалов

$F(0) = 0;$

$F(5) = F(0) + n_1/n = 0 + 0{,}0833 = 0{,}0833;$

$F(10) = F(5) + n_2/n = 0{,}0833 + 0{,}1666 = 0{,}2499;$

$F(15) = F(10) + n_3/n = 0{,}2499 + 0{,}2084 = 0{,}4583;$

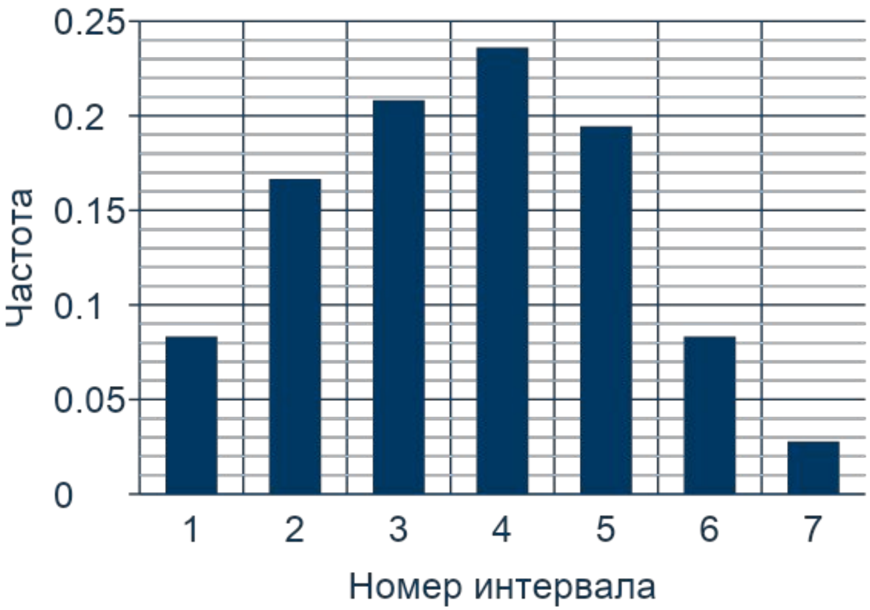
$F(20) = F(15) + n_4/n = 0{,}4583 + 0{,}2362 = 0{,}6945;$

$F(25) = F(20) + n_5/n = 0{,}6945 + 0{,}1944 = 0{,}8889;$

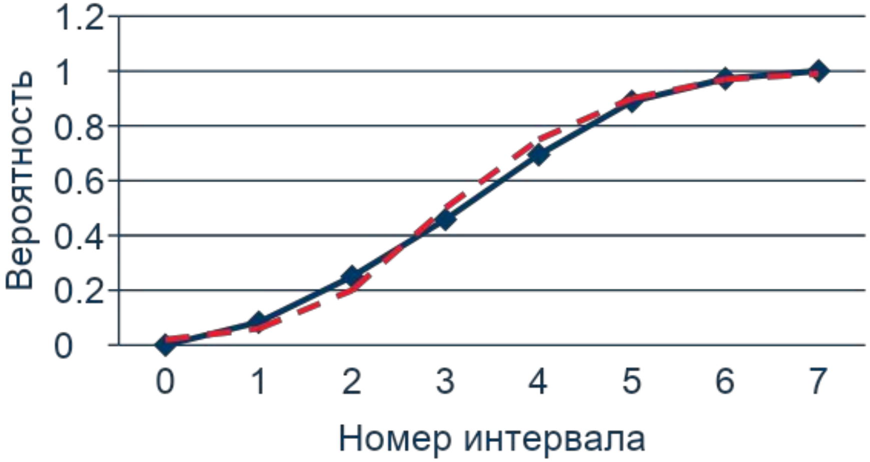
$F(30) = F(25) + n_6/n = 0{,}8889 + 0{,}0833 = 0{,}9722;$

$F(35) = F(30) + n_7/n = 0{,}9722 + 0{,}0278 = 1.$

Определение параметров … (продолжение)



Гистограмма ежесуточного выпуска поковок



Эмпирическая функция распределения ежесуточного выпуска поковок; штриховой линией показана кривая для нормального закона распределения

Интервальные оценки параметров

Вероятность того, что отклонение *Δx* математического ожидания *M[X]* от среднего арифметического значения не превосходит по абсолютной величине некоторого заданного значения ε

$$P(|\Delta x| \le \varepsilon) = P(\bar{x} - \varepsilon \le M[X] \le \bar{x} + \varepsilon) = \beta$$

β - доверительная вероятность, обычно принимают *β* = 0,90 или *β* = 0,95;

α = 1 – β - *уровень значимости*;

x' = (ẍ - ε) и x" = (ẍ + ε) – *доверительные границы*.

J_β - *доверительный интервал,* т.е. интервал от x' до x".

Ширина доверительного интервала J_β характеризует точность, а доверительная вероятность *β* – достоверность оценки математического ожидания *M[X]* с помощью выборочного среднего .

Интервальные оценки параметров (продолжение)

Определение доверительного интервала

- при известной величине дисперсии σ $P(|\bar{x} - M[X]| \le \varepsilon) = \beta = \Phi\left(\frac{\varepsilon\sqrt{n}}{\sigma}\right)$

Задав доверительную вероятность β, по таблице для значения функции Лапласа $\Phi(u) = \beta/2$ определяется аргумент функции Лапласа

$$u_\beta = \varepsilon\sqrt{n}/\sigma$$

Тогда доверительный интервал для математического ожидания

$$\bar{x} - \frac{u_\beta \sigma}{\sqrt{n}} \le M[X] \le \bar{x} + \frac{u_\beta \sigma}{\sqrt{n}}$$

- при неизвестной величине дисперсии σ $\bar{x} - \frac{t_\alpha s}{\sqrt{n}} \le M[X] \le \bar{x} + \frac{t_\alpha s}{\sqrt{n}}$

t_α - коэффициент Стьюдента, значения которого даны в таблице в зависимости от уровня значимости α = 1 – β и числа степеней свободы *f*;
s – оценка среднеквадратичного отклонения σ.

Интервальные оценки параметров (продолжение)

Значения Критерия Стьюдента t_α в зависимости от числа степеней свободы f для уровня значимости и $\alpha = 1 - \beta = 0{,}05$.

f	t_α	F	t_α	f	t_α
1	12,71	7	2,37	16	2,12
2	4,30	8	2,31	18	2,10
3	3,18	9	2,26	20	1,09
4	2,78	10	2,23	25	2,06
5	2,57	12	2,18	30	2,04
6	2,45	14	2,15	∞	1,96

Доверительные границы для дисперсии определяются неравенством

$$s - \frac{u_\beta s}{\sqrt{2f}} \le \sigma \le s + \frac{u_\beta s}{\sqrt{2f}}$$

Вопросы выходного контроля

1. Дайте определение теории надежности.
2. Что называется функцией распределения случайной величины?
3. Какие показатели характеризуют долговечность работы оборудования?
4. Какие показатели характеризуют безотказность работы оборудования?
5. Какие показатели характеризуют ремонтопригодность оборудования?
6. Какие распределения случайной величины, используются в теории надежности?