Гидравлические сопротивления и потери энергии

Гидравлические потери.

Одной из важнейших задач гидравлики является определение потерь напора в трубопроводах. Знание этих потерь необходимо для расчета трубопроводов.

Общую потерю напора на каком-либо участке трубопровода в гидравлике принято разделять на 2 вида:

− потери напора по длине трубопровода или линейные потери напора;

− потери напора в местных сопротивлениях или местные потери напора.

Линейные потери напора − это потери напора на трение на прямых участках трубопровода. Потери напора по длине для трубопроводов, находящихся под напором, принято определять по формуле Дарси-Вейсбаха:

$$h_{\text{л}} = \lambda \frac{l}{d}\frac{\upsilon^2}{2g}$$

где l − длина участка трубопровода, м; d − внутренний диаметр трубопровода, м; λ − коэффициент гидравлического сопротивления (коэффициент трения) − безразмерная величина. Местные потери напора принято определять по формуле

$$h_{\text{м}} = \xi\frac{\upsilon^2}{2g}$$

где ξ − коэффициент местных потерь (безразмерная величина).

Таким образом, задача по определению гидравлических потерь при известной скорости течения среды сводится к нахождению коэффициентов λ и ξ.

Режимы движения жидкости

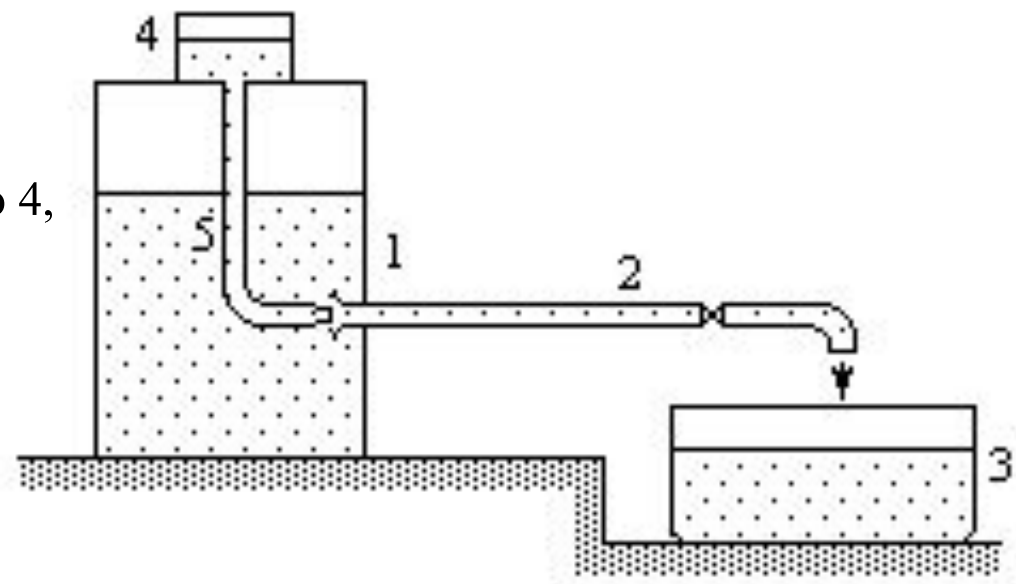
Турбулентный режим

Ламинарный режим

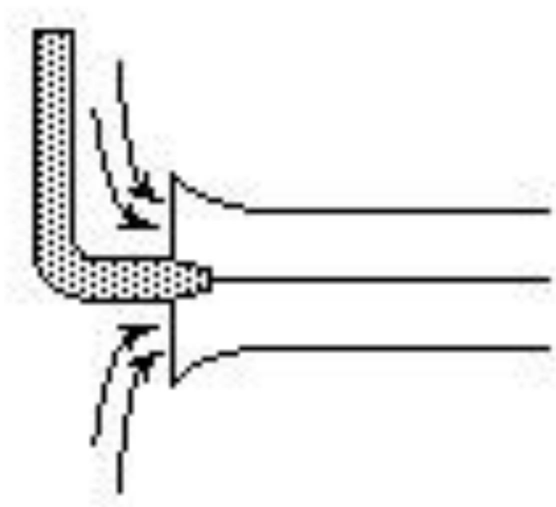
Опыт и критерий Рейнольдса.

В 1883 г. английский физик Рейнольдс с помощью весьма простого и наглядного эксперимента показал, что существует 2 существенно отличных друг от друга режима движения жидкости.

Установка Рейнольдса состояла из
бака 1,
трубы 2,
мерного бачка 3,
сосуда с окрашенной жидкостью 4,
трубки 5 для ввода окрашенной жидкости в **трубу** 2.

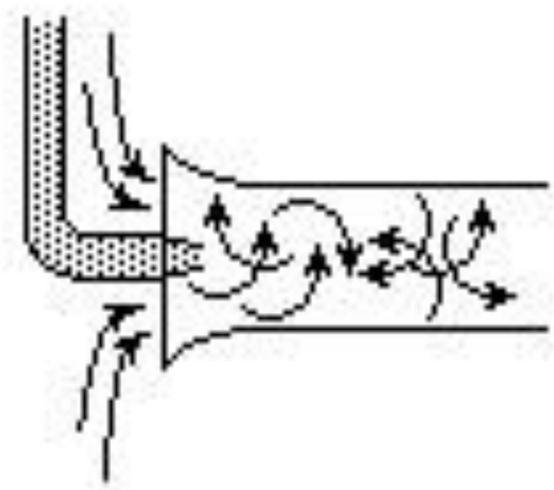


Опыты показали, что при малой скорости движения жидкости вводимая в нее окрашенная жидкость движется в виде отчетливо выраженной струйки, не смешиваясь с потоком неокрашенной воды.

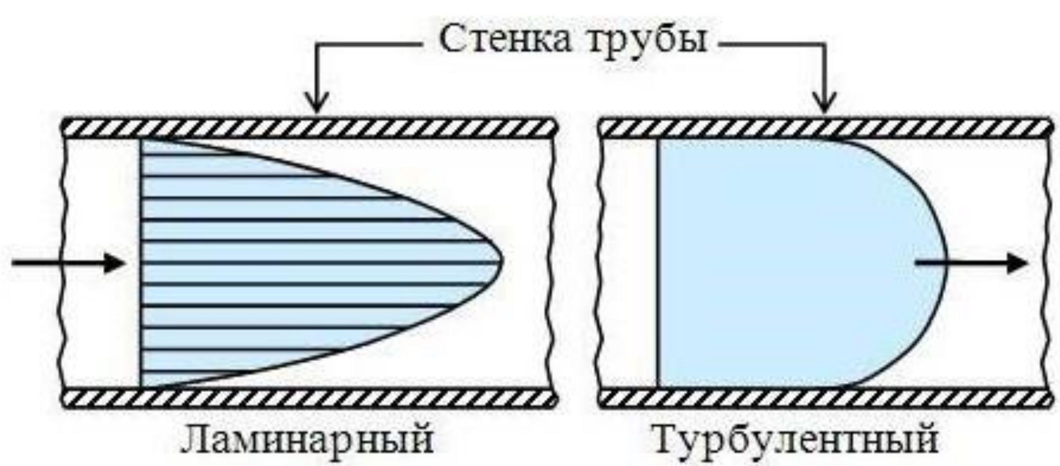


Режим движения жидкости без перемешивания слоев называется <u>ламинарным</u> (движение жидкости слоями).

При возрастании скорости движения жидкости струйка начинает колебаться и принимает волнообразное очертание. Наконец, при каком-то определенном значении скорости окрашенная струйка полностью размывается жидкостью. Жидкость начинает двигаться, перемешиваясь.



Режим движения жидкости с перемешиванием слоев называется <u>турбулентным</u> (беспорядочное движение жидкости).



Средняя скорость течения жидкости $\overline{\upsilon}'_{кр}$, при которой происходит смена режимов движения потока, называется **критической скоростью**.

При проведении опыта в обратном порядке, т.е. при уменьшении скорости движения жидкости, происходит переход турбулентного режима в ламинарный, однако при несколько иной критической скорости $\overline{\upsilon}_{кр} < \overline{\upsilon}'_{кр}$. Поэтому необходимо различать две критические скорости: верхнюю $\overline{\upsilon}'_{кр}$ и нижнюю критическую скорость $\overline{\upsilon}_{кр}$, причем $\overline{\upsilon}'_{кр} > \overline{\upsilon}_{кр}$

Верхней (большей) критической скоростью называется скорость, при которой ламинарный режим движения переходит в турбулентный.

Нижней (меньшей) критической скоростью называется скорость, при которой турбулентный режим течения переходит в ламинарный.

Но скорость непосредственно не может являться критерием, указывающим на режим движения жидкости. Как показали опыты Рейнольдса, в трубах различного диаметра и при различных жидкостях нижняя критическая скорость, к примеру, оказывалась различной по величине. Таким критерием, как показывает теория подобия, должен быть критерий подобия, а именно, определяющий критерий Рейнольдса:

$$Re = \frac{\overline{\upsilon} d}{\nu}$$

$\boldsymbol{Re}_{\text{кр}} = 2320$ для круглых труб.

Таким образом, условие существования различных режимов для потоков в трубах могут быть сформулированы в следующем виде:

− ламинарный режим безусловно существует при числе Рейнольдса, меньшем нижнего критического числа $Re_{\text{кр}}$ $(Re < Re_{\text{кр}})$;

− турбулентный режим безусловно существует при числе Рейнольдса, большем верхнего критического числа $Re'_{\text{кр}}$ $(Re > Re'_{\text{кр}})$;

− оба режима возможны (но ламинарный режим неустойчив) при $Re_{\text{кр}} < Re < Re'_{\text{кр}}$

Поскольку значение нижнего критического числа является весьма устойчивым, при практических расчетах принято считать, что при $Re < 2320$ режим *ламинарный*, а при $Re > 2320$ − *турбулентный*. При этом движение в неустойчивой зоне исключается, что приводит, как будет ясно из дальнейшего, к некоторому расчетному запасу в случае, если при $Re > 2320$ движение будет *ламинарным*.

Для труб некруглого сечения в формулу для критерия Рейнольдса вместо диаметра ***d*** необходимо поставить гидравлический радиус ***R***. Тогда формула критерия Рейнольдса примет вид

$$Re_2 = \frac{\overline{\upsilon} d}{\nu}$$

Найдем величину Re_2 для круглой трубы, для которой

$$R = \frac{r}{2} = \frac{d}{4},$$

тогда

$$Re = \frac{1}{4}\frac{\overline{\upsilon} d}{\nu} = \frac{1}{4} Re \; .$$

Отсюда находим

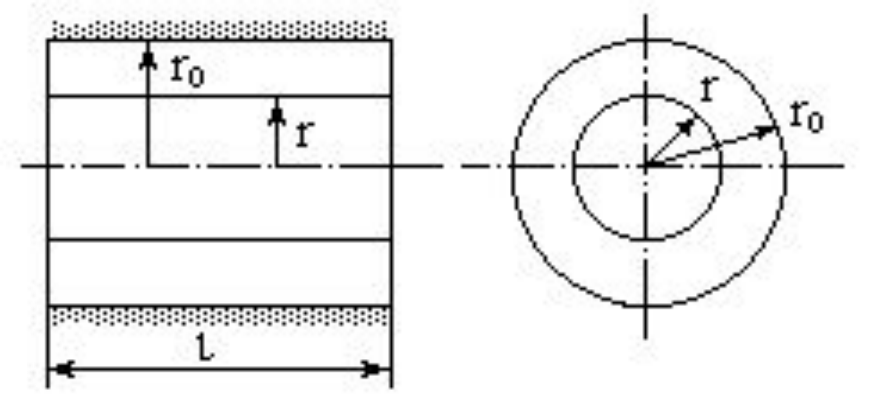
$$Re_2 = \frac{1}{4} Re_{кр} = \frac{2320}{4} = 580 \, .$$

Ламинарное движение жидкости в трубах

Ламинарное течение имеет слоистый характер без перемешивания частиц. При этом имеют место только направления потока, параллельные оси трубы при полном отсутствии поперечных движений жидкости. Скорость в слое, непосредственно соприкасающемся со стенками, вследствие прилипания жидкости к стенке (из-за вязкости жидкости) равна нулю. Максимального значения скорость достигает в слое, движущемся по оси трубы.

Для принятой схемы движения необходимо установить закон распределения скоростей в поперечном сечении потока, получить расчетные зависимости для определения расхода жидкости и потерь напора на трение по длине потока.

Рассмотрим ламинарный равномерный поток жидкости в трубе круглого сечения.



Основное уравнение равномерного потока имеет вид

$$\tau = \gamma R J$$

По закону Ньютона для внутреннего трения

$$\tau = \mu \frac{\partial \upsilon}{\partial n}$$

В трубе круглого сечения гидравлический радиус отсека потока с геометрическим радиусом ***r*** равен $R = \frac{r}{2}$. Поскольку при ламинарном режиме течения жидкости в трубе векторы скорости симметричны относительно продольной оси, то за нормаль следует принять радиус отсека потока.

Тогда

$$\frac{\partial \upsilon}{\partial n} = -\frac{\partial \upsilon}{\partial r} = -\frac{d\upsilon}{dr}$$

Знак минус взят потому, что при увеличении радиуса скорость убывает.

Уравнения $\tau = \gamma R J$ и $\tau = \mu \frac{\partial \upsilon}{\partial n}$ примут вид: $\tau = \gamma J \frac{r}{2}$; $\tau = -\mu \frac{d\upsilon}{dr}$

Приравнивая правые части этих уравнений, находим

$$\mu \frac{d\upsilon}{dr} = -\gamma J \frac{r}{2}$$

или

$$d\upsilon = -\frac{\gamma J}{2\mu} r dr$$

Интегрируя, получим (учитывая, что в равномерном потоке $J = const$, т.е. не зависит от r):

$$\upsilon = -\frac{\gamma J}{4\mu} r^2 + C$$

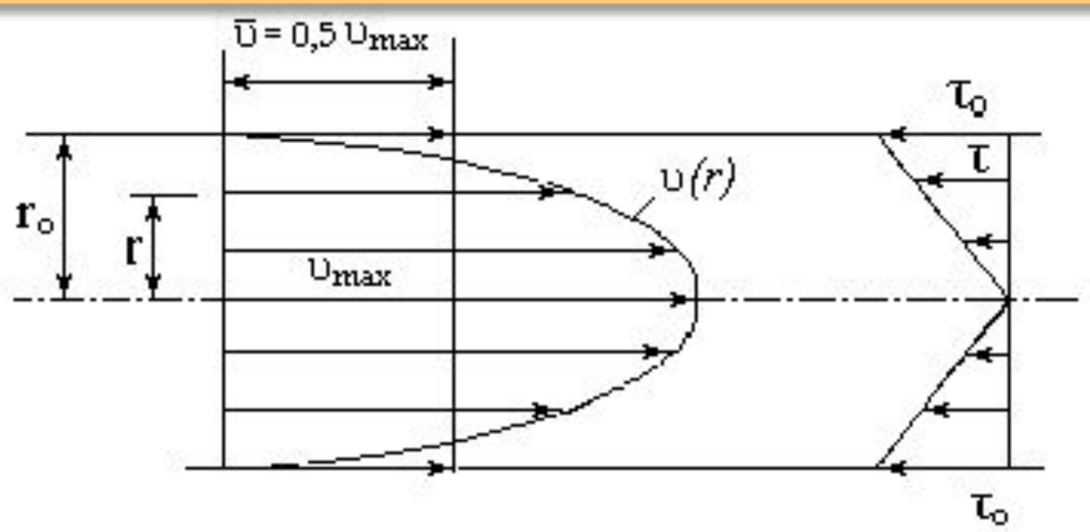
Постоянная интегрирования C находится из граничных условий: при $r = r_0$ $\upsilon = 0$ (скорость движения жидкости на стенке равна нулю). Тогда

$$C = \frac{\gamma J}{4\mu} r_0^2$$

Отсюда

$$\upsilon = \frac{\gamma J}{4\mu}\left(r_0^2 - r^2\right)$$

Из полученного уравнения видно, что скорость в поперечном сечении потока изменяется по закону параболы.



Максимальная скорость имеет место на оси трубы при $r = 0$. Тогда из последнего уравнения следует $\upsilon_{max} = \frac{\gamma J}{4\mu} r_0^2$

или $$\upsilon = \frac{\gamma J}{4\mu} r_0^2 \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right]$$

и, учитывая формулу для υ_{max}, получим
$$\frac{\upsilon}{\upsilon_{max}} = 1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2$$

т.е. распределение безразмерных скоростей $\frac{\upsilon}{\upsilon_{max}}$ является лишь функцией безразмерной величины $\frac{r}{r_0}$

Эта функция одинакова во всех случаях ламинарного движения любой жидкости внутри круглых труб. Следовательно, все рассматриваемые течения подобны независимо от числа ***Re***. Такие явления называют автомодельными.

Полученную формулу для касательных напряжений

$$\tau = \gamma J \frac{r}{2}$$

учитывая, что $J = const$ можно записать в виде

$$\tau = rC$$

где $$C = \frac{\gamma J}{2} = const = \frac{\tau_0}{r_0}$$

Отсюда формула для **τ** принимает вид

$$\tau = \tau_0 \frac{r}{r_0}$$

Из этой формулы следует, что касательное напряжение является линейной функцией текущего радиуса трубы ***r***. Максимального значения **τ** принимает на стенке трубы, минимального ($\tau = 0$) – в ее центре.

Формула Пуазейля

Зная закон распределения скорости в поперечном сечении, можно вывести теоретические формулы для определения расхода жидкости, потери напора на трение, а также коэффициент линейных потерь λ при ламинарном режиме течения.

Средняя по сечению скорость равна

$$\overline{\upsilon} = \frac{\gamma J}{8\mu} r_0^2$$

Учитывая, что $J = \dfrac{h}{l}$ и $r_0^2 = \dfrac{d^2}{4}$, получим

$$\overline{\upsilon} l = \frac{\gamma h}{32\mu} d^2$$

Отсюда

$$h = \frac{32\mu \overline{\upsilon} l}{\gamma d^2}$$

или

$$h = \frac{32\mu}{\rho g d} \frac{l \overline{\upsilon}}{d}$$

После некоторых преобразований найдём

$$h = \frac{64}{\dfrac{\overline{\upsilon} d}{\mu / \rho}} \frac{l}{d} \frac{\overline{\upsilon}^2}{2g}$$

Отсюда получим

$$h = \frac{64}{\frac{\overline{\upsilon} d}{\nu}} \frac{l}{d} \frac{\overline{\upsilon}^2}{2g}$$

Сравнивая с формулой Дарси – Вейсбаха

$$h = \lambda \frac{l}{d} \frac{\overline{\upsilon}^2}{2g}$$

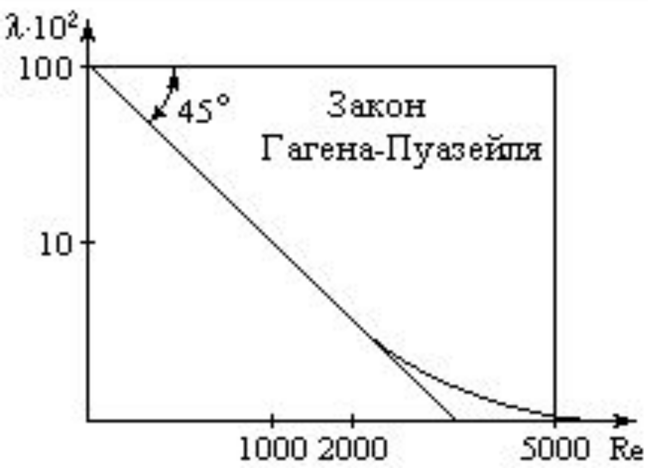
находим

$$\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}}$$

Последнее соотношение представляет формулу Пуазейля для определения коэффициента трения λ (коэффициента линейных потерь).

Логарифмируя формулу Пуазейля, получим

$$\lg \lambda = \lg 64 - \lg \mathrm{Re}$$



Из последнего соотношения следует, что зависимость λ от *Re* будет выражаться в логарифмических координатах прямой линией с углом наклона к оси абсцисс, равным 45^0.

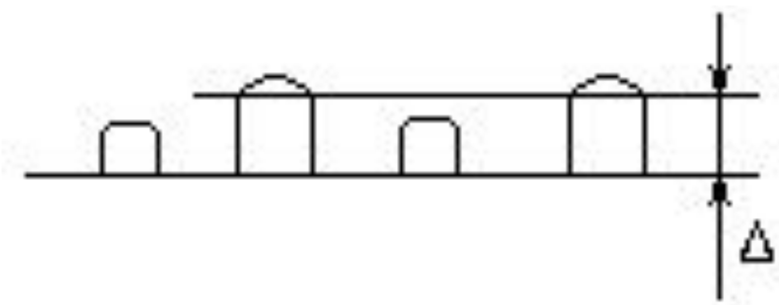
При $Re \geq 2300$, т.е. при турбулентном режиме, закон Пуазейля неприменим.

Значение коэффициента трения по опытам Никурадзе

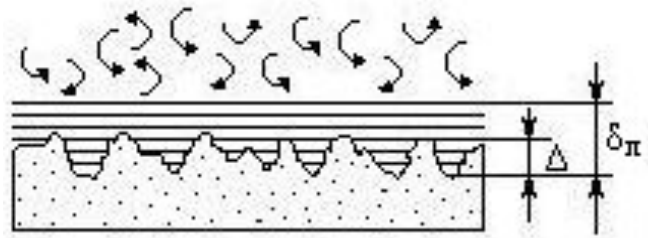
Опыты показывают, что потери напора и скорость по поперечному сечению трубы существенно изменяются в зависимости от диаметра трубы, вязкости жидкости, скорости движения и шероховатости стенок труб.

Экспериментальные данные для λ в широком интервале чисел *Re* были получены Никурадзе в трубах и Зегжда – в прямоугольных каналах с искусственной (песочной) шероховатостью.

Средний диаметр фракции песка Δ принимался за меру абсолютной шероховатости .Труба называется гидравлически гладкой, если средняя высота выступов шероховатости Δ меньше толщины ламинарной пленки $\delta_л$. В этом случае шероховатость не влияет на движение.



Если абсолютная шероховатость Δ – больше толщины ламинарной пленки $\delta_л$, то труба называется гидравлически шероховатой. В этом случае шероховатость существенно влияет на движение жидкости



Таким образом, **абсолютная шероховатость** Δ – это средняя высота выступов шероховатости. **Относительная шероховатость** определяется величиной

$$\varepsilon = \frac{\Delta}{r_0}$$

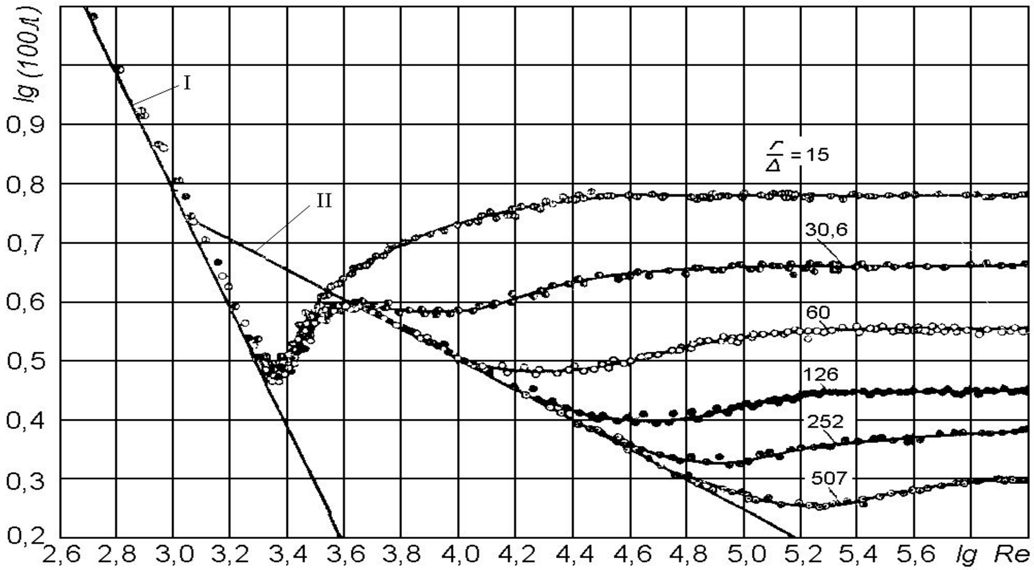
где r_0 – радиус трубы.

Величина, обратная относительной шероховатости

$$\frac{1}{\varepsilon} = \frac{r_0}{\Delta}$$

называется **относительной гладкостью**.

Результаты опытов Никурадзе представлены на графиках.



На графике всю область чисел Рейнольдса можно разделить на 5 характерных зон движения.

1. **Зона ламинарного режима** (*Re* < 2300 или *lgRe* < 3,6). Здесь все опытные точки, независимо от шероховатости стенок, ложатся на прямую линию I, описываемую уравнением Пуазейля:

$$\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}}$$

Следовательно, опытные данные позволяют заключить, что при ламинарном движении шероховатость стенок не оказывает влияние на сопротивление (коэффициент трения). Потери напора здесь пропорциональны скорости.

2. **Переходная зона.** Здесь ламинарный режим переходит в турбулентный ($2300 \le Re \le 3000$). Коэффициент λ возрастает с увеличением числа Рейнольдса, оставаясь одинаковым для различных шероховатостей.

3. **Зона гидравлически гладких труб для турбулентного режима.** Для труб с высокими значениями относительной гладкости ($r_0/\Delta>500$) опытные точки для чисел Рейнольдса $400<Re<80 \cdot r_0/\Delta$ располагаются вдоль наклонной прямой II. Эта прямая известна как прямая Блазиуса для гладких труб. На ней коэффициент трения λ хорошо описывается эмпирической формулой Блазиуса:

$$\lambda = \frac{0{,}3165}{\mathrm{Re}^{0{,}25}}$$

4. **Зона шероховатых труб ($r_0/\Delta<500$) или так называемая доквадратичная зона при турбулентном режиме ($80\, r_0/\Delta<Re< 1000 r_0/\Delta$).** Здесь отклонение экспериментальных точек от прямой II зависит от величины шероховатости (относительной гладкости). Коэффициент λ стремится к некоторому пределу, оставаясь затем постоянным при увеличении числа *Re*.

5. **Зона вполне шероховатых труб ($r_0/\Delta=15$ и $r_0/\Delta=30$).** Гидравлические потери в этой области пропорциональны квадрату скорости. В данном случае коэффициент λ совершенно на подчиняется закону для гладких труб. С увеличением числа *Re* он постепенно возрастает и при $lg\ Re = 4{,}6$ для первой кривой ($r_o/\Delta=15$) или $lg\ Re =5{,}0$ для второй кривой ($r_o/\Delta=30$) становится практически независимым от *Re*. Коэффициент λ для этой зоны может быть определен по формуле Б.Л. Шифринсона:

$$\lambda = 0{,}11\left(\frac{\Delta_э}{d}\right)^{0{,}25}$$

Турбулентное движение жидкости

Вывод закона сопротивления Пуазейля мог быть произведен исходя из самых общих уравнений движения вязкой жидкости − уравнений Навье − Стокса. Этот закон, казалось бы, должен быть верен во всех случаях движения вязкой жидкости в круглой трубе. Однако опыт показывает, что он нарушается при числе $Re > 2300$. В данном случае имеют место другие законы сопротивления.

Так как при $Re = 2300$ происходит смена ламинарного режима на турбулентный, то можно сделать вывод, что закономерности турбулентного движения отличны от закономерностей ламинарного режима.

Проблема турбулентности возникла в середине X1X в. в результате противоречия между теоретическим и эмпирическим законом сопротивления. Это противоречие выходило далеко за пределы ошибок измерений. Первый закон (Пуазейля) давал сопротивление пропорциональное 1-й степени скорости; второй закон (Шези) приводил к квадрату скорости.

Теоретический анализ турбулентного движения, являющегося, на первый взгляд, совершенно беспорядочным, представляет большие трудности. Однако несмотря на беспорядочность движения отдельных частиц в турбулентном потоке, в целом имеет место свой строгий порядок, свои вполне определенные закономерности.

Местные сопротивления

При движении реальных жидкостей кроме потерь на трение по длине трубопровода, возникающих из-за вязкости жидкости, могут возникать потери напора, связанные с наличием местных сопротивлений (краны, задвижки, сужения, расширения, повороты трубопроводов, и прочее), которые вызывают изменение скорости движения или направления потока.

Потери напора в местных сопротивлениях определяются по формуле

$$h = \xi \frac{\upsilon^2}{2g}$$

где ξ – коэффициент местных потерь; $\frac{\upsilon^2}{2g}$ – скоростной напор; υ − средняя скорость.

Коэффициентом местных потерь ξ называют отношение потери напора в данном местном сопротивлении к скоростному напору

$$\xi = \frac{h_{\text{м}}}{\upsilon^2 / 2g}$$

В большинстве случаев диаметр трубопровода до местного сопротивления и после него бывает разным, а поэтому и скорости движения жидкости при этом разные. Очевидно, что и коэффициенты местных потерь, отнесенные к скоростному напору до и после местного сопротивления, будут различными. Поэтому при пользовании гидравлическими справочниками необходимо всегда обращать внимание, к какому скоростному напору отнесен коэффициент ξ. Обычно ξ относят к скоростному напору за местным сопротивлением.

В некоторых случаях удобно определять местные сопротивления через так называемую эквивалентную длину местного сопротивления. Эквивалентная длина местного сопротивления – это такая длина прямого трубопровода, на которой происходит такая же потеря напора $\boldsymbol{h}_{\text{м}}$, как и в данном местном сопротивлении.

Эквивалентную длину $\boldsymbol{l}_{\text{э}}$ можно определить из равенства

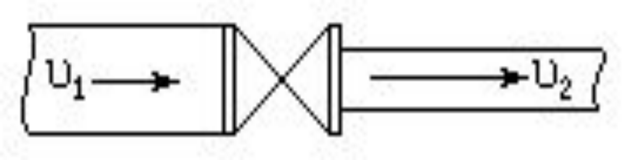
$$h_{\text{м}} = \xi \frac{\upsilon^2}{2g} = \lambda \frac{l_{\text{э}}}{d} \frac{\upsilon^2}{2g}$$

Отсюда

$$\xi = \lambda \frac{l_{\text{э}}}{d}, \quad l_{\text{э}} = \frac{\xi}{\lambda} d.$$

Понятие эквивалентной длины позволяет ввести понятие о приведенной длине трубопровода

$$l_{\text{р}} = l + l_{\text{э}},$$



где l – действительная длина трубопровода.

Используя аналогию потерь энергии при внезапном расширении с неупругим ударом твердых тел, Борда из теоремы о приращении количества движения и уравнения Бернулли вывел формулу для местных потерь при внезапном расширении потока в виде

$$h_{м} = \frac{(\upsilon_1 - \upsilon_2)^2}{2g},$$

где υ_1, υ_2 – скорости потока до и после внезапного расширения, т.е. потеря напора при внезапном расширении равна скоростному напору потерянной скорости, где $\upsilon = \upsilon_1 - \upsilon_2$ – потерянная скорость. Это утверждение представляет так называемую теорему Борда – Карно. Однако более детальный анализ явлений показывает, что аналогия потерь напора при внезапном расширении с потерями энергии при неупругом ударе твердых тел далеко неполная, потери напора, даваемые теоремой Борда – Карно, получаются завышенными. Поэтому на основании теоретических соображений и эксперимента предложено эту потерю определять по формуле

$$h_{м} = k\frac{(\upsilon_1 - \upsilon_2)^2}{2g}$$

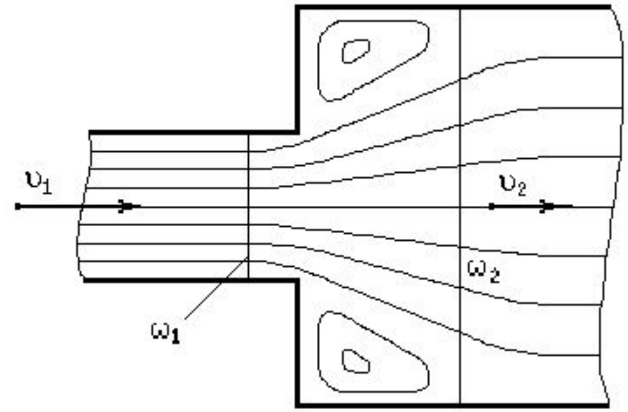
где k - коэффициент, определяемый опытным путем

Примеры местных сопротивлений

Рассмотрим отдельные практически важные типы местных сопротивлений.

1. Внезапное расширение потока.

Хотя аналогия внезапного расширения потока с неупругим ударом не может служить основой для строгого теоретического обоснования и объяснения физического смысла явления, в первом приближении она достаточна.



Благодаря неупругости удара механическая энергия рассеивается и превращается во внутреннюю энергию жидкости. Этим и объясняется основная доля потерь при внезапном расширении, которые подсчитываются по формуле местных потерь.

Уравнение неразрывности потока для несжимаемой жидкости имеет вид

$$\upsilon_1 \omega_1 = \upsilon_2 \omega_2.$$

Отсюда

$$\upsilon_2 = \upsilon_1 \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

Получим

$$h_{\text{м}} = k\left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 \frac{\upsilon_1^2}{2g}.$$

Найдём

$$\xi = k\left(1-\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2.$$

Выразим υ_1:

$$\upsilon_1 = \upsilon_2 \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

Получим

$$h_{\text{м}} = k\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}-1\right)^2 \frac{\upsilon_2^2}{2g}.$$

Найдём

$$\xi = k\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}-1\right)^2$$

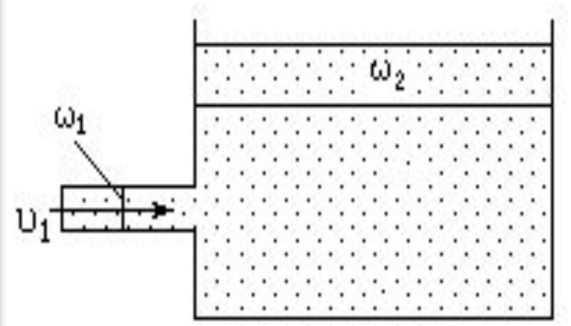
Таким образом, по полученным формулам можно определить потери напора в местном сопротивлении в случае известных скоростей υ_1 или υ_2. Для приближенных расчётов коэффициент k можно принять равным 1.

2. Выход из трубы в резервуар больших размеров.

В данном случае площадь сечения резервуара $\omega_2 >> \omega_1$ и поэтому

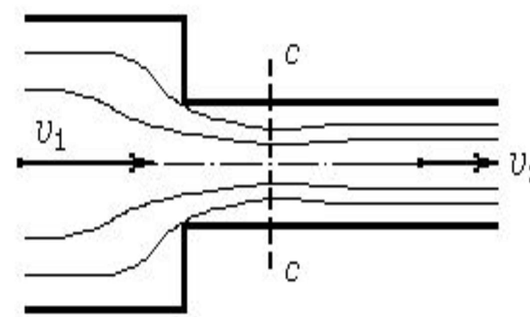
$$\frac{\omega_1}{\omega_2} \cong 0$$

Тогда из формулы $\xi = k\left(1 - \frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2$ следует $\xi_1 = K \approx 1.$



3. Внезапное сужение потока.

В данном случае происходит внезапное увеличение скорости. Удара при этом в плоскости перехода сечения не происходит. Но на некотором расстоянии ниже по течению происходит сжатие струи (сечение *c*–*c*), а затем переход от сжатого сечения к нормальному. Этот переход можно рассматривать как удар, что и служит причиной потерь напора.

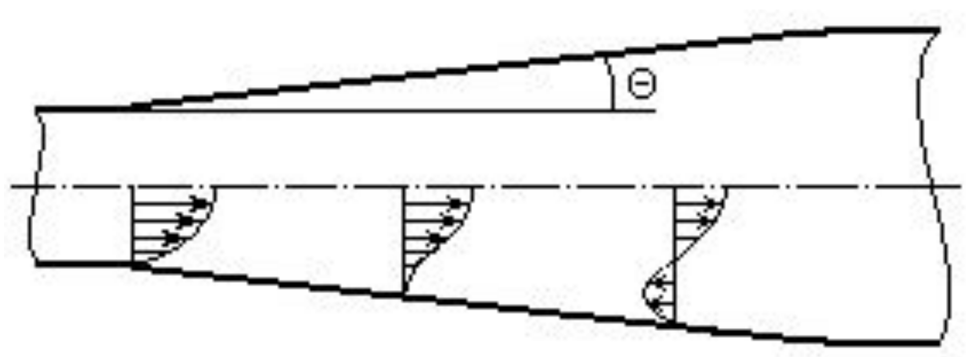


Потери напора при внезапном сужении значительно меньше потерь напора при внезапном расширении. Коэффициент ξ здесь зависит от соотношения ω_2 / ω_1. Найденные опытным путём значения ξ приведены ниже.

ω_2 / ω_1	0,01	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
ξ	0,45	0,39	0,35	0,38	0,2	0,09	0,0

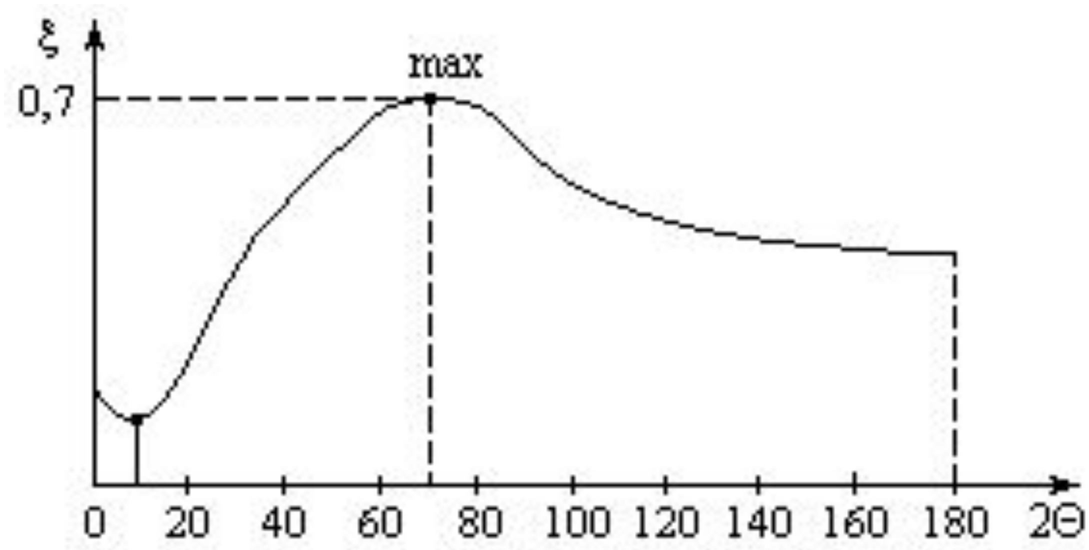
4. Постепенное расширение потока (диффузор).

При малых углах $\theta \leq 4–5^0$. Течение в диффузоре происходит безотрывно. При углах $\theta > 4–5^0$ происходит отрыв потока от стенки. Это объясняется тем, что в диффузоре происходит увеличение давления в направлении движения, вызываемое уменьшением скорости вследствие расширения канала. Частицы жидкости, движущейся у стенки, сильно затормаживаются силами вязкости и в определенной точке их кинетическая энергия становится недостаточной для преодоления все возрастающего давления. Поэтому скорость жидкости в пристенном слое в такой точке обращается в нуль, а за этой точкой появляются обратные течения – отрыв потока.

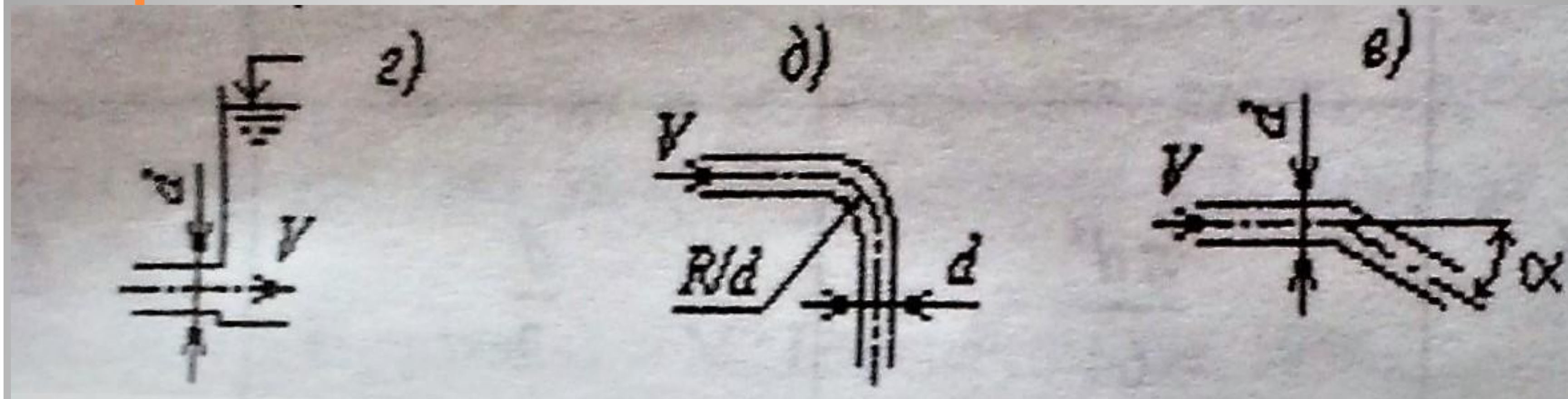


Если безотрывное течение в диффузоре происходит практически без потерь, то течение с отрывом сопровождается значительными потерями энергии на вихреобразование. Зависимость имеет вид, представленный на рисунке.

При угле $2\theta \cong 70^{\circ}$ коэффициент потерь достигает максимума. Причем при угле $2\theta > 40^{\circ} \div 60^{\circ}$ потери напора превосходят потери при внезапном расширении потока ($2\theta = 180^{0}$). Поэтому вместо переходов в виде диффузоров с углом $2\theta > 40^{\circ}$ нужно применять внезапное расширение как переход, дающий меньшие потери напора.

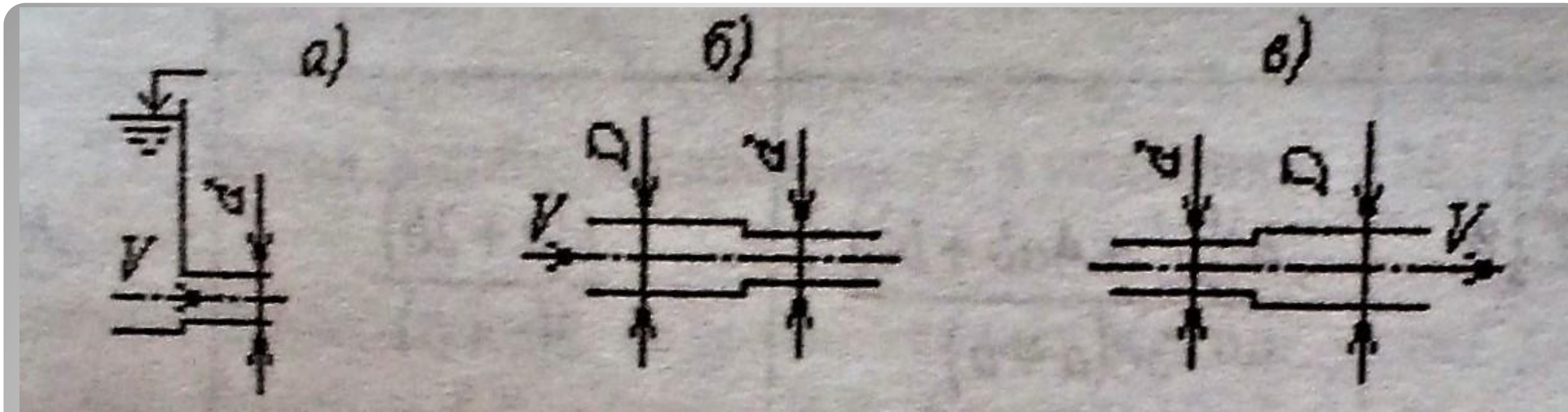


Значения коэффициентов некоторых местных сопротивлений



Тип препятствия		Схема по рисунку		Значение	
Выход из трубы		г		1,0	
Плавный поворот (рис. д)		Крутой поворот (рис. е)		Клапан всасывания	
d/R		a		d, мм	
0,20	0,14	20	0,12	20	15,5
0,40	0,21	30	0,16	40	12,0
0,60	0,44	45	0,32	60	9,5
0,80	0,98	60	0,56	80	8,0
-	-	90	1,19	100	7,0

Значение коэффициентов некоторых местных сопротивлений



Тип препятствия	Схема по рисунку	Значение
Вход в трубу	а	0,50
Внезапное сужение	б	
Внезапное расширение	в	

Зависимость коэффициента местных потерь от числа Рейнольдса

В зависимости от влияния числа *Re* на коэффициент ξ режимы движения жидкости могут быть разделены на следующие зоны.

1. Движение в местном сопротивлении и в трубопроводе ламинарное.

Коэффициент местных сопротивлений в этом случае определяется по формуле

$$\xi = \frac{A}{\mathrm{Re}}$$

где *A* – коэффициент, зависящий от типа местного сопротивления.

Так как

$$h_{\text{м}} = \xi \frac{\upsilon^2}{2g}$$

то будем иметь $h_{\text{м}} = K\upsilon$, где $K = \frac{A\upsilon}{2dg}$

Следовательно, потери напора пропорциональны первой степени скорости.

2. Движение в трубопроводе без местного сопротивления ламинарное, а с местным сопротивлением – турбулентное. В этом случае

$$\xi = \frac{B}{Re^{0,27}}$$

где *B* – коэффициент, зависящий от типа местного сопротивления. Потери напора в данном случае определяют по формуле

$h_{\text{м}} = K\upsilon^{1,73}$, где $K = \frac{B\upsilon^{1,73}}{2gd^{0,27}}$

3. Движение в трубопроводе без местного сопротивления и при наличии его турбулентное при небольших числах Re>2300.

Формула для коэффициента местного сопротивления имеет вид

$$\xi = \frac{C}{\mathrm{Re}^{0,53}},$$

где C – коэффициент, зависящий от типа местного сопротивления.

Подставляя последнее соотношение в $h_{\text{м}} = \xi \dfrac{\upsilon^2}{2g}$, получим

$$h_{\text{м}} = K\upsilon^{1,47},$$

где $K = \dfrac{C\upsilon^{0,53}}{2gd^{0,53}}$

4. Развитое турбулентное течение при больших числах Рейнольдса.

Коэффициент ξ здесь не зависит от числа Рейнольдса и местные потери напора пропорциональны квадрату скорости (квадратичная зона):

$$h_{\text{м}} = K\upsilon^2,$$

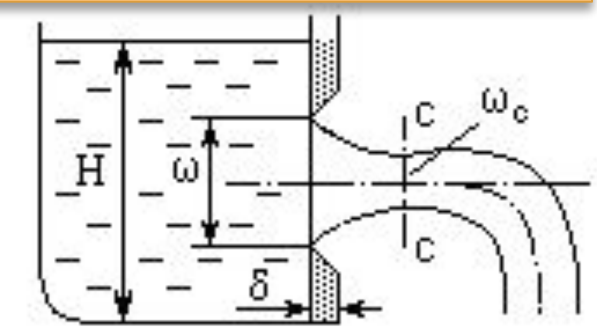
где $K = \dfrac{\xi}{2g}$

Истечение жидкости через отверстие

Рассмотрим случай истечения жидкости из малого отверстия в тонкой стенке при постоянном напоре. Стенка считается тонкой , если ее толщина $\delta < 0,2d$, где ***d*** – диаметр отверстия. Отверстие считается малым, если его размер по высоте меньше **.**

При истечении жидкости из отверстия в тонкой стенке на некотором расстоянии от стенки образуется сжатие струи, так, что $\boldsymbol{\omega_c < \omega}$, где $\boldsymbol{\omega_c}$ − площадь струи в сжатом сечении. Для оценки степени сжатия вводят коэффициент сжатия . Для отверстий с острой кромкой **ε = 0,60–0,64**. Кроме того, струя, вытекающая из отверстия, не сохраняет его форму, а вследствие действия сил поверхностного натяжения деформируется. Так, например, струя, вытекающая из треугольного отверстия, принимает форму треугольной звезды, а из круглого отверстия – форму эллипса.

Явление деформации струи под действием сил поверхностного натяжения называют **инверсией струи**. Условия сжатия струи оказывают значительное влияние на пропускную способность отверстия.

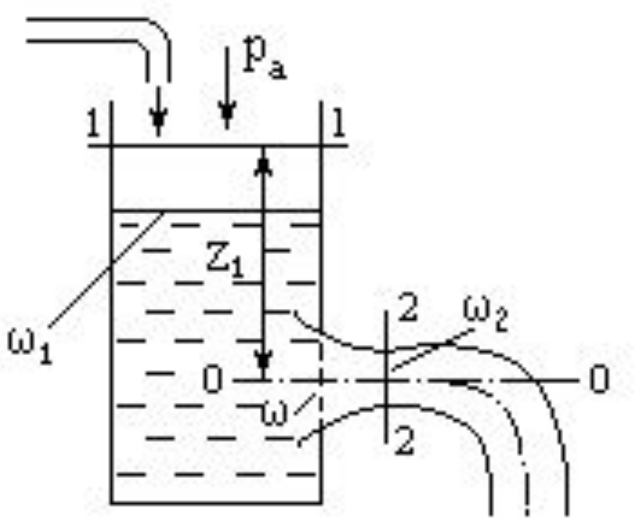


Различают совершенное и несовершенное сжатие.

Совершенным называют такое сжатие, при котором отверстие достаточно удалено от стенок сосуда или уровня жидкости в сосуде и они не влияют при этом на условия сжатия струи. Опытами установлено, что совершенное сжатие наблюдается лишь в тех случаях, когда расстояние от стенок до отверстия не меньше утроенной длины соответствующего размера отверстия. Например, для круглого отверстия это расстояние должно быть не менее трех диаметров отверстия.

Несовершенным сжатием называется такое, при котором отверстие находится на близком расстоянии от стенок сосуда и от уровня жидкости в сосуде.

Сжатие называется полным, если струя испытывает сжатие со всех сторон; неполным – если струя не имеет сжатия с одной или нескольких сторон.



Выведем формулу для расхода жидкости через отверстие в тонкой стенке при постоянном напоре . Для этого составим уравнение Бернулли для сечений 1–1 и 2–2, приняв за плоскость сравнения плоскость 0–0 ($z_2 = 0$):

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 \upsilon_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 \upsilon_2^2}{2g} + \xi \frac{\upsilon_2^2}{2g}$$

Учитывая, что (p_a – атмосферное давление) и обозначая начальный напор через

$$H_0 = z_1 + \frac{\alpha_1 \upsilon_1}{2g} \cong z_1$$

так как $\boldsymbol{\upsilon_1 \cong 0}$, получим

$$H_0 = (\alpha_2 + \xi)\frac{\upsilon_2^2}{2g}$$

или

$$\upsilon_2 = \frac{1}{\sqrt{\alpha_2 + \xi}}\sqrt{2gH_0}$$

Обозначая

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{\alpha_2 + \xi}}$$

где **ϕ** – коэффициент скорости, получим

$$\upsilon_2 = \varphi\sqrt{2gH_0}$$

Коэффициент скорости в общем случае учитывает неравномерность распределения скоростей в суженном сечении и гидравлические потери (**ϕ < 1**).

При $\alpha_2 = 1$ и при отсутствии гидравлических потерь $\xi = 0$ получается значение так называемой теоретической скорости истечения:

$$\upsilon_т = \sqrt{2gH_0}$$

$\phi = 1$, поэтому $\dfrac{\upsilon_2}{\upsilon_т} = \varphi.$

Таким образом, коэффициент скорости ϕ есть отношение действительной скорости истечения к теоретической. Расход определяется из соотношения

$$Q = \omega_2 \upsilon_2$$

или с учетом $\omega_2 = \varepsilon\,\omega$,

$$Q = \varepsilon\,\varphi\,\omega\sqrt{2gH_0}$$

Произведение 2-х коэффициентов называют коэффициентом расхода. Он определяется опытным путем. Отсюда формула для расхода примет вид

$$Q = \mu\omega\sqrt{2gH_0}$$

Для малых круглых отверстий в тонкой стенке $\mu = 0{,}60 \div 0{,}62$. В среднем для таких отверстий можно считать

$$\mu = 0{,}62\ ,\ \alpha = 0{,}64\ ,\ \phi = 0{,}97\ .$$

Истечение жидкости через затопленное отверстие

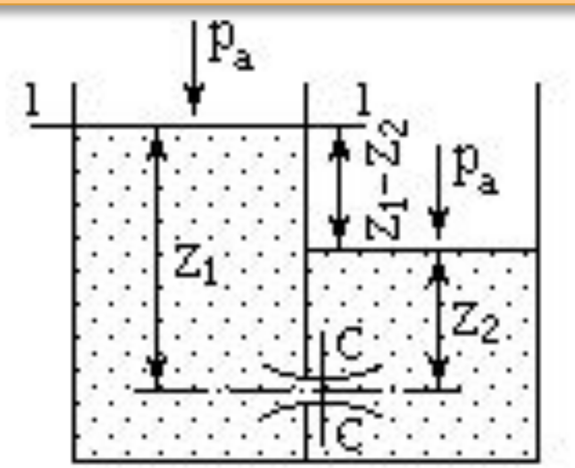
Рассмотрим открытый сосуд, разделенный перегородкой на два отделения с разными уровнями жидкости. В перегородке имеется отверстие, через которое жидкость перетекает из одной части сосуда в другую.

Требуется определить скорость истечения жидкости через отверстие и ее расход. Составим уравнение Бернулли для сечений 1–1 и С–С

$$z_1 + \frac{p_a}{\gamma} + \frac{\upsilon_1^2}{2g} = \frac{p_c}{\gamma} + \frac{\upsilon_c^2}{2g} + \xi\frac{\upsilon_c^2}{2g}$$

Учитывая, что по формуле гидростатического давления $p_c = p_a + \gamma z_2$ и принимая $\upsilon_1 = 0$ вследствие ее малости, получим

$$z_1 + \frac{p_a}{\gamma} = \frac{p_a}{\gamma} + z_2 + \frac{\upsilon_c^2}{2g}(1+\xi)$$



Отсюда

$$\upsilon_c = \varphi\sqrt{2g(z_1 - z_2)}$$

где $\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{1+\xi}}$

Расход жидкости через отверстие определяется по формуле

$$Q = \omega_c \upsilon_c$$

где ω_c – площадь струи в узком сечении.

Учитывая, что $\omega_c = \varepsilon\omega$, где ω – площадь сечения отверстия, формула $Q = \omega_c \upsilon_c$ будет

$$Q = \varepsilon\varphi\omega\sqrt{2g(z_1 - z_2)}$$

Так как $\varepsilon\varphi = \mu$, где μ – коэффициент расхода, то

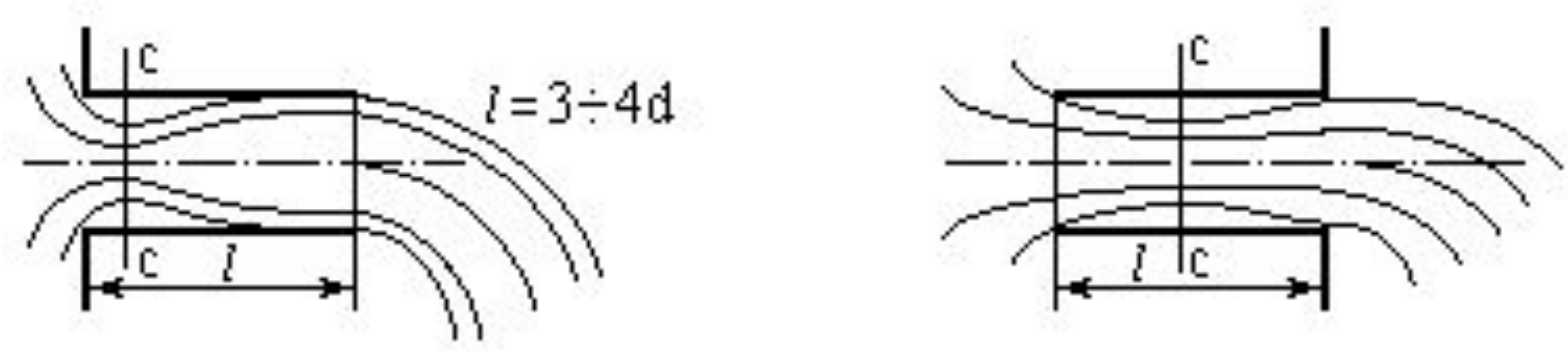
$$Q = \mu\omega\sqrt{2g(z_1 - z_2)}$$

Опыт показывает, что коэффициент расхода μ для затопленных и незатопленных отверстий практически одинаков.

Истечение жидкости через насадки

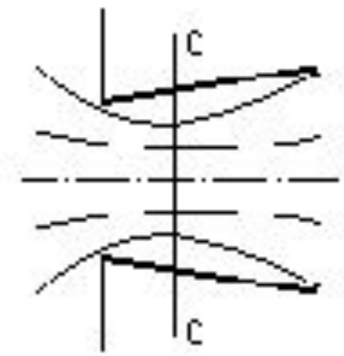
Насадком называется короткий патрубок, присоединенный к отверстию в тонкой стенке. Длина патрубка $l = 3 \div 4d$, где d диаметр отверстия. Насадки делятся на 3 основных типа: цилиндрические, конические, коноидальные.

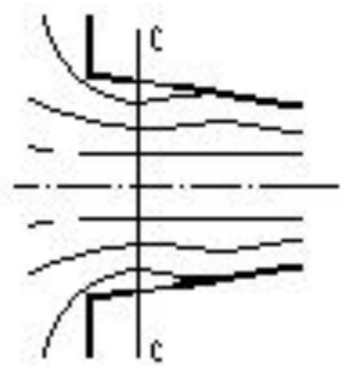
Цилиндрические насадки делятся на внешние и внутренние.



При движении жидкости внутри насадка образуется сжатое сечение с–с, в области которого наблюдается вакуум. Образование вакуума объясняется тем, что скорость в сжатом сечении больше, чем скорость в месте выхода струи из насадка. Как показывает опыт, при применении цилиндрических насадков пропускная способность увеличивается по сравнению с тонким отверстием того же диаметра. Увеличение пропускной способности и является основным назначением этих насадков.

Конические насадки бывают 2-х типов – расходящиеся и сходящиеся.

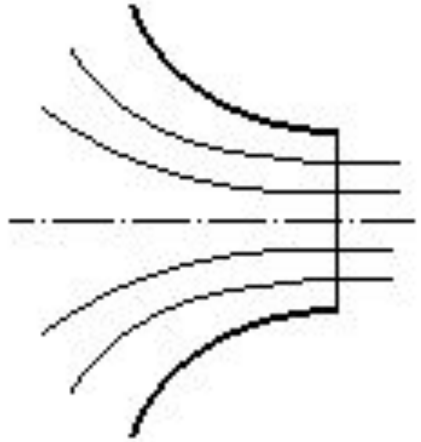




В конических расходящихся насадках также создается вакуум. При большом угле конусности возможен обрыв потока от стенок и насадка будет работать как обычное отверстие. Конические расходящиеся насадки имеют самые большие потери энергии. Отличительные особенности расходящихся насадков: значительный вакуум, большая пропускная способность, малые скорости выхода. Они применяются там, где требуется значительный вакуум, например в инжекторах, а также там, где требуется малая скорость, например в дождевальных аппаратах.

Основным назначением конических сходящихся насадков является увеличение скорости выхода потока с целью создания большой кинетической энергии в струе. Конические сходящиеся насадки применяются в качестве сопел гидромониторов и активных гидротурбин, наконечников пожарных брандспойтов и в других устройствах.

Коноидальные насадки представляют собой усовершенствованные конически сходящиеся насадки.



Они выполняются по форме струи, выходящей из отверстия, и поэтому потери энергии в них минимальные.

Коэффициент расхода коноидального насадка является наивысшим

Гидравлический расчет насадков ведется по тем же формулам, что для отверстия в тонкой стенке:

$$Q = \mu\omega\sqrt{2gH_0}$$

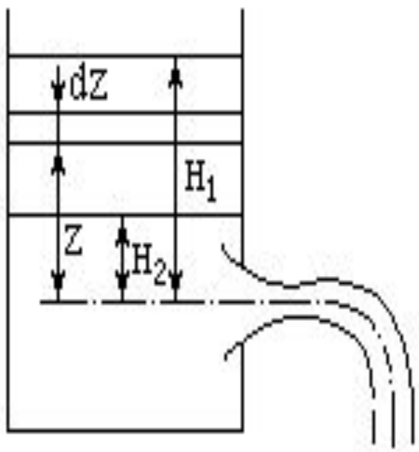
где $\mu = \varepsilon\varphi$ и $\varphi = \dfrac{1}{\sqrt{\alpha_2 + \xi_{сум}}}$. Только вместо коэффициента местных потерь ξ следует поставить в формулу для ф суммарный коэффициент сопротивления

$$\xi_{сум} = \xi + \lambda\frac{l}{d}$$

где l – длина, d – диаметр насадка.

Истечение через отверстия и насадки при переменном напоре

Истечение при переменном напоре является, по сути дела, неустановившимся движением жидкости. Мы ограничимся лишь тем случаем, когда такое движение можно приближенно считать установившимся, то есть пренебречь силами инерции. Рассмотрим простейший случай опорожнения резервуара, имеющего площадь живого сечения Ω.



Пусть начальный напор равен H_1 и конечный H_2. Расчет опорожнения резервуара заключается в определении времени этого процесса. Количество жидкости, вытекающее за время dt, равно

$$dV = \mu\omega\sqrt{2gz}\,dt$$

или иначе

$$dV = -\Omega\, dz$$

где знак минус взят потому, что dz − отрицательно, а dV принимаем положительным.

Тогда

$$-\Omega\, dz = \mu\omega\sqrt{2gz}\, dt$$

Отсюда

$$dt = -\frac{\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}}\frac{dz}{\sqrt{z}}$$

Интегрируя, получим

$$t = -\frac{\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}}\int_{H_1}^{H_2} z^{-1/2} dz = \frac{\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}}\int_{H_2}^{H_1} z^{-1/2} dz = \frac{2\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}}\left(\sqrt{H_1} - \sqrt{H_2}\right)$$

Время полного опорожнения получим, положив $H_2 = 0$:

$$t = \frac{2\Omega\sqrt{H_1}}{\mu\omega\sqrt{2g}}$$

Или

$$t = \frac{2\Omega H_1}{\mu\omega\sqrt{2gH}} = \frac{2V}{Q} = 2t_1$$

где V − объем резервуара; Q − расход жидкости при начальном напоре H_1.

Таким образом, время опорожнения сосуда при переменном напоре в 2 раза больше того времени, которое требуется для вытекания жидкости при начальном напоре H_1, в количестве, равном первичному объему V_1.