

# ОСНОВЫ ЛОГИКИ

Основные понятия и операции формальной логики  
Логические выражения и их преобразование  
Построение таблиц истинности логических выражений  
Основные логические устройства компьютера

# Понятие логики

Слово **логика** обозначает совокупность правил, которым подчиняется процесс мышления.

Логика очень древняя наука. Еще в античные времена была известна **формальная логика**, позволяющая делать заключение о правильности какого-либо суждения не по его фактическому содержанию, а только по форме его построения.

# Законы логики

- 1. *Закон исключения третьего.*

Был известен уже в древности. Его содержательная трактовка такова: «Во время своих странствований Платон **БЫЛ** в Египте **ИЛИ не БЫЛ** Платон в Египте». В такой трактовке это и любое другое выражение будут правильны (тогда говорили: *истинно*). Ничего другого быть не может: Платон либо был, либо не был в Египте – третьего не дано.

- 2. *Закон непротиворечивости.*

Если сказать: «Во время своих странствий Платон **БЫЛ** в Египте **И не БЫЛ** Платон в Египте, то очевидно, что любое высказывание, имеющее такую форму, всегда будет *ложно*.

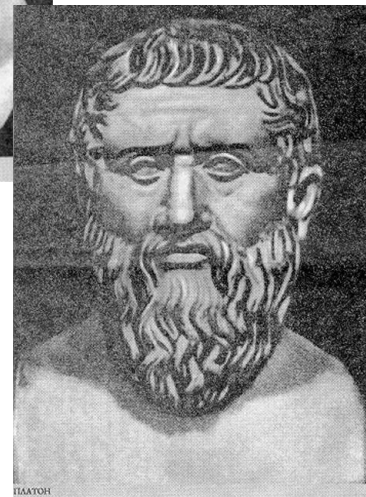
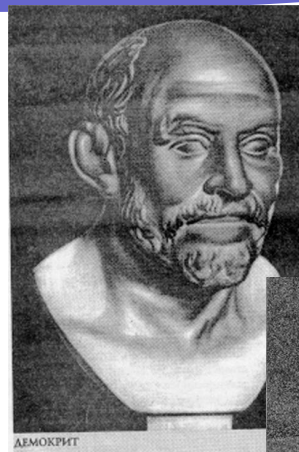
- 3. *Закон отрицания:* «Если **НЕ** верно, что Платон **Не БЫЛ** в Египте, то значит, Платон **БЫЛ** в Египте».

# Этапы развития логики (1)

- **Первый этап** развития логики связан с работами древних ученых и философов, живших до н.э. Демокрита, Аристотеля, Платона, Евклида.

Аристотель впервые дал систематическое изложение логики, он пытался найти ответ на вопрос «как мы рассуждаем», изучал правила мышления, анализировал его. Так возникла формальная логика.

До 19 века ее законы сохраняли форму высказываний на разговорном языке.



# Этапы развития логики (2)

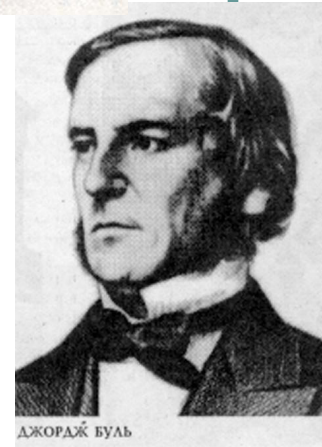
- **Второй этап** – появление математической или символической логики. Основы ее были заложены французским ученым Рене Декартом и немецким ученым Вильгельмом Лейбницем.
- Лейбниц высказал идею заменить простые рассуждения действиями со знаками и привел соответствующие правила.
- Но окончательно эту идею в 1847 г. развил англичанин Джорж Буль, преподаватель провинциального университета в маленьком городе Корке на юге Англии, который и считается основоположником математической логики, как самостоятельной дисциплины. (Булева алгебра).
- Однако прошло еще почти 100 лет, прежде чем в 1938 году американский математик и инженер Клод Шеннон обнаружил, что созданная Булем алгебра приложима не только к логике, но и к теории электрических цепей, к любым переменным, которые могут принимать только два значения, самое главное, она лежит в основе всех операций ЭВМ.



РЕНЕ ДЕКАРТ



ГОТФРИД В. ЛЕЙБНИЦ



ДЖОРДЖ БУЛЬ

# Алгебра логики

- Алгебра логики очень проста, так как каждая переменная может принимать только два значения: истинно или ложно. Трудность изучения алгебры логики возникает из-за того, что для обозначения переменных применяют символы 1 и 0, которые по написанию совпадают с обычными арифметическими 1 и 0.
- Но совпадение только внешнее, так как смысл они имеют совсем иной. Логическая 1 не есть одна штука чего-то реального, это знак того, что свершилось какое-то событие, например, Платон был в Египте.. логическая 1 означает, что какое-то событие истинно, в противоположность этому логический 0 означает, что высказывание не соответствует истине, т.е. ложно, в частности Платон не был в Египте.
- Возможно, что лучше было бы иметь специальные символы-иероглифы для логических истинно и ложно, но сейчас говорить об этом не приходится, т.к. алгебра логики уже сложилась, ее надо принимать такой , какова она есть.

# Высказывания

- В основе работы логических схем и устройств ПК лежит специальный математический аппарат – математическая логика. Она изучает вопросы применения математических методов для решения логических задач и построения логических схем.
- Алгебру логики иначе называют алгеброй высказываний.

**Высказывание** – это повествовательное предложение, о котором можно сказать, что оно истинно или ложно.

- Например,

***Земля – планета Солнечной системы***

$$2 + 8 < 5$$

$$5 \cdot 5 = 25$$

***Всякий квадрат есть параллелограмм***

***Всякий параллелограмм есть квадрат***

$$2 \cdot 2 = 5$$

***истинно***

***ложно***

***истинно***

***истинно***

***ложно***

***ложно***

# Примеры

А вот примеры, не являющиеся высказываниями:

- *Уходя, гасите свет.*
- *Да здравствует мыло душистое и полотенце пушистое.*

Высказывания, приведенные выше, являются простыми.

Сложное высказывание получается путем объединения простых высказываний связками – союзами И, ИЛИ и частицей НЕ. Значение истинности сложных высказываний зависит от истинности входящих в них простых высказываний и объединяющих их связок.

Например, даны четыре простых высказывания:

- *На улице идет дождь.*
- *На улице светит солнце.*
- *На улице пасмурная погода.*
- *На улице идет снег.*



# Задание

- Составьте два сложных высказывания, одно из которых в любой ситуации будет ложно, а другое всегда истинно, обязательно используя все предложенные простые высказывания.

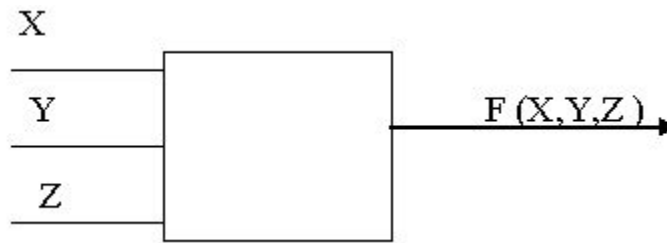
В ответе: в одном случае объединим все высказывания союзом ИЛИ и получим истинное высказывание, а в другом – используя союз И, получим высказывание всегда ложное. Придумайте примеры.

# Логические операции

Алгебра логики очень проста еще и потому, что имеет только три логические функции: операции **ИЛИ**, **И**, **НЕ**.

Любое устройство, выполняющее действия над двоичными числами, можно рассматривать как функциональный преобразователь.

Причем входные числа – значения входных логических переменных, а выходное число – значение логической функции, которое получено в результате выполнения определенных операций. Таким образом, этот преобразователь реализует некоторую логическую функцию.



# Таблица истинности

- Значения логической функции при различных сочетаниях входных переменных обычно задается специальной таблицей, которая называется таблицей истинности.
- Количество наборов входных переменных ( $Q$ ) можно определить по формуле:  $Q = 2^n$ , где  $n$  – количество входных переменных. Таблица может иметь вид:

X	Y	Z	F(X,Y,Z)
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0

# Логические операции

В алгебре высказываний, как и в обычной алгебре, вводится ряд операций. Связки И, ИЛИ и НЕ заменяются логическими операциями: конъюнкцией, дизъюнкцией и инверсией.

Это основные логические операции, при помощи которых можно записать любую логическую функцию.

- Логическая операция **И** (КОНЪЮНКЦИЯ )

Обозначается знаком  $\wedge$  или  $\&$ ,

Иначе называется ЛОГИЧЕСКОЕ УМНОЖЕНИЕ.

Конъюнкция двух логических переменных истинна тогда и только тогда, когда оба высказывания истинны.

**Пример.**  $A \wedge B \wedge C = 1$ , если  $A=1$ ,  $B=1$ ,  $C=1$ .

Таблица истинности конъюнкции имеет вид:

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

# ИЛИ

- Логическая операция **ИЛИ** (ДИЗЪЮНКЦИЯ)

Обозначается знаком  $\vee$ ,

Иначе называется ЛОГИЧЕСКОЕ СЛОЖЕНИЕ.

Дизъюнкция двух логических переменных ложна тогда и только тогда, когда оба высказывания ложны..

Пример,  $A \vee B \vee C = 0$ , если  $A=0$ ,  $B=0$ ,  $C=0$ .

Таблица истинности дизъюнкции имеет вид:

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

# НЕ

- Логическая операция **НЕ** (ИНВЕРСИЯ)

Обозначается черточкой над именем переменной,  
Иначе называется ОТРИЦАНИЕ.

Инверсия логической переменной истинна, если сама переменная  
ложна, и, наоборот, инверсия ложна, если переменная истинна.

Таблица истинности имеет вид:

A	$\bar{A}$
1	0
0	1

В алгебре высказываний любую логическую функцию можно выразить  
через основные логические операции. По формуле логической  
функции легко рассчитать таблицу истинности, необходимо только  
учитывать порядок выполнения логических операций (приоритет) и  
скобки.

# Логические выражения и их преобразование

## Построение таблиц истинности логических выражений

В алгебре логики, как и в элементарной, справедливы законы – переместительный, сочетательный и распределительный.

Операции выполняются слева направо с учетом скобок. Приоритет логических операций:

ИНВЕРСИЯ,

КОНЪЮНКЦИЯ,

ДИЗЪЮНКЦИЯ.

Таким образом, сохраняется тот же порядок как в обычной алгебре: сначала все умножения, а потом сложения.

## Основные логические устройства компьютера

При проектировании и разработке ЭВМ выбирается набор элементов, из которых составляются схемы функциональных устройств. Элементы интегральных схем, реализующие логические операции над двоичными переменными называют **логическими элементами**. Это триггеры, регистры, сумматоры



# Триггер

Основной элемент ЭВМ – триггер – устройство, имеющее два устойчивых состояния, 0 и 1. Триггер используется для хранения одного бита информации.

Из логических элементов и триггеров создаются схемы узлов ЭВМ, функционально предназначенные для выполнения операций запоминания, преобразования, пересылки машинных слов или их частей. К ним относятся регистр, сумматор, счетчик, дешифратор, мультиплексор, таймер и т.д.

# Регистр

**Регистр** – узел ЭВМ, предназначенный для хранения одного машинного слова.

Он представляет совокупность триггеров, число которых соответствует числу разрядов в слове и схем, обеспечивающих выполнение ряда операций:

сброс (установка в 0),  
передача и прием слова,  
сдвиг слова и т.д.

В соответствии с типом хранящегося машинного слова регистрам присваиваются наименования, например, регистр команд, индексный регистр, регистр адреса и т.д.

# Сумматор

- **Сумматор**, узел АЛУ, посредством которого осуществляется суммирование чисел.
- На принципиальных электрических схемах логические элементы изображаются прямоугольниками с обозначением входов и выходов.

