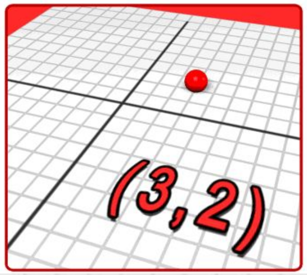
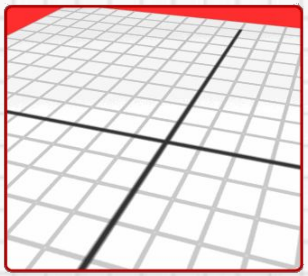
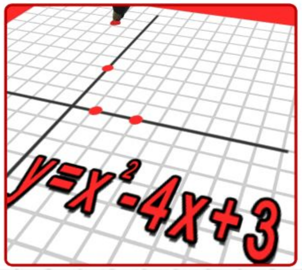
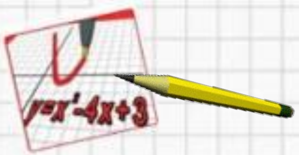


МБОУ СОШ с. Восток

Справочник

Алгебра



Степень с натуральным показателем

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots\ldots \cdot a}_{n \text{ множителей}} = a^n$$

***a^n* - степень с натуральным показателем;**

***a* – основание степени;**

***n* – показатель степени.**

$$a^1 = a$$

Таблица степеней

$2^1 = 2$

$2^2 = 4$

$2^3 = 8$

$2^4 = 16$

$2^5 = 32$

$2^6 = 64$

$2^7 = 128$

$2^8 = 256$

$2^9 = 512$

$2^{10} = 1024$

$3^1 = 3$

$3^2 = 9$

$3^3 = 27$

$3^4 = 81$

$3^5 = 243$

$3^6 = 729$

$5^1 = 5$

$5^2 = 25$

$5^3 = 125$

$5^4 = 625$

$7^1 = 7$

$7^2 = 49$

$7^3 = 343$

$1^n = 1$ *для любого* n

$0^n = 0$ *для любого* n

$(-1)^n = 1$ *для четных* n

$(-1)^n = -1$ *для нечетных* n

Свойства степеней

1. $a^1 = a;$
2. $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \ldots \cdot a;}_{n \text{ раз}}$
3. $a^0 = 1$, где $a \neq 0;$
4. $1^n = 1;$
5. $0^n = 0;$
6. $(-1)^{2n} = 1;$
7. $(-1)^{2n-1} = -1;$
8. $10^n = \underbrace{100\ldots\ldots0;}_{n \text{ раз}}$
9. $a^m \cdot a^n = a^{m+n};$
10. $a^m : a^n = a^{m-n}$, где $m \geq n;$
11. $(a^n)^k = a^{nk};$
12. $a^n b^n = (ab)^n;$
13. $\dfrac{a^n}{b^n} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^n$, где $b \neq 0$.

Формулы сокращённого умножения

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

Свойства неравенств

$1).\ a > b,\ a + c > b + c$

$2).\ a > b,\ c > 0,\ ac > bc$

$3).\ a > b,\ c < 0,\ ac < bc$

$4).\ a > b,\ c > d,\ a + c > b + d,$

$5).\ a > 0,\ b > 0,\ \dfrac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$

Квадратные корни

$$a \geq 0, \text{то} \sqrt{a} \geq 0;$$

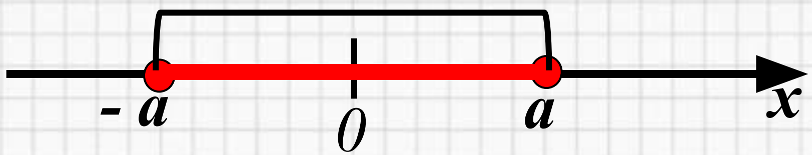
$$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a; \sqrt{a^2} = |a|$$

$$a \geq 0, b \geq 0, \text{то} \sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b},$$

$$a \geq 0, b > 0, \text{то} \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}};$$

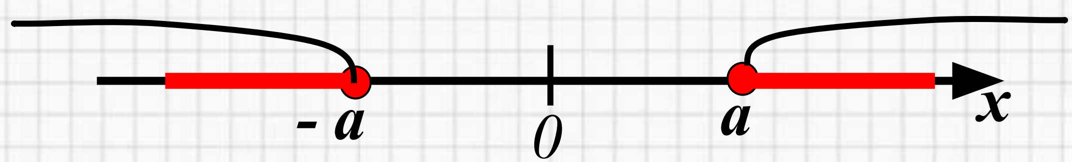
Модуль числа

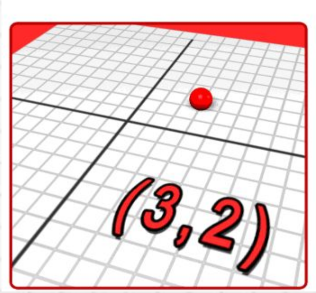
$$|a| = \begin{cases} a, если \ a \geq 0; \\ -a, если \ a < 0 \end{cases}$$

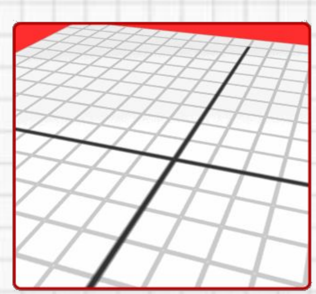


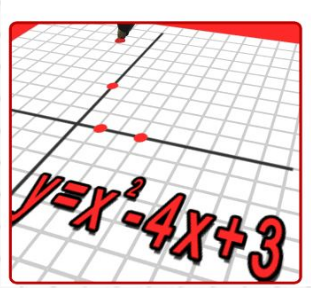
$$|x| \leq a$$

$$|x| \geq a$$

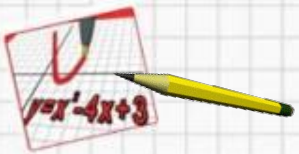








Квадратные уравнения



Классификация квадратных уравнений .

Квадратное уравнение
$$ax^2 + bx + c = 0,$$
$a \neq 0$, b,c-любые числа, x- переменная

неполное

$b = 0;$
$$a x^2 + c = 0$$

$c = 0;$
$$a x^2 + b x = 0$$

$b = 0; c = 0;$
$$a x^2 = 0$$

Решение неполных квадратных уравнений

$$1.\ ax^2 = 0;$$

$$x = 0$$

$$2.\ ax^2 = c = 0$$

$$x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}}$$

Если числа а и с одного знака, то уравнение имеет корни, если разных знаков, то уравнение не имеет корней

$$3.\ ax^2 + вx = 0$$

$$x_1 = 0,$$

$$x_2 = -\frac{в}{a};$$

$$ax^2 + вx + c = 0$$

полное квадратное уравнение

$$D = в^2 - 4ac$$

дискриминант – «различитель»

$$x_{1,2} = \frac{-в \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Количество корней квадратного уравнения

D>0
2 *корня*

D<0
корней нет

D=0
1 корень

$$ax^2 + \text{в}x + c = 0$$

чётное квадратное уравнение, если

$$\text{в} - \text{чётное} \Rightarrow \text{к} = \frac{\text{в}}{2}$$

$$D = \text{к}^2 - ac$$

$$x_{1,2} = \frac{-\text{к} \pm \sqrt{D}}{a}$$

$$x^2 + px + q = 0 -$$

- *приведённое квадратное уравнение*

a = 1,

p – второй коэффициент,

q – свободный член.

$$D = p^2 - 4q$$

$$x_{1,2} = \frac{-p \pm \sqrt{D}}{2}$$

Теорема Виета:

$x^2 + px + q = 0$,

$x_1 + x_2 = -p$,

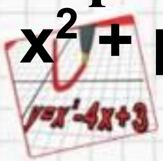
$x_1 \bullet x_2 = q$.

Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену

Теорема обратная теореме Виета:

Если $x_1 + x_2 = -p$, и $x_1 \bullet x_2 = q$, то x_1, x_2- корни уравнения

$x^2 + px + q = 0$



Если p, q, x_1, x_2 таковы, что $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 \cdot x_2 = q$, то

x_1, x_2-корни уравнения

$x^2 + px + q = 0$

Рвзложение квадратного трёхчлена на множители

Если x_1, x_2-корни уравнения

$ax^2 + bx + c = 0$, то

$ax^2 + bx + c = a(x-x_1)\cdot(x-x_2)$

Если x_1, x_2 – корни квадратного уравнения

$ax^2 + bx + c = 0$, то при всех x справедливо равенство

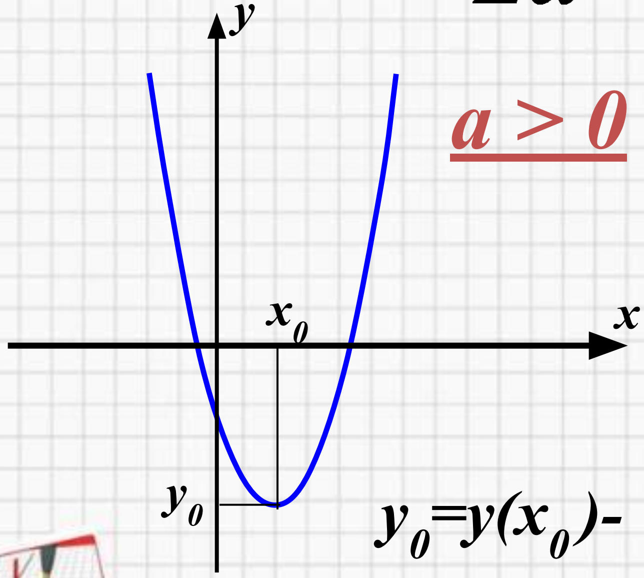
$ax^2 + bx + c = a(x-x_1)\cdot(x-x_2)$

Квадратичная функция

$$y = ax^2 + bx + c,\ a \neq 0$$

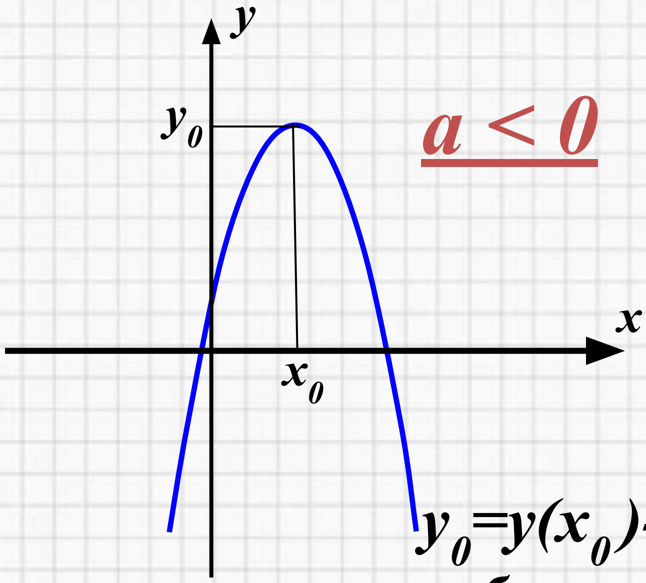
$$y = ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2 + y_0$$

$$x_0 = -\frac{b}{2a};\ y = ax_0{}^2 + bx_0 + c$$



$a > 0$

$y_0 = y(x_0)$- **наименьшее значение функции**



$a < 0$

$y_0 = y(x_0)$- **наибольшее значение функции**

Схема построения графика квадратичной функции $y = ax^2+bx+c$

1. *Построить вершину параболы* (x_0, y_0):
$$[x_0 = -\frac{b}{2a}; y_0 = (x_0)]$$
2. *Провести через вершину параболы прямую, параллельную оси ординат,- ось симметрии параболы.*
3. *Найти нули функции, если они есть, и построить на оси абсцисс соответствующие точки параболы.*
4. *Построить две какие-нибудь точки параболы, симметричные её оси.*

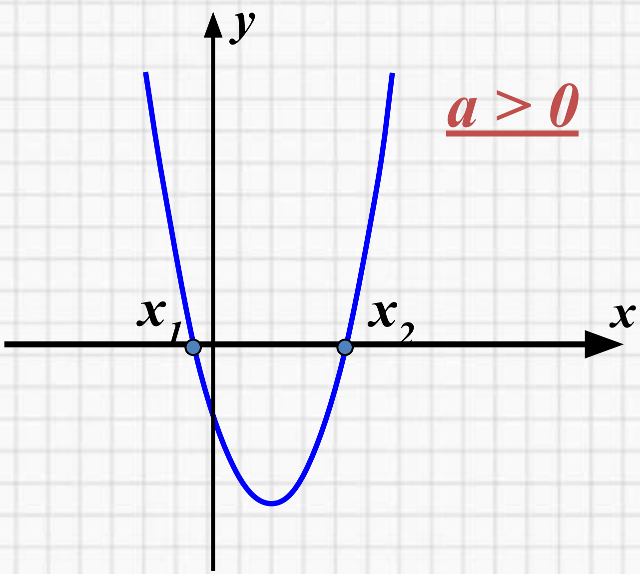
5. *Провести через построенные точки параболу*

Квадратные неравенства

$a>0$

$1)\ ax^2+bx+c \le 0,$

$x_1 \le x_0 \le x_2$



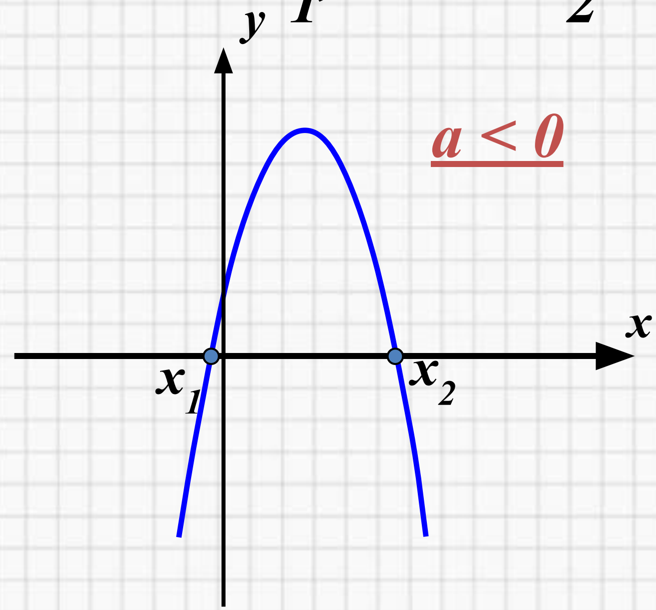
$2)\ ax^2+bx+c > 0,$

$x < x_1,\ x > x_2$

$a < 0$

$1)\ ax^2+bx+c \le 0,$

$x \le x_1,\ x \ge x_2$

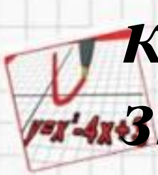


$2)\ ax^2+bx+c > 0,$

$x_1 < x < x_2$

Решение квадратного неравенства с помощью графика

1. *Определить направление ветвей параболы по знаку первого коэффициента квадратичной функции;*
2. *Найти корни соответствующего квадратного уравнения или установить, что их нет;*
3. *Построить эскиз графика квадратичной функции, используя точки пересечения (или касания) с осью Ох, если они есть;*
4. *По графику определить промежутки, на которых функция принимает нужные значения*



Метод интервалов
(для решения квадратного неравенства)

ax²+вx+c>0 *[ax²+вx+c≥0]*

ax²+вx+c<0 *[ax²+вx+c≤0]*

1) Разложить данный многочлен на множители, т.е. представить его в виде

a(x – x$_1$)(x – x$_2$)>0 *[a(x – x$_1$)(x – x$_2$)≥0]*

a(x – x$_1$)(x – x$_2$)<0 *[a(x – x$_1$)(x – x$_2$)≤0]*

2)Корни многочлена нанести на числовую ось;

3)Определить знак функции в каждом из промежутков;

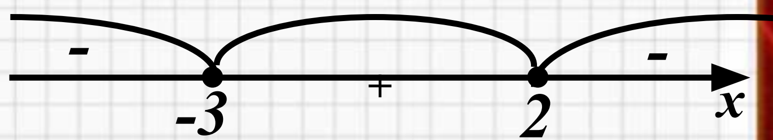
4)Выбрать подходящие промежутки и записать ответ

$$x^2+x-6\le 0$$

x²+x-6=0;

(x-2)(x+3)=0;

$$x_1=-3;\, x_2=2.$$



Ответ:

xє(-∞;-3]U[2;+∞).

Арифметическая прогрессия

Числовая последовательность $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ -арифметическая прогрессия, если для всех натуральных n выполняется равенство $\boldsymbol{a_{n+1} = a_n + d}$, *где d – некоторое число*

$$\boxed{a_{n+1} = a_n + d}$$ *-определение арифметической прогрессии*

$$\boxed{d = a_{n+1} - a_n}$$ *-разность арифметической прогрессии*

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}, n > 1$$

формула n-го члена арифметической прогрессии

$$\boxed{S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n}$$ *-сумма n первых членов арифметической прогрессии*

Геометрическая прогрессия

Числовая последовательность $b_1, b_2, \ldots. b_n, \ldots.$

-геометрическая прогрессия, если для всех натуральных

n выполняется равенство $\boldsymbol{b_{n+1} = b_n \cdot q}$,

где $b_n \neq 0$, *q – число не равное 0*

$$\boxed{b_{n+1} = b_n \cdot q}$$ *-определение геометрической прогрессии*

$$\boxed{q = \frac{b_{n+1}}{b_n}}$$ *-знаменатель геометрической прогрессии*

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

формула n-го члена геометрической прогрессии

$$S_n = \frac{b_1(1-q^n)}{1-q}; \quad S_n = \frac{b_n q - b_1}{q-1}$$

где $q \neq 1$ *где* $q \neq 1$

сумма n первых членов геометрической прогрессии

Литература:

- ***Алимов Ш.А. Алгебра. Учебник для 7, 8, 9 классов общеобразовательных учреждений. М.: Просвещение, 2008.***
- ***Бурмистрова Т.А. Алгебра 7 - 9 классы. Программы общеобразовательных учреждений. М.: Просвещение, 2009.***
- ***Стандарт основного общего образования по математике//«Вестник образования» -2004 - № 12 - с.107-119.***
- ***Электронные учебные пособия***
  - ***Интерактивная математика. 5-9 класс. Электронное учебное пособие для основной школы. М., ООО «Дрофа», ООО «ДОС»,, 2002.***
  - ***Математика. Практикум. 5-11 классы. Электронное учебное издание. М., ООО «Дрофа», ООО «ДОС», 2003.***