

**Лекция №4**  
**Методы определения**  
**вязкости жидкости**

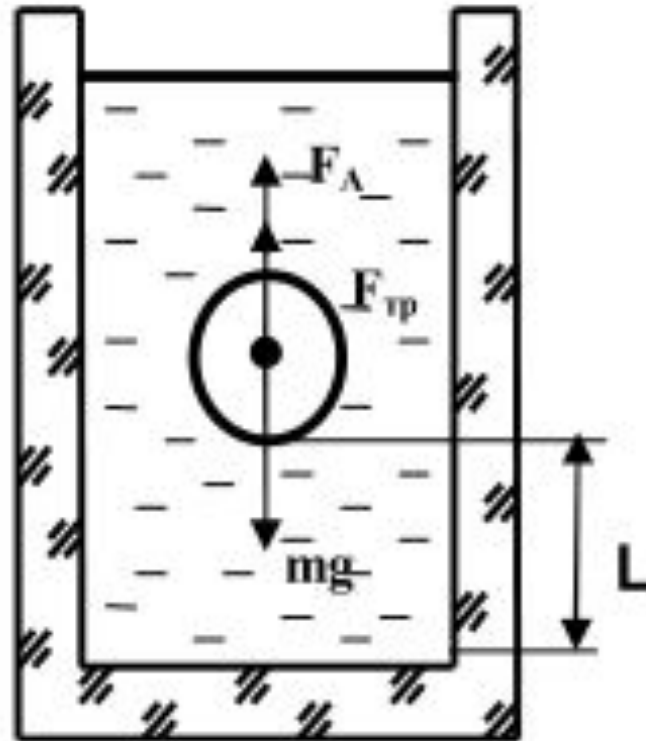
Определение вязкости биологических жидкостей и, особенно, вязкости крови имеет существенное диагностическое значение. Разнообразные приборы, применяемые для этой цели называют **вискозиметрами**.

Существуют следующие методы определения вязкости жидкости:

- а) Метод Стокса (метод падающего шарика).**
- б) Капиллярные методы**
- в) Ротационные методы**

## а) Метод Стокса (метод падающего шарика)

Представим цилиндр, заполненный жидкостью плотностью  $\rho_{\text{ж}}$ , вязкость которой  $\eta$  подлежит определению



Если в этой жидкости падает шарик радиусом  $r$ , массой  $m$  и плотностью  $\rho$ , то движение шарика определяется действующими на него тремя силами:

• силой тяжести

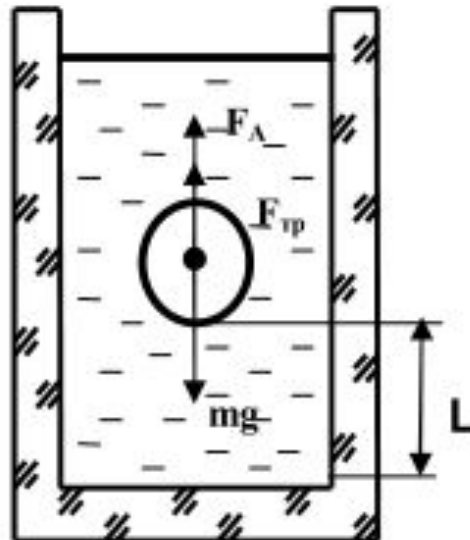
$$F_T = mg$$

• силой Архимеда

$$F_A = \frac{4\pi r^3 \rho_{жс} g}{3}$$

• силой трения

$$F_{TP}$$



Согласно **закону Стокса**, сила сопротивления движению шарика  $F_{\text{ТР}}$  пропорциональна его радиусу, скорости движения и вязкости жидкости:

$$F_{\text{ТР}} = 6\pi\eta r v$$

Сила трения уменьшает скорость движения шарика и через некоторое время после погружения шарика в жидкость его движение может стать равномерным.

При достижении равномерного движения сила тяжести становится равной сумме силы трения и силы Архимеда:

$$\frac{4\pi r^3 \rho g}{3} = \frac{4\pi r^3 \rho_{\text{ж}} g}{3} + 6\pi \eta r v$$

Отсюда определим искомую вязкость:

$$\eta = \frac{2(\rho - \rho_{\text{ж}})r^2 g}{9v}$$

$$\eta = \frac{2(\rho - \rho_{\text{ж}})r^2g}{9v}$$

Скорость движения шарика  $v$  определяется экспериментально. Для этого измеряется время  $t$ , за которое шарик равномерно проходит в жидкости расстояние  $L$  :

$$v = \frac{L}{t}$$

Метод Стокса обладает хорошей точностью, однако, для определения вязкости крови он практически не применяется потому, что:

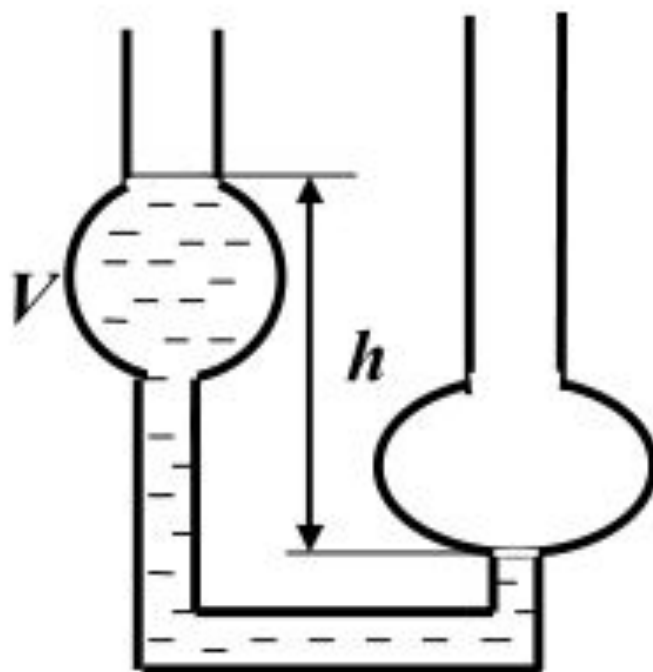
- требует значительного количества исследуемой крови.
- в жидкостях, обладающих не очень большой вязкостью, сложно удовлетворить требованию равномерности движения шарика.



## **б) Капиллярные методы**

Капиллярные методы, основаны на применении формулы Пуазейля. Рассмотрим течение жидкости через капилляр в вискозиметре Оствальда.

Представим U - образную трубку. В одном из ее плеч имеется небольшая полая сфера, объемом  $V$ , которая капилляром соединяется с резервуаром, расположенным в другом плече. Эта система заполняется жидкостью так, что разность ее уровней составляет величину  $h$ .



Пусть вначале вискозиметр заполнен эталонной жидкостью, вязкость которой точно известна. В качестве такой жидкости удобно использовать дистиллированную воду.

Поскольку при засасывании воды в левое плечо вискозиметра ее уровень здесь выше, чем в правом, то после прекращения всасывания жидкость будет перетекать через капилляр из левого плеча вискозиметра в правое до наступления равенства уровней. С помощью секундомера легко определить время  $t_0$ , за которое вода вытекает из полости объемом  $V$ .

Объем **вытекшей** воды равен:

$$V = \frac{\pi r^4 \rho_0 g h}{8 \eta_0 L} t_0$$

Где

$\rho_0 g h$  - разница давлений ,

$\rho_0$  - плотность воды,

$\eta_0$  - табличное значение вязкости воды при данной температуре.

Определив время истечения воды  $t_0$ , заполним вискозиметр исследуемой жидкостью, вязкость которой необходимо определить. При этом необходимо обеспечить такую же разность уровней жидкости  $h$  в плечах вискозиметра, что и при его заполнении водой.

Затем измеряем время  $t$  истечения объема **исследуемой** жидкости  $V$ , который определяется формулой:

$$V = \frac{\pi r^4 \rho g h}{8 \eta L} t$$

где

$\eta$  - вязкость исследуемой жидкости,

$\rho$  - плотность исследуемой жидкости.

Приравнивая правые части уравнений для объема **вытекшей** и **исследуемой** жидкости

$$\frac{\pi r^4 \rho_0 g h}{8 \eta_0 L} t_0 = \frac{\pi r^4 \rho g h}{8 \eta L} t$$

получим формулу для определения вязкости исследуемой жидкости

$$\eta = \eta_0 \frac{\rho t}{\rho_0 t_0}$$

Для определения вязкости проб крови может быть использован вискозиметр Гесса, в котором определяются не времена истечения жидкости из капилляра, а расстояния  $L_0$  и  $L$ , на которые перемещаются вода и кровь за одно и то же время. Применение формулы Пуазейля для этого случая приводит к следующей расчетной формуле, определяющей вязкость крови  $\eta$  :

$$\eta = \eta_0 \frac{L_0}{L}$$



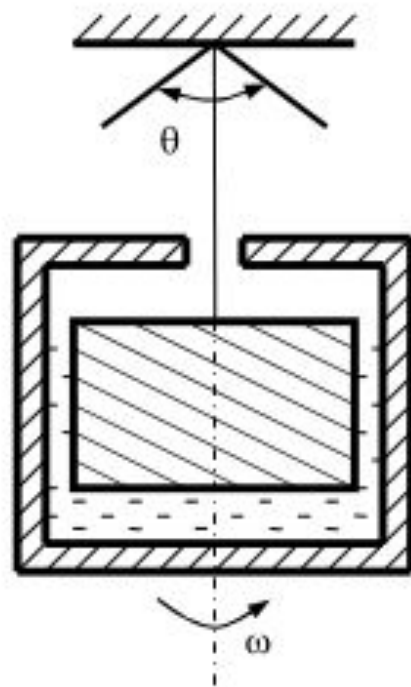
## в) Ротационные методы

Достоинством этих методов является возможность определять не только значение вязкости, но и ее зависимость от скорости сдвига:

$$\eta = f\left(\frac{dv}{dx}\right)$$

Существуют разнообразные ротационные вискозиметры.

Рассмотрим принцип устройства одного из них. Представим два цилиндра, имеющих общую ось вращения.



Внутренний цилиндр подвешен на нити, а внешний может вращаться вокруг своей продольной оси с регулируемой угловой скоростью  $\omega$ . Зазор между цилиндрами заполняется исследуемой жидкостью, в частности, кровью.

За счет вязкости жидкости при вращении наружного цилиндра внутренний цилиндр начинает поворачиваться, достигая равновесия при некотором угле поворота  $\theta$ .

Этот угол можно легко измерить.

Чем больше вязкость жидкости и угловая скорость вращения  $\omega$ , тем больше и указанный угол поворота:

$$\theta = k \eta \omega$$

где  $k$  - постоянная прибора.

$$\eta = \frac{\theta}{k\omega}$$

При разных значениях скорости  $\omega$  в жидкости, заполняющей зазор между цилиндрами, реализуются и различные градиенты скорости. Для **НЬЮТОНОВЫХ ЖИДКОСТЕЙ** значение вязкости не зависит от градиента скорости ( следовательно и от величины  $\omega$  ),

а в **НЕНЬЮТОНОВСКИХ ЖИДКОСТЯХ** эту зависимость можно не только наблюдать, но и определить количественно.

Таким образом, данные ротационной вискозиметрии позволяют судить об изменении вязкости движущейся крови при различных скоростях сдвига.

***Условия перехода  
ламинарного течения  
жидкости в  
турбулентное***

Характер течения жидкости - ламинарный или турбулентный – зависит:

- от плотности жидкости  $\rho$  ,
- ее вязкости  $\eta$  ,
- скорости течения  $v$  ,
- диаметра трубы  $d$ , по которой течет жидкость.

Оказывается, что некоторая комбинация этих величин - один безразмерный параметр - может определять условия перехода ламинарного течения жидкости в турбулентное. Таким параметром является число Рейнольдса (**Re**) :

$$Re = \frac{\rho v d}{\eta}$$

- ✓ Если число Рейнольдса не превышает некоторого критического значения  $Re < Re_{кр}$ , течение жидкости ламинарно.
- ✓ Если же  $Re > Re_{кр}$ , то в потоке жидкости возникают завихрения - ее течение становится турбулентным.



Значение критического числа Рейнольдса можно определить экспериментально.

Представим, что по гладкой цилиндрической трубе протекает вода с регулируемой и измеряемой скоростью  $v$ , которая представляет собой среднюю по сечению трубы скорость течения.

Плотность воды, ее вязкость и диаметр трубы известны.

Допустим, что труба прозрачна и переход течения жидкости из ламинарного в турбулентное можно определить визуально.

Постепенно увеличивая скорость течения, отметим то ее значение  $v_{кр}$ , при котором в потоке жидкости начинает проявляться турбулентность. Подставив это значение  $v_{кр}$  в формулу

$$Re = \frac{\rho v d}{\eta}$$

получим величину критического числа Рейнольдса. Для гладких труб

$$Re_{кр} = 2300.$$

Если  $Re_{кр}$  известно, то становится возможным для любой жидкости и разных условий ее течения предсказать, будет ли ее поток ламинарным или турбулентным.

**Пример.** Вода течет по трубе диаметром  $d = 2$  мм. При какой скорости  $\mathbf{v}$  ее течение становится турбулентным?

**Решение.** Примем вязкость воды  $\eta = 10^{-3}$  Па·с, плотность  $\rho = 10^3$  кг/м<sup>3</sup> и подставим эти значения в правую часть формулы числа Рейнольдса. В левую часть подставим значение критического числа Рейнольдса.

$$\text{Re} = \frac{\rho v d}{\eta}$$

Из образовавшегося уравнения:

$$2300 = \mathbf{v} \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} / 10^{-3}$$

найдем, что течение воды в этой трубе становится турбулентным при скорости

$$\mathbf{v} = 1,15 \text{ м/с}$$

С увеличением диаметра трубы и уменьшением вязкости жидкости переход из ламинарного течения в турбулентное наступает при уменьшающихся значениях скорости.