

**Тема.**

**Векторы в пространстве.**

**Операции над векторами.**

18.04.2014

# Цели и задачи:

1. Определение вектора. Координаты вектора и его модуль. Нулевой вектор.
2. Понятие вектора в разных науках.
3. Виды векторов (коллинеарные, сонаправленные, противоположно направленные, равные).
4. Действия над векторами (сложение, вычитание, умножение на число, скалярное умножение).
5. Условие перпендикулярности векторов.
6. Угол между векторами.

«Никакой достоверности нет в науках там,  
где нельзя приложить ни одной  
из математических наук, и в том,  
что не имеет связи с математикой».

Леонардо да Винчи.



**Вектор** – направленный отрезок.

Координатами вектора с началом в точке

$A_1(x_1; y_1; z_1)$  и концом в точке

$A_2(x_2; y_2; z_2)$  называются числа

$x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1$ .

***Нулевой вектор*** – точка в пространстве.

Начало и конец нулевого вектора совпадают, и он не имеет длины и направления.

***Модуль*** (длиной или абсолютной величиной) вектора называется длина отрезка, изображающего вектор.

Формула.

# Понятие вектора в науках.

1. В медицине.

**Электрокардиография** — методика регистрации и исследования электрических полей, образующихся при работе сердца.

На электрокардиограмме (ЭКГ) отражается усреднение всех **векторов** потенциалов действия, возникающих в определённый момент работы сердца.



## 2. В биологии.

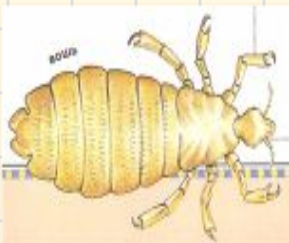
**Вектор** (в генетике) — молекула нуклеиновой кислоты, чаще всего ДНК, используемая в генетической инженерии для передачи генетического материала другой клетке.



### 3. В микробиологии.

В эпидемиологии **вектор** - организм, переносящий паразитов от одного организма-хозяина к другому - переносчик инфекционных заболеваний.

Например, вши переносят возбудителей сыпного тифа, крысы – чумы, а клещи являются переносчиками вируса, вызывающего энцефалит.



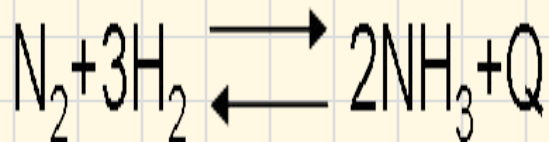
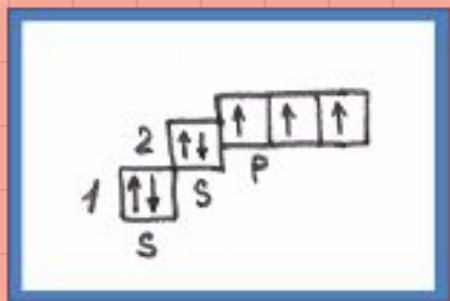
#### 4. В философии:

**Эманация** (лат. emanatio — истечение, распространение), понятие античной философии, онтологический **вектор** перехода от высшей сферы к низшим, менее совершенным сферам; т.е. распространение избыточной полноты абсолютного Бытия [за пределы собственно своего бытия].



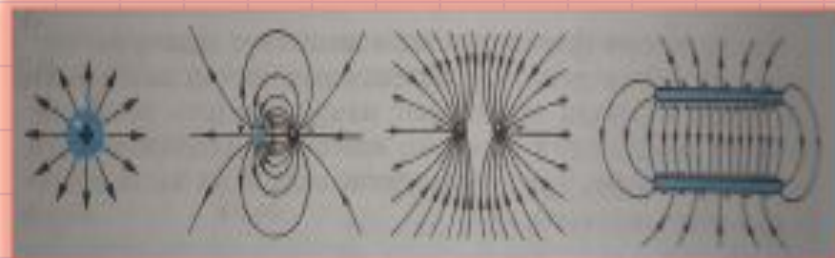
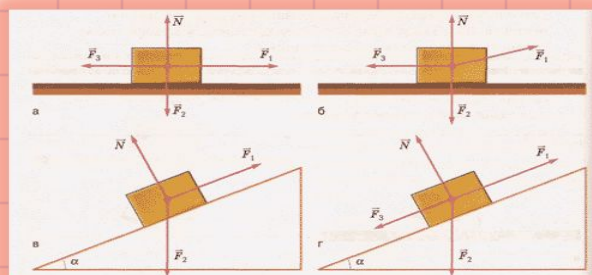
## 5. В химии.

- Электронное строение атомов.
- Обратимые реакции.
- Знаком вектора обозначается осадок, или газ.



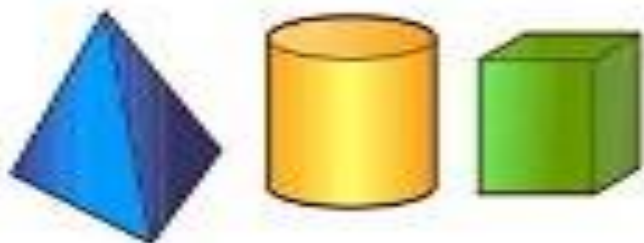
## 6. В физике

**Векторы** - сила, скорость, ускорение, напряженность электрического и магнитного полей. Их можно противопоставить другим величинам, таким, как масса, площадь, объем, давление, температура и плотность, которые можно описать обычным числом, и называются они "**скалярами**".



## 7. В геометрии:

под **векторами** понимают направленные отрезки. С помощью векторов можно находить *площади* различных фигур, например треугольников и параллелограммов, а так же *объёмы* тетраэдра и параллелепипеда.



# Виды векторов.

Два ненулевых вектора называются *коллинеарными*, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

## *Условие коллинеарности векторов.*

Два вектора коллинеарные, если их соответствующие координаты пропорциональны.

Если векторы коллинеарные и их лучи направлены в одну сторону, то векторы называются *сонаправленными*.

Обозначаются :  $a \uparrow \uparrow b$ .

Если векторы коллинеарные и их лучи направлены в разные стороны, то векторы называются *противоположно направленными*.

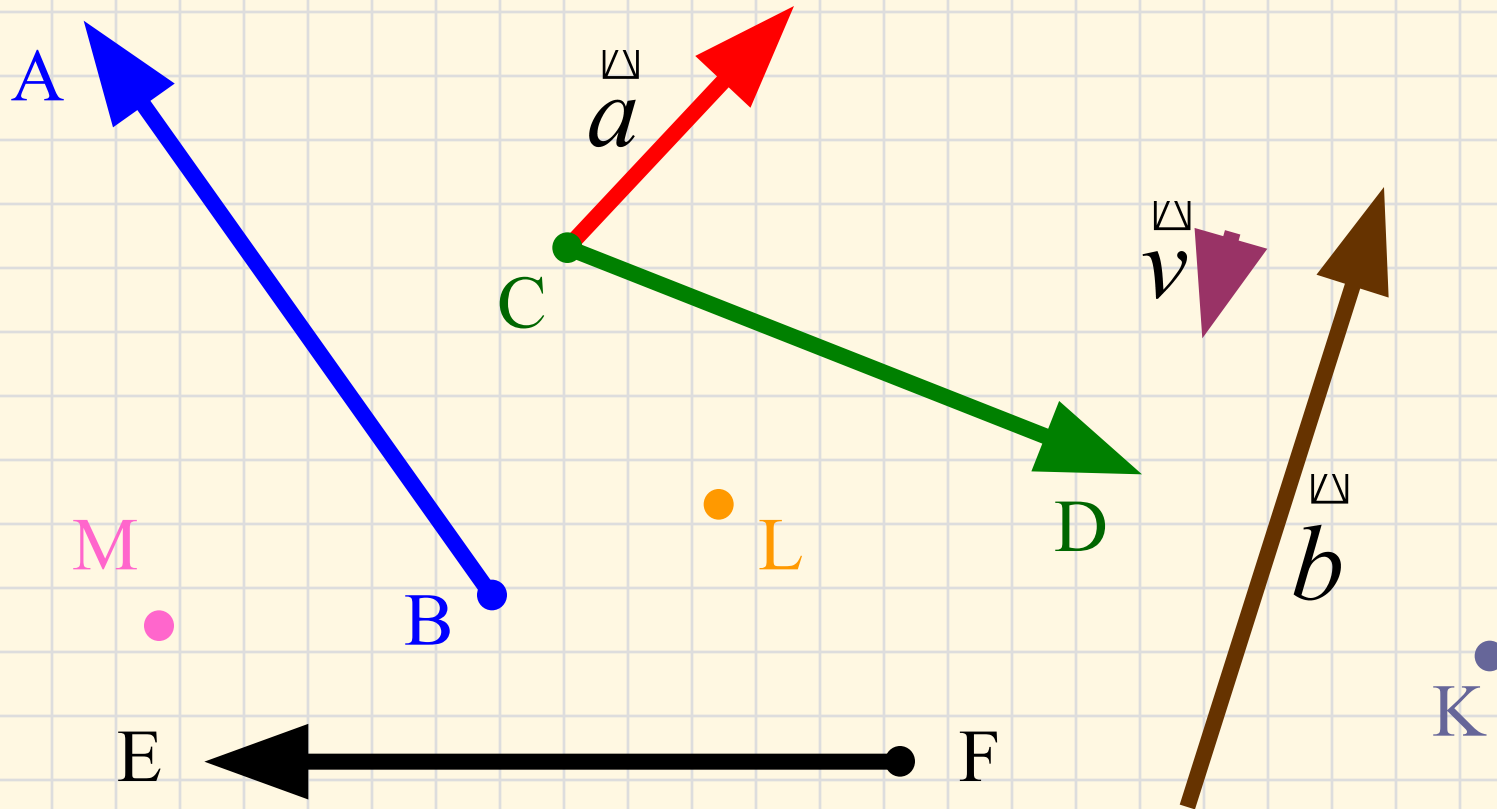
Обозначаются :  $a \uparrow \downarrow b$ .

Нулевой вектор считают сонаправленным с любым.

Два вектора называются *равными*, если они сонаправлены и их длины равны.

# Операции над векторами.

Сложение и вычитание векторов

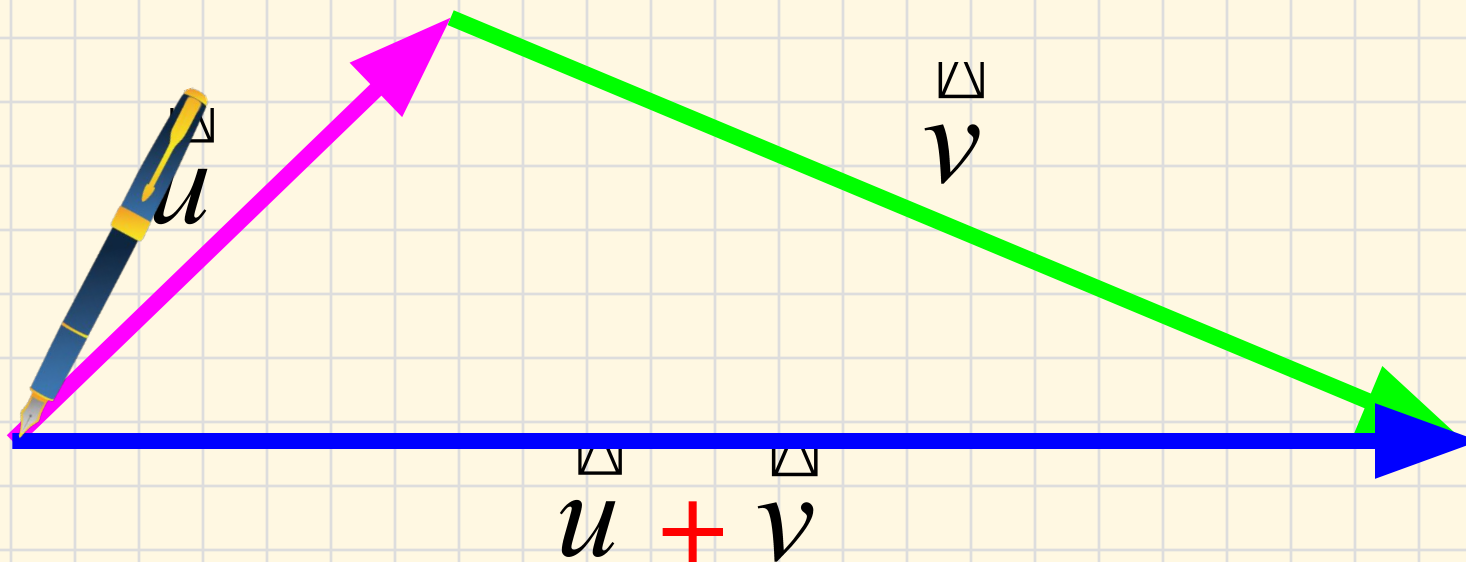


***Суммой векторов***  $a$  и  $b$  с координатами  $x_1, y_1, z_1$  и  $x_2, y_2, z_2$  называется вектор с координатами  $x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2$ .

***Разностью векторов***  $a$  и  $b$  с координатами  $x_1, y_1, z_1$  и  $x_2, y_2, z_2$  называется вектор с координатами  $x_1-x_2, y_1-y_2, z_1-z_2$ .

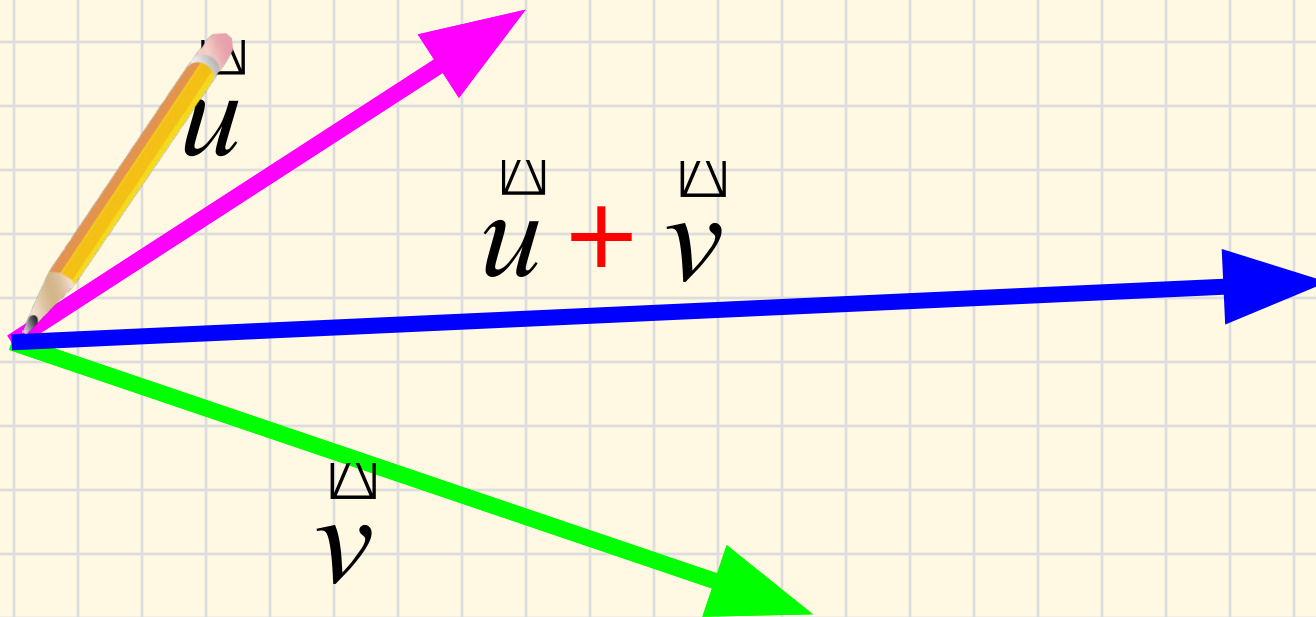
# Сумма двух векторов.

**Правило треугольника.** Для сложения двух векторов по правилу треугольника оба эти вектора переносятся параллельно самим себе так, чтобы начало одного из них совпадало с концом другого. Тогда вектор суммы задаётся третьей стороной образовавшегося треугольника, причём его начало совпадает с началом первого вектора.



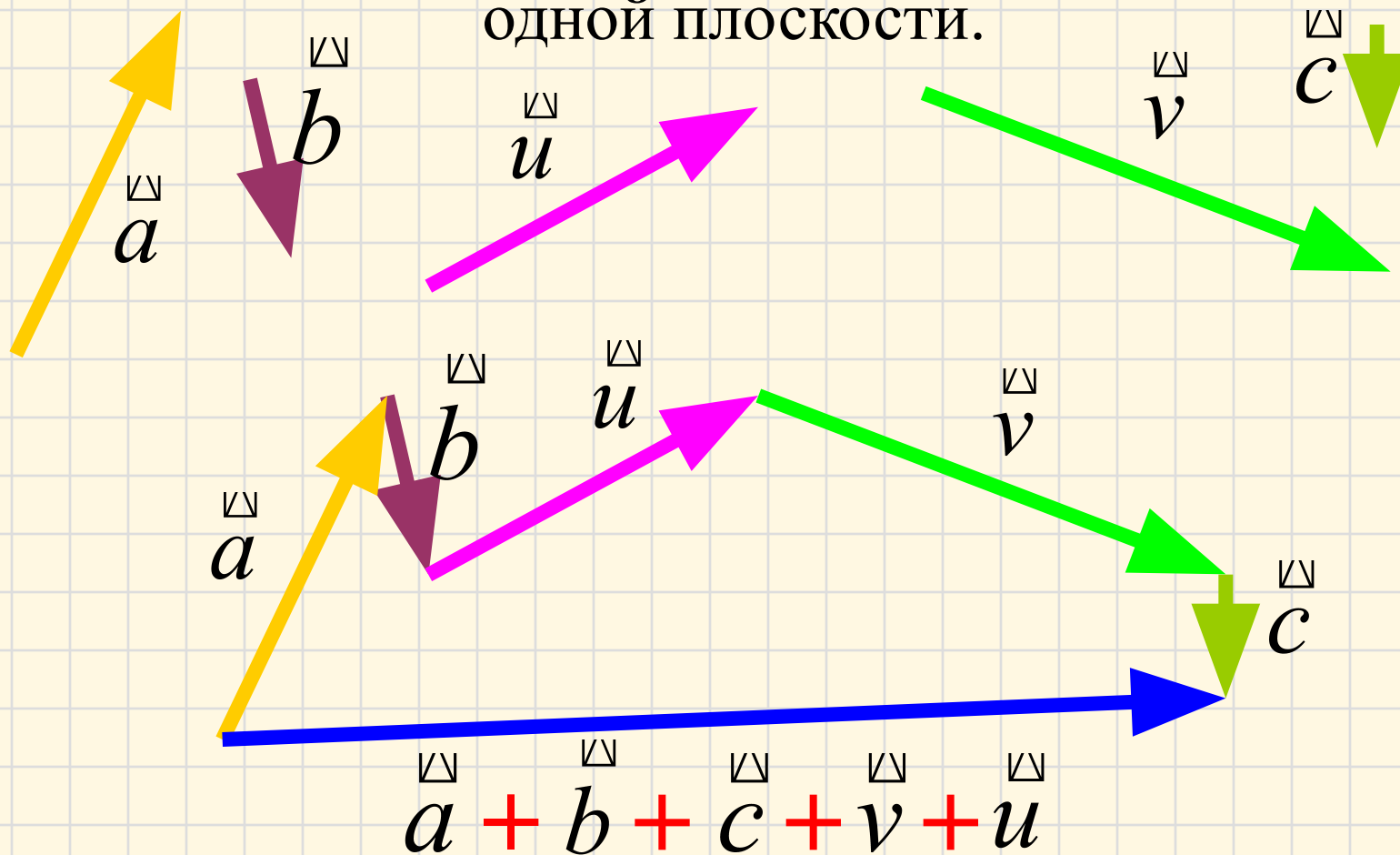


**Правило параллелограмма.** Для сложения двух векторов по правилу параллелограмма оба эти вектора переносятся параллельно самим себе так, чтобы их начала совпадали. Тогда вектор суммы задаётся диагональю построенного на них параллелограмма, исходящей из их общего начала.

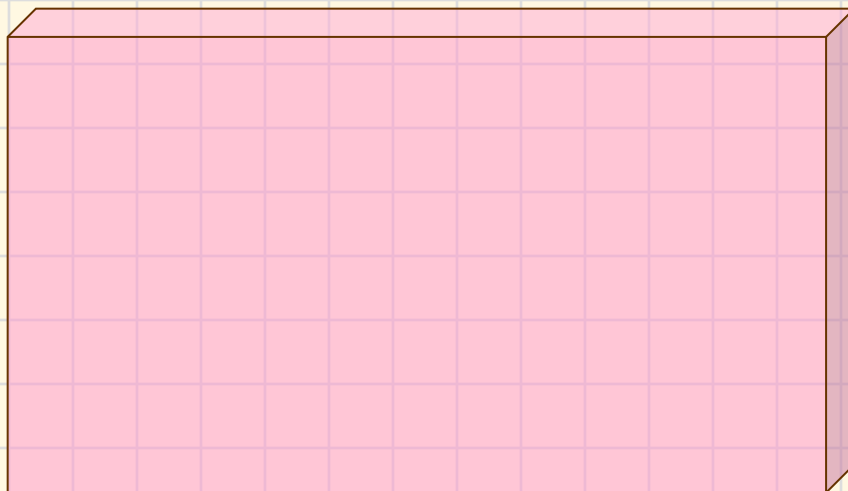


## *Правило многоугольника.*

Суммировать можно любое число векторов, причем векторы необязательно должны лежать в одной плоскости.

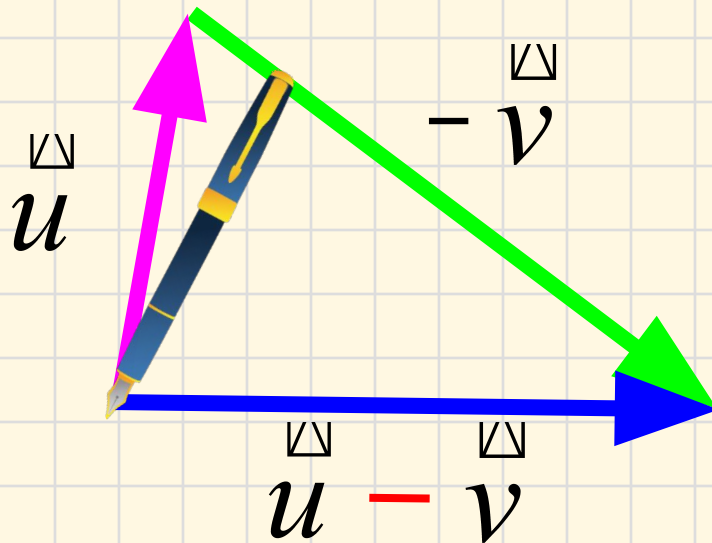


## 4. Правило параллелепипеда.



# Разность двух векторов.

Чтобы вычесть вектор, надо прибавить коллинеарный ему вектор, направленный в противоположную сторону. Для вычитания двух векторов оба эти вектора переносятся параллельно самим себе так, чтобы начало одного из них совпадало с концом другого. Тогда вектор суммы задаётся третьей стороной образовавшегося треугольника, причём его начало совпадает с началом первого вектора.



# Произведение вектора на число.

Произведением вектора  $\vec{u}$  и числа  $\lambda$  называется вектор, обозначаемый  $\lambda \vec{u}$ , модуль которого равен  $|\lambda| \cdot |\vec{u}|$ , а направление совпадает с направлением вектора  $\vec{u}$ , если  $\lambda > 0$ , и противоположно ему, если  $\lambda < 0$ . Если же  $\lambda = 0$ , или вектор  $\vec{u}$  нулевой, тогда и только тогда произведение  $\lambda \vec{u}$  — нулевой вектор.

Дано:

$$\lambda > 0$$

$$\lambda = 3$$

$\vec{u}$

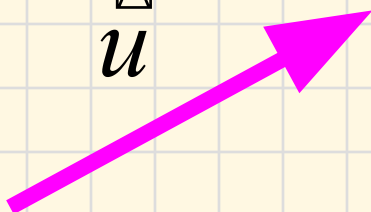
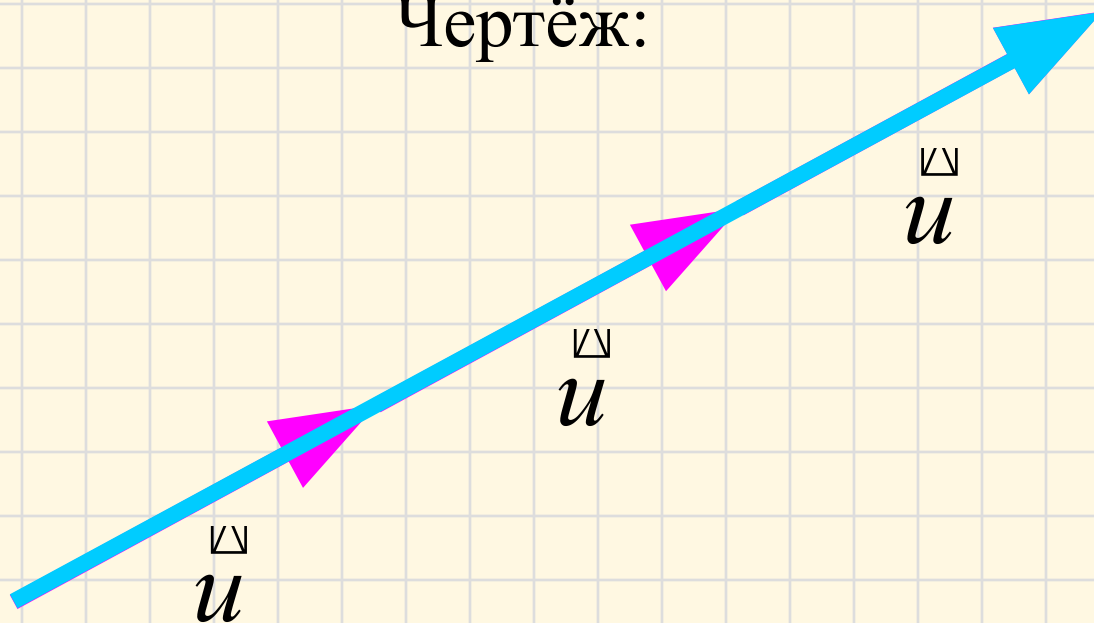


Чертёж:



Длина вектора увеличивается в  $\lambda$  раз,  
и направление остаётся прежним.

Дано:

$$\lambda < 0$$

$$\lambda = -3$$

$\vec{u}$

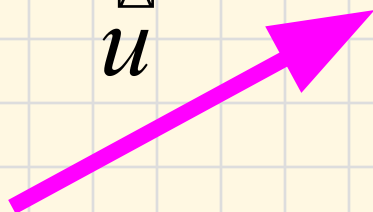
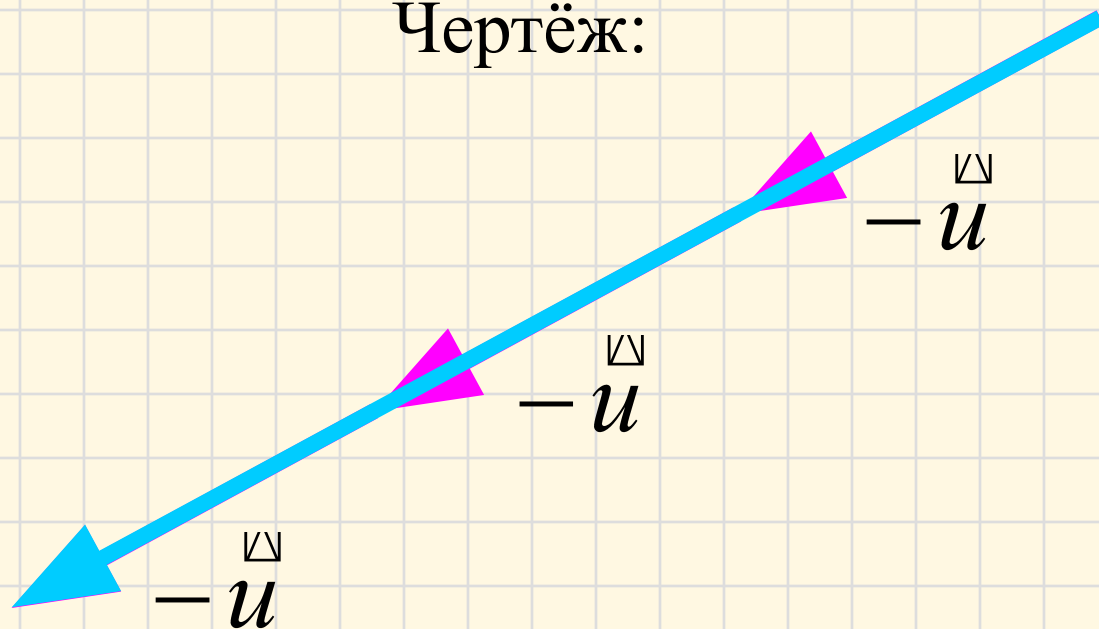


Чертёж:



Длина вектора увеличивается в  $\lambda$  раз, а направление меняется на противоположное.

Дано:

$$\lambda = 0$$

$\vec{u}$   
 $u$

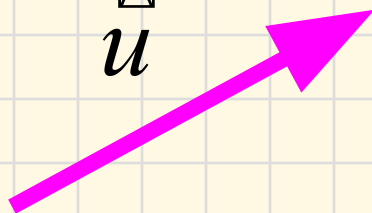


Чертёж:



Вектор станет нулевым, т. е. преобразуется в точку.



# Скалярное произведение векторов.

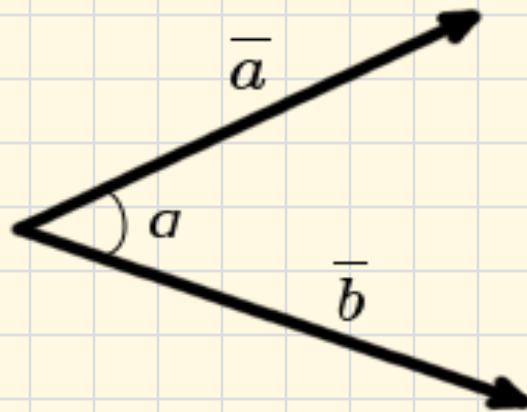
Чтобы *скалярно умножить* два вектора, надо умножить их соответствующие координаты и сложить их. В результате получим число.

## *Условие перпендикулярности векторов.*

Если скалярное произведение отличных от нуля векторов равно нулю, то векторы *перпендикулярны*.

# Угол между векторами.

*Углом между двумя векторами, отложенными от одной точки, называется кратчайший угол, на который нужно повернуть один из векторов вокруг своего начала до положения сонаправленности с другим вектором.*



- *Косинус угла между*  
векторами равен скалярному  
произведению векторов, поделенному на  
произведение модулей векторов.
- Формула вычисления угла между  
векторами

$$\cos \alpha = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} / |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}|$$

**Спасибо за внимание!**

