

Федеральное государственное образовательное учреждение высшего образования «Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта» Институт природопользования, территориального развития и градостроительства

## ПРОЕКТНАЯ РАБОТА

### «Исследование математических колебаний»

Специальность: 07.02.01 Архитектура

Разработала студентка

Группы А-11

\_\_\_\_\_ А. А. Егорова

Руководитель

\_\_\_\_\_ Е. Х. Тавгер

Консультант

\_\_\_\_\_ И. О. Сидоренко

Калининград

2020 г.

# СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ
2. 1 МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ
3. 1.1 Гармонические колебания
4. 1.2 Негармонические колебания
5. 1.3 Свободные колебания
6. 1.4 Вынужденные колебания
7. 2 ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ПЕРИОДА И ЧАСТОТЫ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ НИТЯНОГО МАЯТНИКА ОТ ЕГО ДЛИНЫ
8. 2.1 Проведение серии экспериментов
9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ
10. СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

# ВЕДЕНИЕ

Работа посвящена изучению различных колебаний. Изучая колебания, мы будем обращать внимание не только на то, что «волнуется» и что «колеблется», а главным образом на то, как и почему происходят колебания.

Цель работы: исследовать математические колебания и их зависимость от периода и частоты свободных.

# 1 МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Математическим маятником называют материальную точку с массой  $m$ , подвешенную на тонкой нерастяжимой невесомой нити (или невесомом стержне), колеблющуюся в поле тяготения Земли.

При отклонении маятника из положения равновесия на некоторый угол появляется сила, направленная в сторону, противоположную отклонению маятника. Формула периода колебания этого маятника была выведена голландским ученым Гюйгенсом (1629-1695 гг.).

Период колебаний любого другого маятника зависит от разных обстоятельств. Именно поэтому определение периода висящего тела является довольно сложной задачей. В результате наблюдений над подобными механическими системами можно установить такие закономерности:

Если, сохраняя одинаковую длину маятника, подвешивать различные грузы, то период их колебаний получится одинаковым, хотя их массы будут сильно различаться. Следовательно, период такого маятника не зависит от массы груза.

Если при запуске системы отклонять маятник на не слишком большие, но разные углы, то он станет колебаться с одинаковым периодом, но по разным амплитудам.

## 1.1 Гармонические колебания

Уравнение описывающее физические системы способные совершать гармонические колебания с циклической частотой  $\omega_0$  задаётся следующим образом:

$$a + \omega_0^2 x = 0$$

Решение предыдущего уравнения является уравнением движения для гармонических колебаний, которое имеет вид:

где:  $x = A \cos(\omega t + \varphi_0)$

$x$  – смещение тела от положение равновесия,

$A$  – амплитуда колебаний, то есть максимальное смещение от положения равновесия,  $\omega$  – циклическая или круговая частота колебаний ( $\omega = 2\pi/T$ ),  $t$  – время.

Величина, стоящая под знаком косинуса:  $\varphi = \omega t + \varphi_0$ , называется фазой гармонического процесса. Смысл фазы колебаний: стадия, в которой колебание находится в данный момент времени. При  $t = 0$  получаем, что  $\varphi = \varphi_0$ , поэтому  $\varphi_0$  называют начальной фазой (то есть той стадией, из которой начиналось колебание).

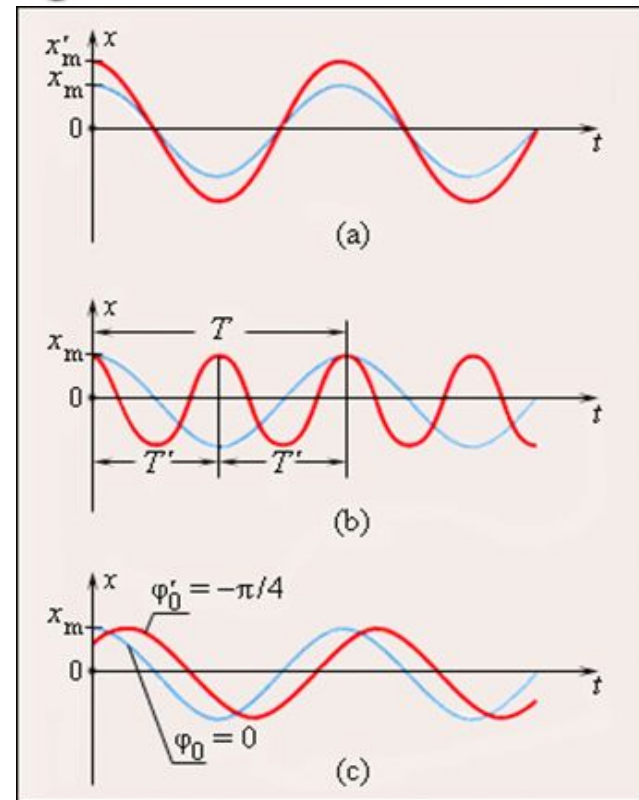
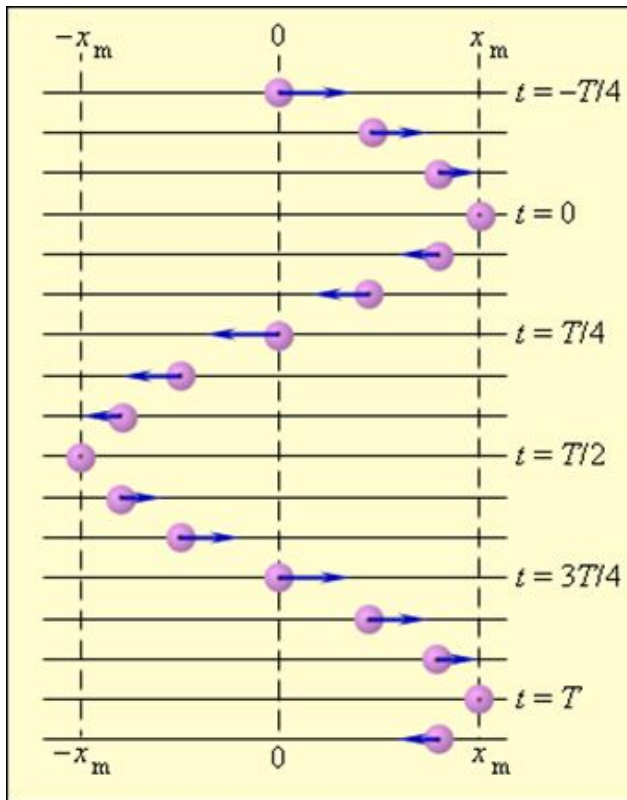
Минимальный интервал времени, через который происходит повторение движения тела, называется периодом колебаний  $T$ . Если же количество колебаний  $N$ , а их время  $t$ , то период находится как:

Физическая величина, обратная периоду колебаний, называется частотой колебаний:

$$T = \frac{t}{N}$$

Частота колебаний  $\nu$  показывает, сколько колебаний совершается за 1 с. Единица частоты – Герц (Гц). Частота колебаний связана с циклической частотой  $\omega$  и периодом колебаний  $T$  соотношениями:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$$





Зависимость скорости от времени при гармонических механических колебаниях выражается следующей формулой:  $v = x'(t) = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0)$

Максимальное значение скорости при гармонических механических колебаниях:  $v_m = \omega A$

Зависимость ускорения от времени при гармонических механических колебаниях:  $a = v'(t) = x''(t) = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0)$

Максимальное значение ускорения при механических гармонических колебаниях:  $a_m = A\omega^2$

## 1.2 Негармонические колебания

Негармонические колебания – это колебания которые не происходят по закону синуса и косинуса

## 1.3 Свободные колебания

Колебания считают свободными (собственными) в том случае, если они выполняются только за счет энергии, которая была сообщена колебательной системе в начальный момент времени и далее внешние воздействия на эту систему отсутствуют.

Все такие тела или совокупности тел, которые сами по себе могут совершать периодические движения, или колебания, называют колебательными системами.

## 1.4 Вынужденные колебания

Колебания, совершающиеся под воздействием внешней периодической силы, называются вынужденными.

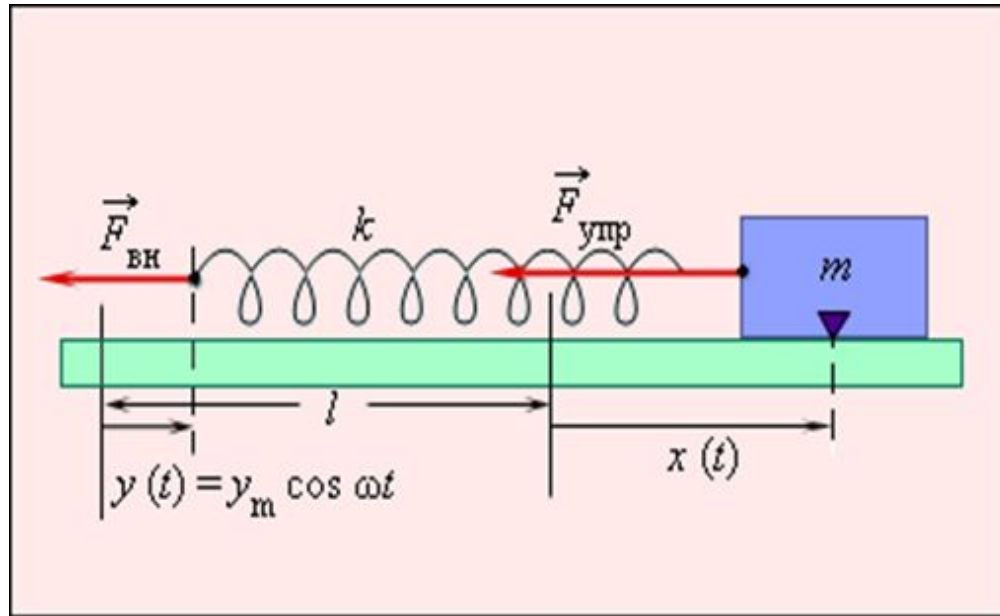
В этом случае внешняя сила совершает положительную работу и обеспечивает приток энергии к колебательной системе. Она не дает колебаниям затухать, несмотря на действие сил трения.

Рассмотрим в качестве примера вынужденные колебания тела на пружине (рис. 3). Внешняя сила приложена к свободному концу пружины. Она заставляет свободный (левый на рис. 2.5.1) конец пружины перемещаться по закону:

$$y = y_m \cos \omega t.$$

где  $y_m$  – амплитуда колебаний,  $\omega$  – круговая частота.

Такой закон перемещения можно обеспечить с помощью шатунного механизма, преобразующего движение по окружности в поступательно-возвратное движение .

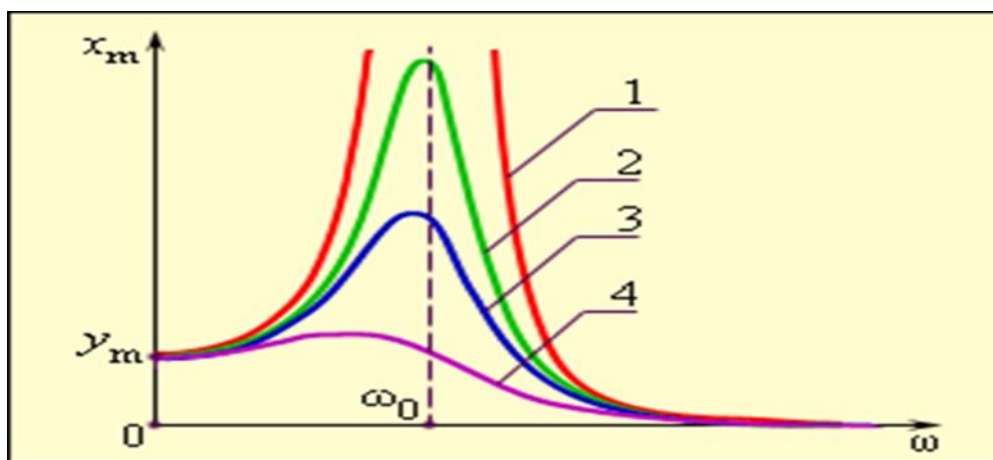
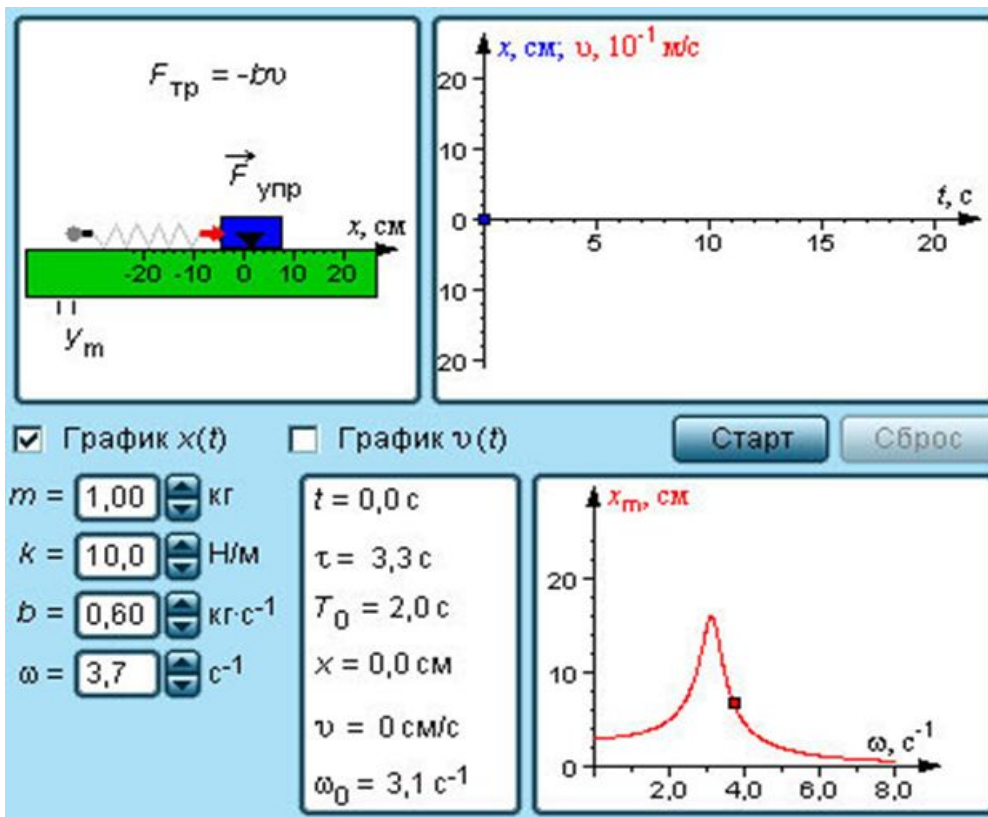


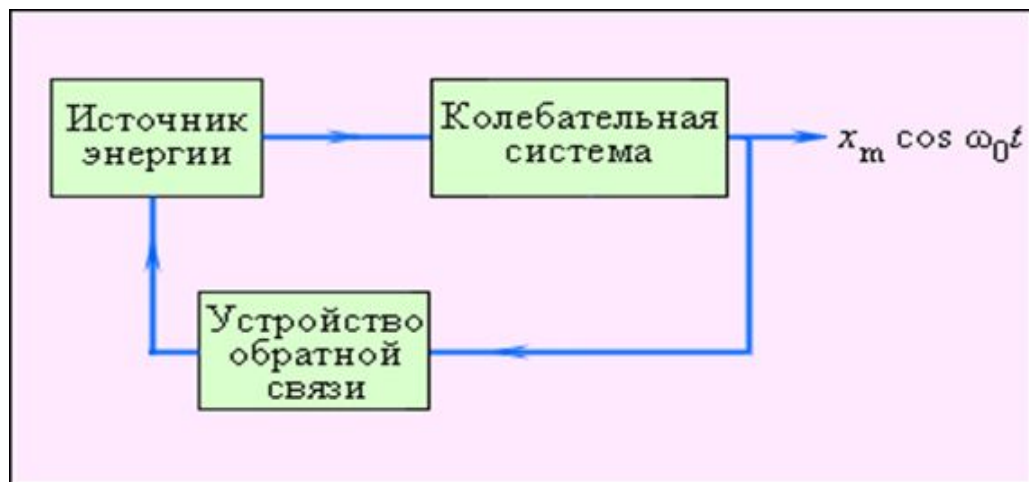
Если левый конец пружины смещен на расстояние  $y$ , а правый – на расстояние  $x$  от их первоначального положения, когда пружина была недеформирована, то удлинение пружины  $\Delta l$  равно:

$$\Delta l = x - y = x - y_m \cos \omega t.$$

Второй закон Ньютона для тела массой  $m$  принимает вид:

$$ma = -k(x - y) = -kx + k y_m \cos \omega t.$$





## 2 ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ПЕРИОДА И ЧАСТОТЫ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ НИТЯНОГО МАЯТНИКА ОТ ЕГО ДЛИНЫ

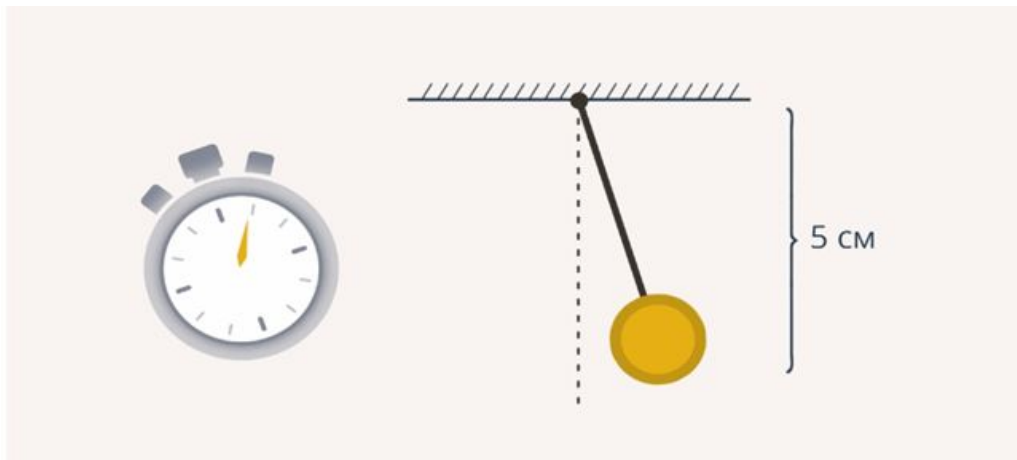
Цель: выяснить, как зависит период и частота свободных колебаний математического маятника от его длины.

Для выполнения работы нам потребуется таблица:

Величина/№	1	2	3	4	5
Длина (см)	5	20	45	80	125
Число колебаний	30	30	30	30	30
Время (с)					
Период (с)					
Частота (Гц)					



## 2.1 Проведение серии экспериментов



Период колебаний:  $T = \frac{t}{N}$  (с). Частота колебаний:  $\nu = \frac{1}{T} = \frac{N}{t}$  (Гц),  
 где  $t$  – это время, а  $N$  – количество колебаний, совершенных за время  $t$ .

Величина/№	1	2	3	4	5
Длина (см)	5	20	45	80	125
Число колебаний	30	30	30	30	30
Время (с)	13,2	26,59	40,32	52,81	66,21
Период (с)	0,44	0,886	1,344	1,76	2,207
Частота (Гц)	2,27	1,128	0,744		

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Нужно признать, что:

- период колебаний  $T$  не зависит от массы  $m$  маятника;
- при небольших отклонениях от положения равновесия период не зависит от амплитуды колебаний маятника (в пределах точности измерения времени  $\Delta t = \pm 0,1$  секунды);
- период колебаний  $T$  зависит от длины нити  $l$  подвеса маятника, причем квадрат периода  $T^2$  пропорционален длине нити подвеса  $l$ . Это означает, что выполняется равенство:  $T^2 = C l$ ,
- где  $C$ - постоянная, имеющая физическую размерность  $[C] = \text{с}^2 / \text{м}$ . Из наших измерений следует, что  $C = T^2 / l \approx 4,84 / 1,2 \approx 4 \text{ с}^2 / \text{м}$ .
- Постоянная  $C$  обратно пропорциональна важной физической величине- ускорению свободного падения тел вблизи поверхности Земли.
- Благодаря вышеперечисленным работам было проведено практическое подтверждение ранее заявленной цели.

Эта тема актуальна, так как может пригодиться мне для дальнейшего изучения физических процессов и их применения на практике и создания новых научно-исследовательских проектах.

# СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крылов А. Н. «Очерк истории установления основных начал механики» УФН 2 143–161(1921).
2. Лабораторный практикум по общей физике (колебания и волны) [Электронный ресурс]: – Режим доступа: <https://lycu1580.mskobr.ru/> – (Дата обращения – 07.02.2020)
3. Механические колебания и волны [Электронный ресурс]: – Режим доступа: <https://physics.ru/> – (Дата обращения – 07.02.2020)
4. Негармоническое колебание [Электронный ресурс]: – Режим доступа: <https://www.ngpedia.ru/> – (Дата обращения – 07.02.2020)
5. Колебания [Электронный ресурс]: – Режим доступа: <https://educon.by/> – (Дата обращения – 07.02.2020)
6. Аксенович Л.А. Физика в средней школе: Теория. Задания. Тесты: учеб. пособие для учреждений, обеспечивающих получение общ. сред. образования/Л.А. Аксенович, Н.Н. Ракина, К.С. Фарино. Под ред. К.С. Фарино. – Минск.: Адукацыя і выхаванне, 2004.
7. Физика: механика. 10 кл.: учеб. для углубленного изучения физики/М.М. Балашов, А.И. Гомонова, А.Б. Долицкий и др. Под ред. Г.Я. Мякишева. – М.: Дрофа, 2002. – 496 с.
8. Элементарный учебник физики. Под ред. Г.С. Ландсберга. Т. 3. – М., 1974.