

# Тема 2. Преобразование чертежа методом замены плоскостей проекций

Преобразование чертежа предназначено для определения линейных или угловых размеров отрезков прямых или плоских фигур, занимающих на ортогональном чертеже общее положение. Кроме этого можно определять расстояния между указанными объектами или углы наклона между ними.

# Сущность способа

- Имеем чертеж объекта (**прямая или плоскость общего положения**) в системе  $X_{12}$  плоскостей проекций  $\Pi_1 / \Pi_2$ .
  - Не изменяя положения объекта чертежа в пространстве, строят новую плоскость проекций,  $\Pi_4$  располагая ее:
    - а) перпендикулярно одной из исходных плоскостей  $\Pi_1$  или  $\Pi_2$ , образуя при этом новую систему плоскостей проекций  $X_{14}$  или  $X_{24}$ ;
    - б) параллельно или перпендикулярно объекту чертежа.
- Строят проекцию объекта на плоскость  $\Pi_4$ .

# Последовательность преобразования чертежа

- 1. Строят ось новой системы  $X_{14}$  или  $X_{24}$ , расположение которой определяется четырьмя типами задач, решаемых преобразованием чертежа.
- 2. Из сохраняемых проекций точек объекта чертежа (в системе  $X_{14}$  это проекции с индексом 1, а в системе  $X_{24}$  - с индексом 2) строят линии связи перпендикулярно новой оси.
- 3. Измеряют расстояния от старой оси до заменяемых проекций точек. Указанные расстояния – суть координаты  $Y$  или  $Z$  преобразуемых точек.
- 4. Откладывают эти расстояния от новой оси, получая при этом новые проекции точек. Последовательно соединяя преобразованные проекции точек между собой, получают новую проекцию объекта чертежа.

# задачи, решаемые преобразованием чертежа

1. Преобразовать чертеж прямой **AB** общего положения, чтобы в новой системе плоскостей проекций она стала линией уровня, т.е. отобразилась в натуральную величину.

Новую ось располагают  $X_{14} \parallel A_1B_1$  или  $X_{24} \parallel A_2B_2$ .

2. Преобразовать чертеж прямой **AB** общего положения, чтобы в новой системе плоскостей проекций она стала линией проецирующей, т.е. отобразилась в виде точки.

Задача решается двойным преобразованием чертежа  
:

а) новую ось располагают  $X_{14} \parallel A_1B_1$  или  $X_{24} \parallel A_2B_2$   
 $\Rightarrow A_4B_4 = |AB|$ .

б) новую ось располагают  $X_{45} \perp A_4B_4 \Rightarrow A_5 \equiv B_5$ .

## Задачи, решаемые преобразованием чертежа

- 3. Преобразовать чертеж плоскости  $\alpha$  общего положения, чтобы в новой системе плоскостей проекций она стала проецирующей, т.е. отобразилась в виде прямой линии.

Новую ось располагают  $X_{14} \perp h_1$  или  $X_{24} \perp f_2$ , где  $h$  и  $f$  соответственно горизонталь и фронталь плоскости  $\alpha$ .

- 4. Преобразовать чертеж плоскости  $\alpha$  общего положения, чтобы в новой системе плоскостей проекций она стала плоскостью уровня, т.е. фигура, задающая плоскость, отобразилась в НВ.

Задача решается двойным преобразованием чертежа :

а) новую ось располагают  $X_{14} \perp h_1$  или  $X_{24} \perp f_2 \Rightarrow \alpha_4$ , где  $\alpha_4$  - вырожденная проекция плоскости  $\alpha$ .

б) новую ось располагают  $X_{45} \parallel \alpha_4 \Rightarrow$  НВ плоской фигуры.

## Задача 24

На прямой АВ найти точку К, удаленную от точки А на 25 мм и определить углы наклона отрезка АВ к плоскостям  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$

Алгоритм решения построим на основе первой задачи преобразования чертежа.

1. От системы  $x_{12}$  переходим к системе  $x_{14}$ :

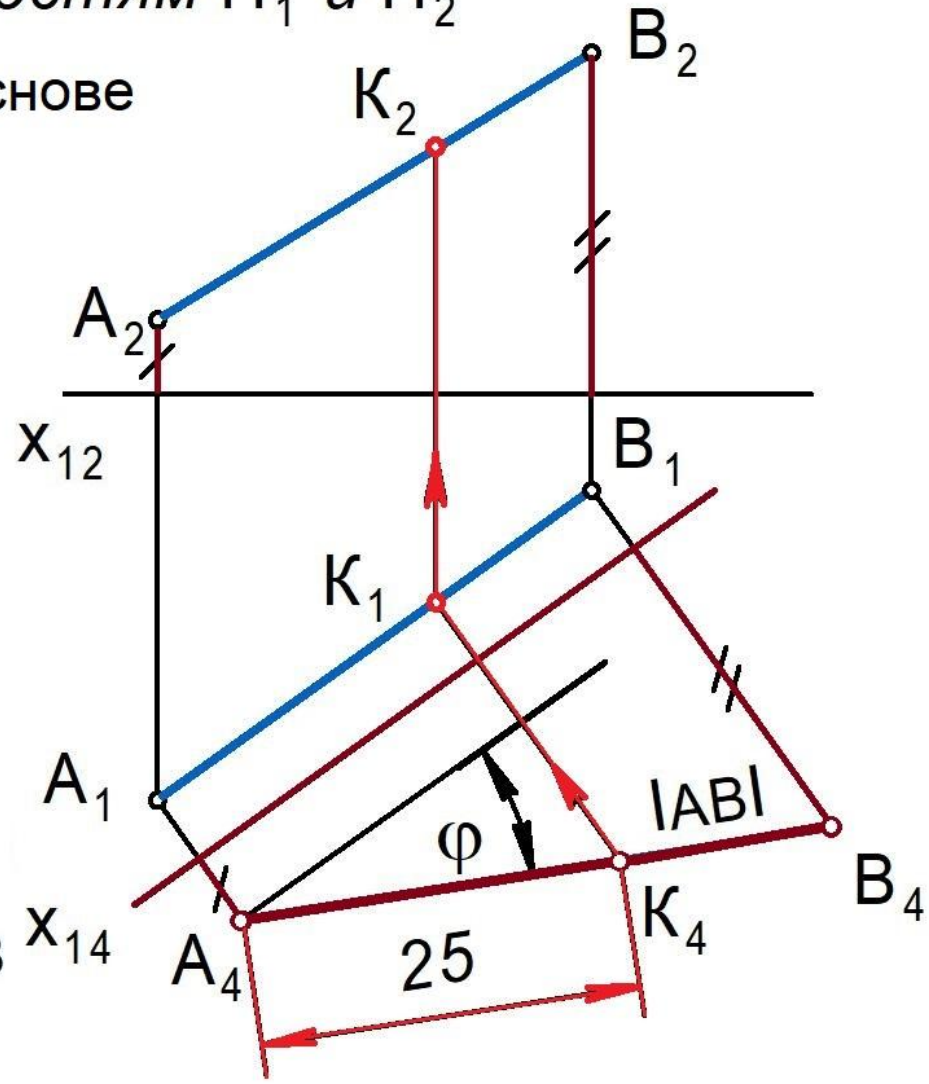
$$x_{12} \frac{\Pi_2}{\Pi_1} \rightarrow x_{14} \frac{\Pi_1}{\Pi_4} \Rightarrow x_{14} \parallel A_1B_1,$$

располагая ось новой системы параллельно  $A_1B_1$ .

В результате имеем:

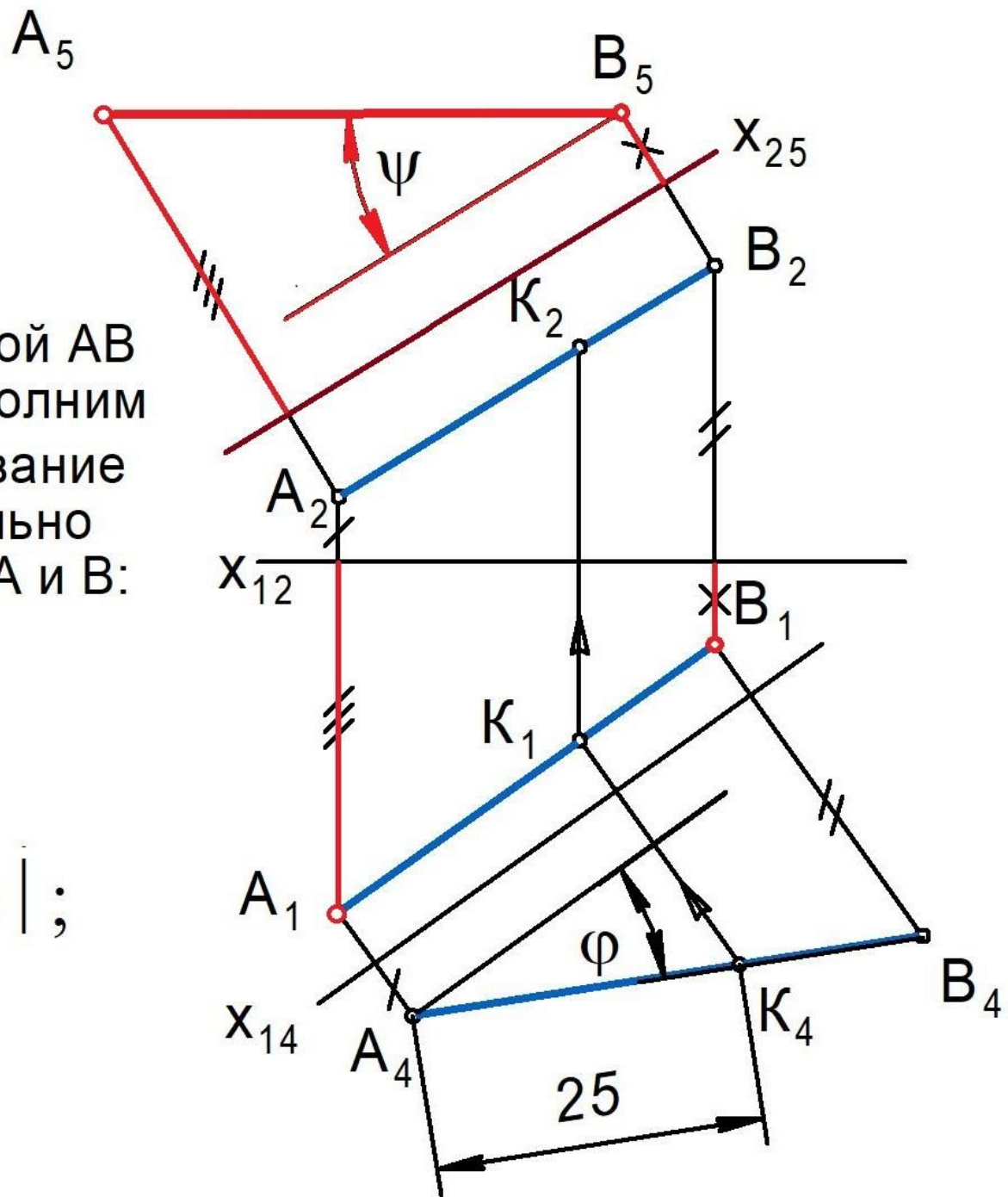
$$\Rightarrow A_4B_4 = |AB|; \varphi = \widehat{AB \Pi_1}$$

натуральную величину отрезка АВ и угол его наклона к  $\Pi_1$ .



Для определения угла наклона прямой АВ к плоскости  $\Pi_2$  выполним второе преобразование чертежа относительно координат У точек А и В:

$$2) \quad x_{12} \rightarrow x_{25}: \\ x_{25} \parallel A_2 B_2 \\ \Rightarrow A_5 B_5 = |AB|; \\ \psi = \widehat{AB \Pi_2}$$



## Задача 25

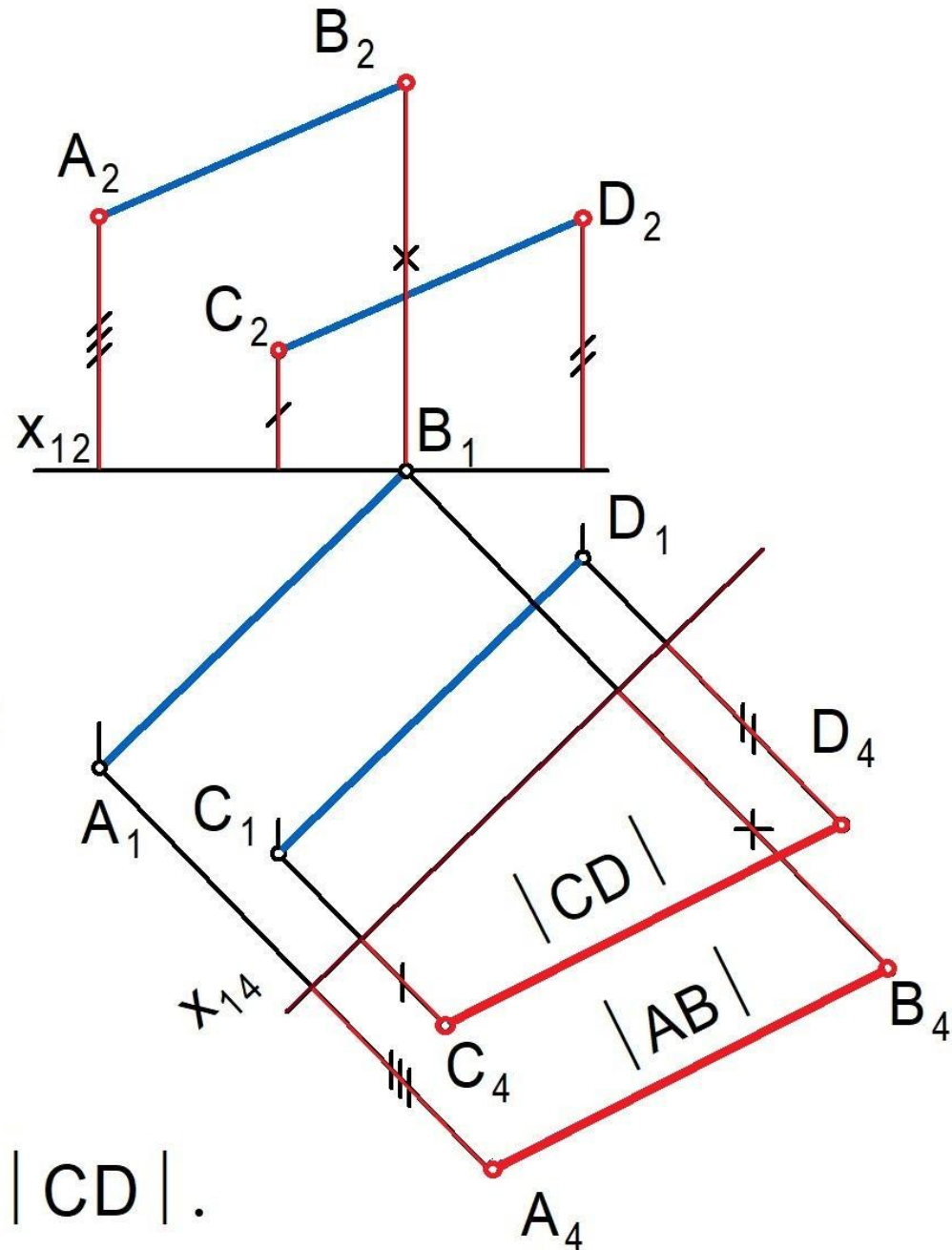
Определить расстояние между прямыми  $AB \parallel CD$

Алгоритм решения этой задачи следует построить на основе 2 задачи, т.е. двойного преобразования чертежа, добившись таким образом изображения прямых в виде двух точек.

Преобразование 1

$$X_{12} \rightarrow X_{14}: X_{14} \parallel C_1 D_1$$

$$\Rightarrow A_4 B_4 = |AB|; C_4 D_4 = |CD|.$$





### Задача 25

Определить расстояние между прямыми  $AB \parallel CD$

Преобразование 1

$$X_{12} \rightarrow X_{14}: X_{14} \parallel C_1 D_1$$

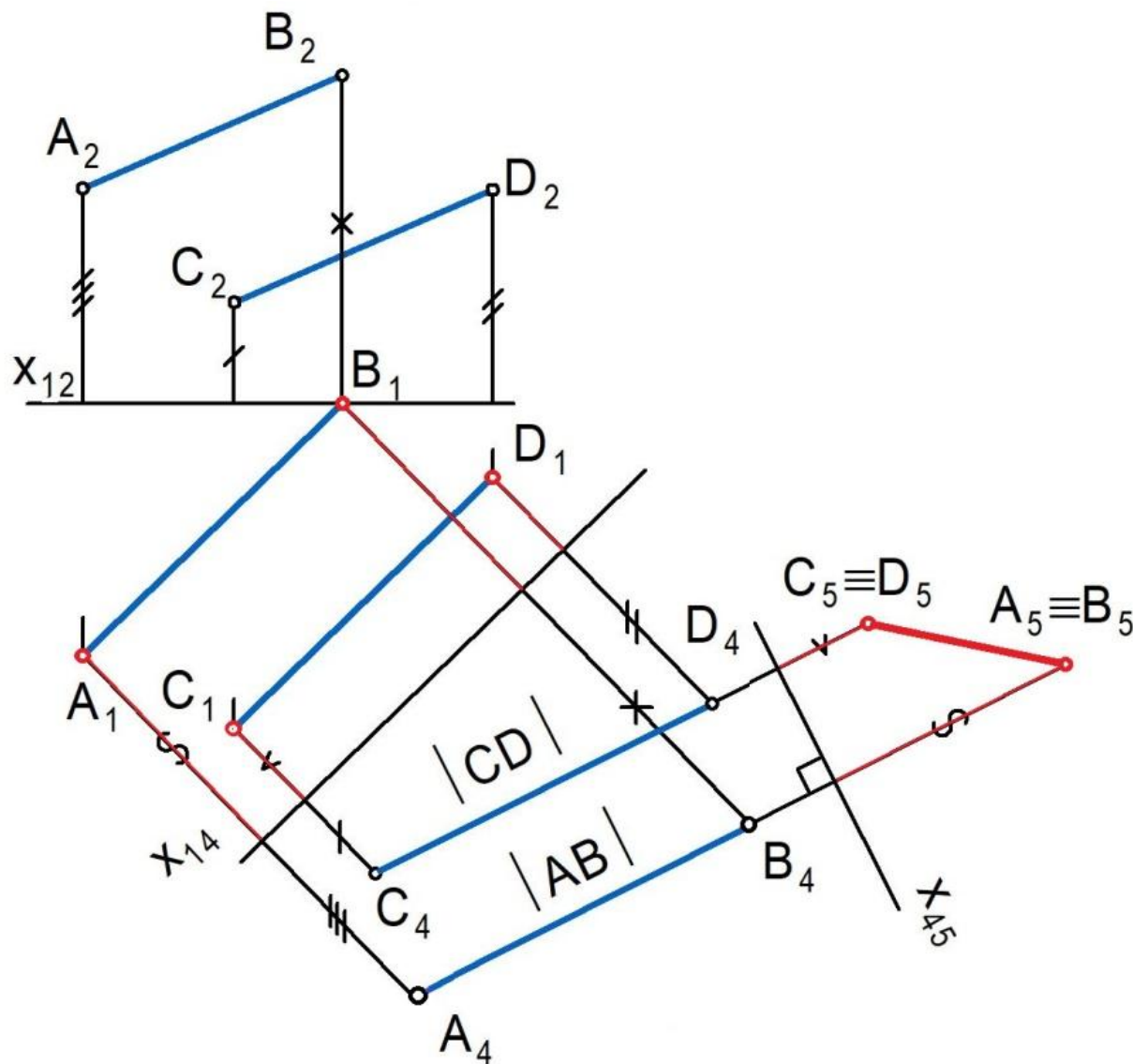
$$\Rightarrow A_4 B_4 = |AB|;$$

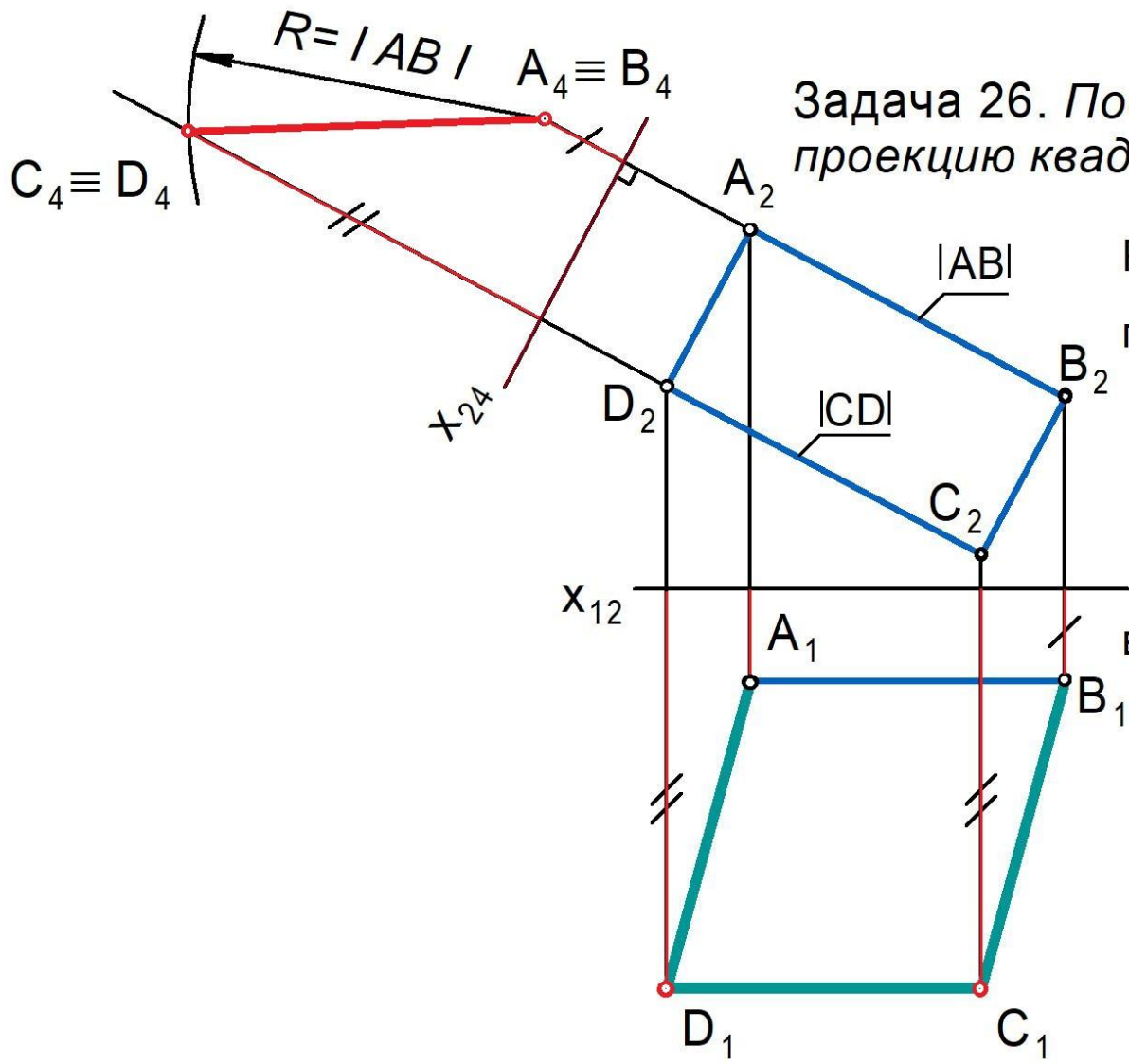
$$C_4 D_4 = |CD|.$$

Преобразование 2

$$X_{14} \rightarrow X_{45}: X_{45} \perp C_4 D_4$$

$$A_5 \equiv B_5; C_5 \equiv D_5.$$





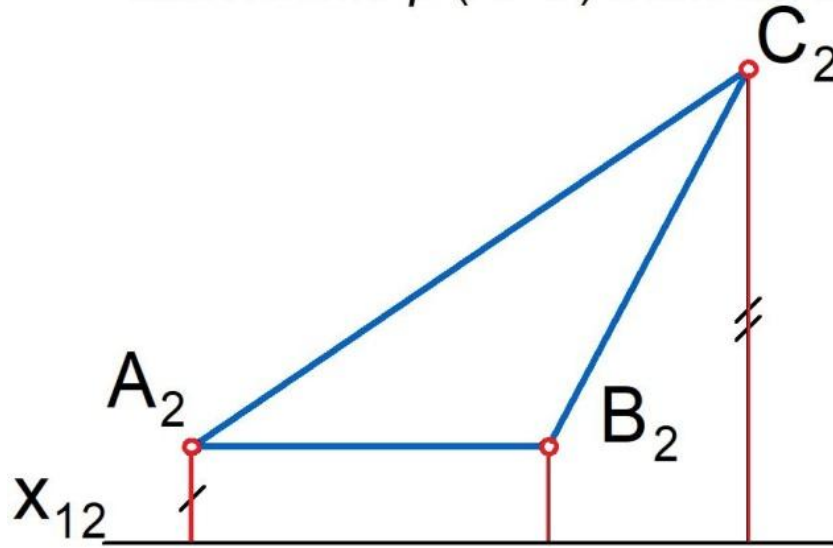
Задача 26. Построить горизонтальную проекцию квадрата ABCD

Решение задачи можно построить на основе алгоритма задачи 2, но лишь с одним преобразованием, т.к. стороны AB и CD изображены на  $\Pi_2$  в натуральную величину.

$$x_{12} \rightarrow x_{24}: x_{24} \perp A_2B_2$$

$$\Rightarrow A_4 \equiv B_4. C_4 \equiv D_4$$

Задача 27. Определить угол  $\varphi$  наклона  
плоскости  $\beta$  (ABC) к плоскости  $\Pi_1$

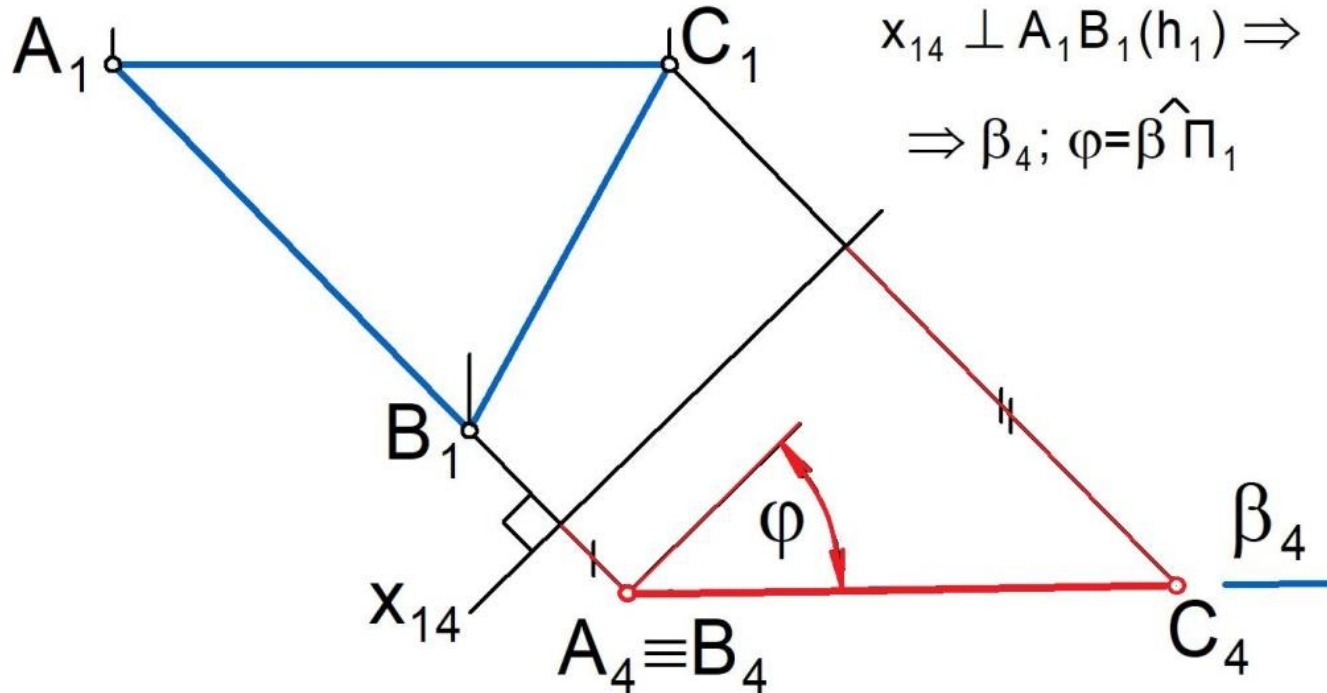


Решение задачи следует  
построить по алгоритму  
задачи 3, где в качестве  
горизонтالي  $h$  плоскости  $\beta$   
выступает сторона  $AB$ , а  
фронтальи  $f$  - сторона  $AC$ .

$x_{12} \rightarrow x_{14}$ :

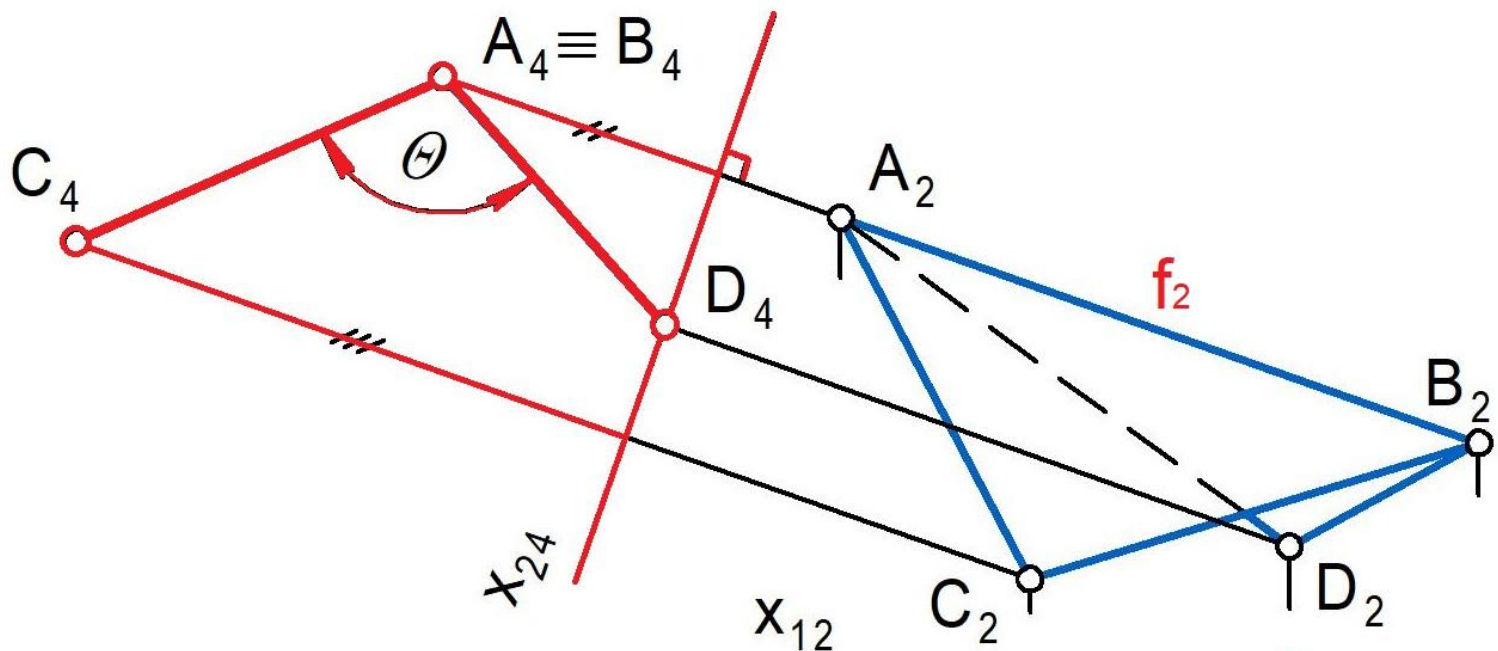
$x_{14} \perp A_1B_1(h_1) \Rightarrow$

$\Rightarrow \beta_4; \varphi = \beta \hat{\Pi}_1$



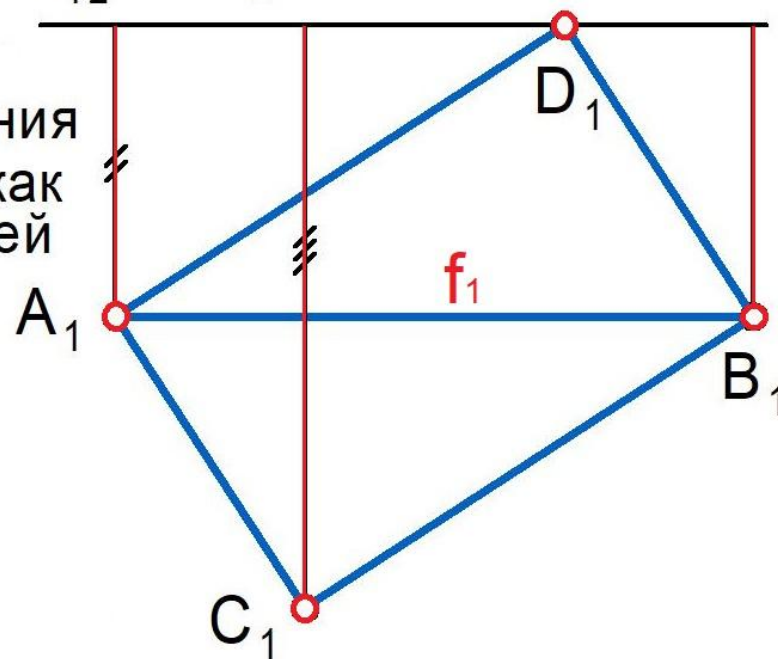


Задача 29. Определить НВ двугранного угла  $\Theta$  при ребре АВ

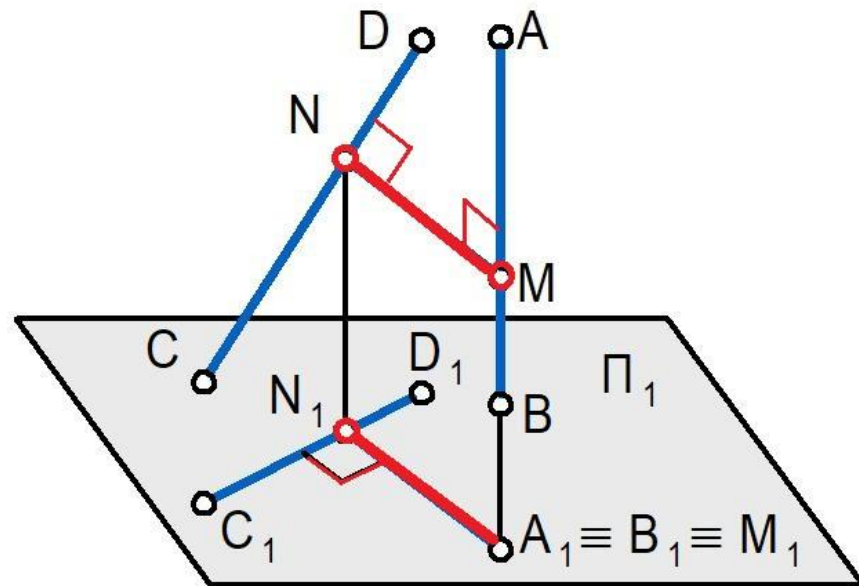
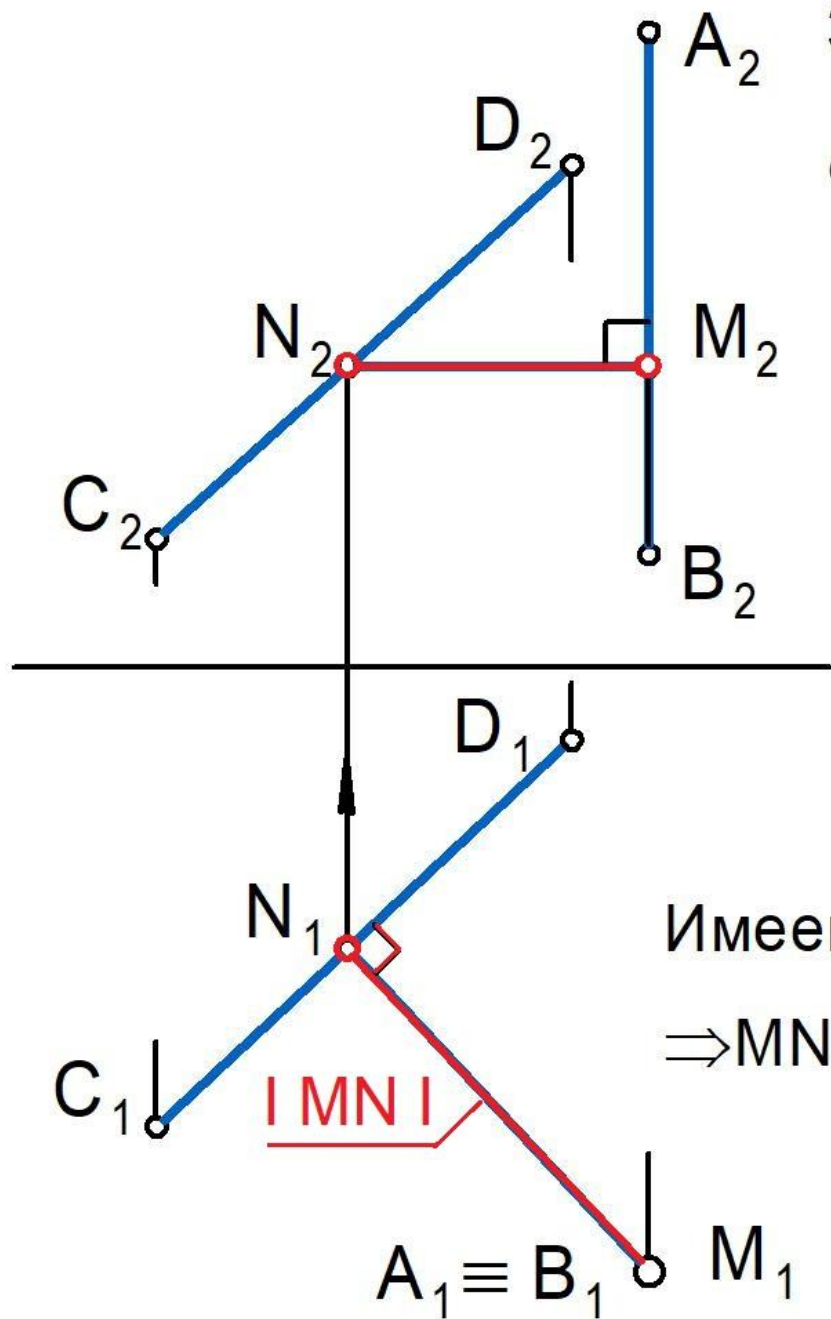


Для решения задачи применим алгоритм 3 задачи преобразования чертежа, используя ребро АВ как общую фронталь двух плоскостей двугранного угла.

$$x_{12} \rightarrow x_{24}: x_{24} \perp A_2B_2(f_2) \Rightarrow \Theta$$

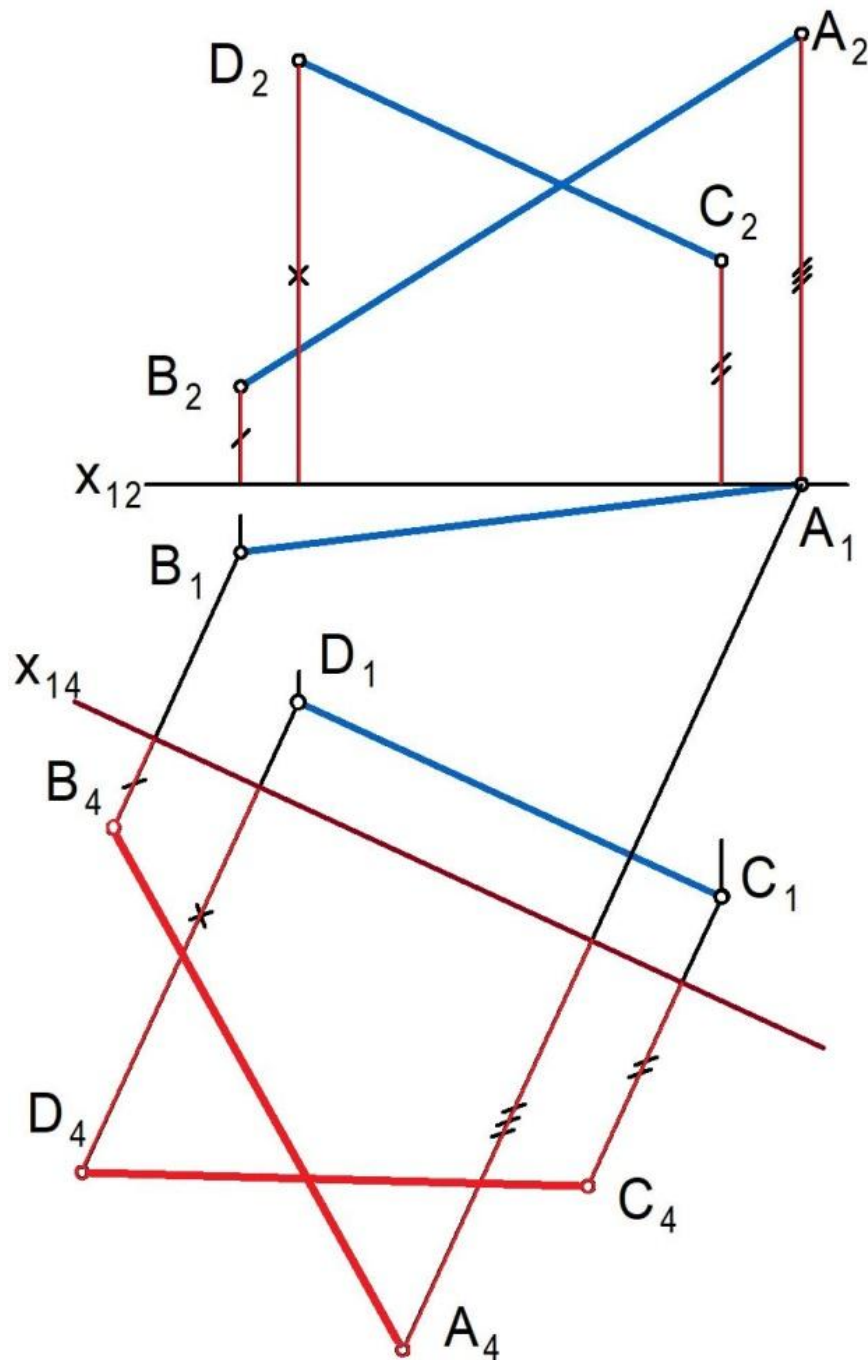


Задача 30. Определить расстояние  $MN$  между скрещивающимися прямыми  $AB$  и  $CD$



Имеем  $AB \perp \Pi_1$ ;  $MN \perp AB$ ;  $MN \perp CD$   
 $\Rightarrow MN \parallel \Pi_1$ ;  $M_1N_1 \perp C_1D_1$ ;  $M_2N_2 \parallel O_x$

$|MN|$



Задача 30. Определить расстояние  $MN$  между скрещивающимися прямыми  $AB$  и  $CD$

При решении задачи следует применить алгоритм 2 задачи преобразования чертежа, чтобы одна из прямых, например  $CD$ , в новой системе плоскостей проекций стала проецирующей. Для этого необходимо выполнить два преобразования чертежа.

Преобразование 1:

$$\begin{aligned}
 1. \ x_{12} &\rightarrow x_{14}: \ x_{14} \parallel D_1C_1 \\
 &\Rightarrow D_4C_4 = |CD|
 \end{aligned}$$

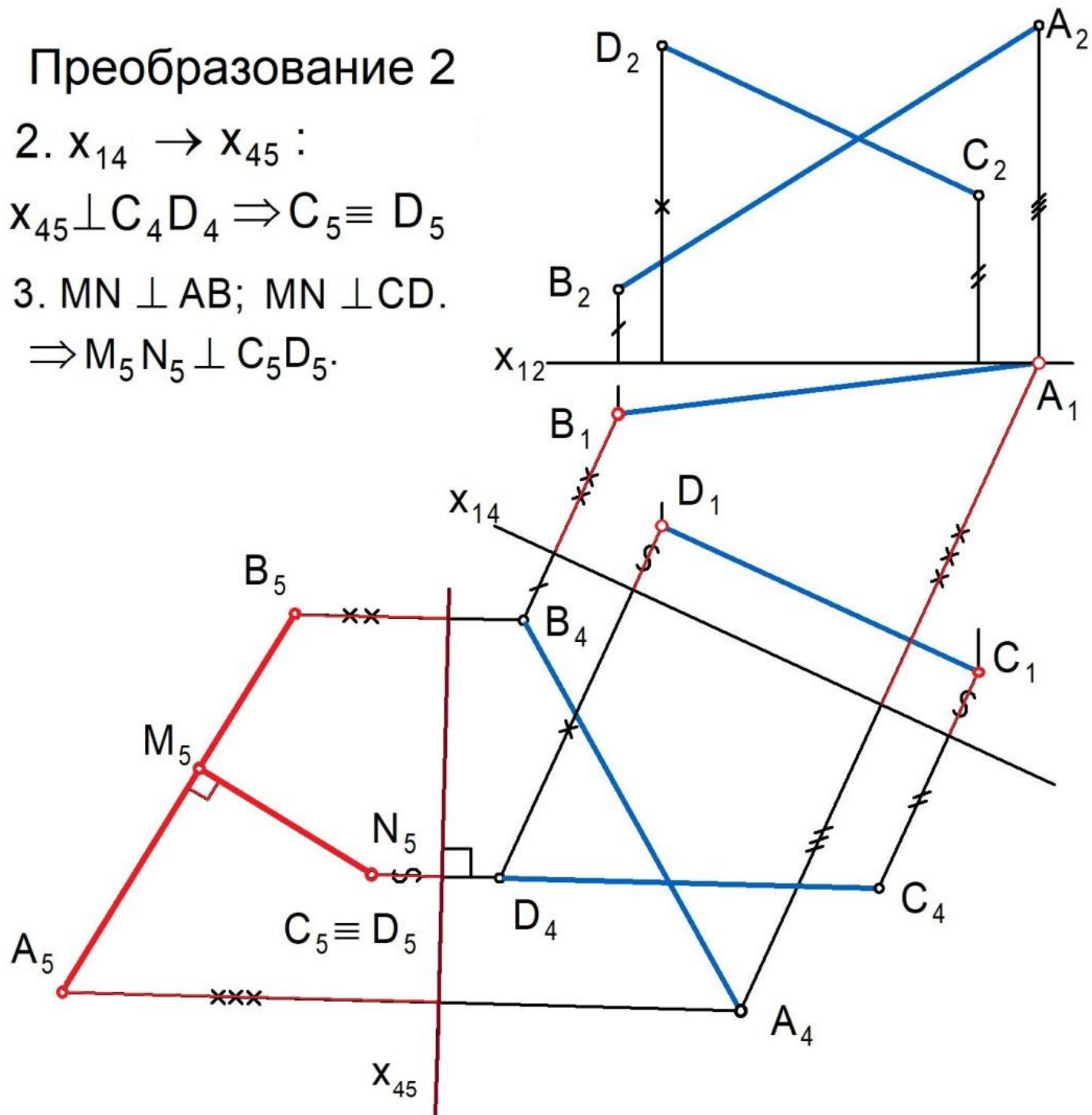
## Преобразование 2

$$2. x_{14} \rightarrow x_{45} :$$

$$x_{45} \perp C_4 D_4 \Rightarrow C_5 \equiv D_5$$

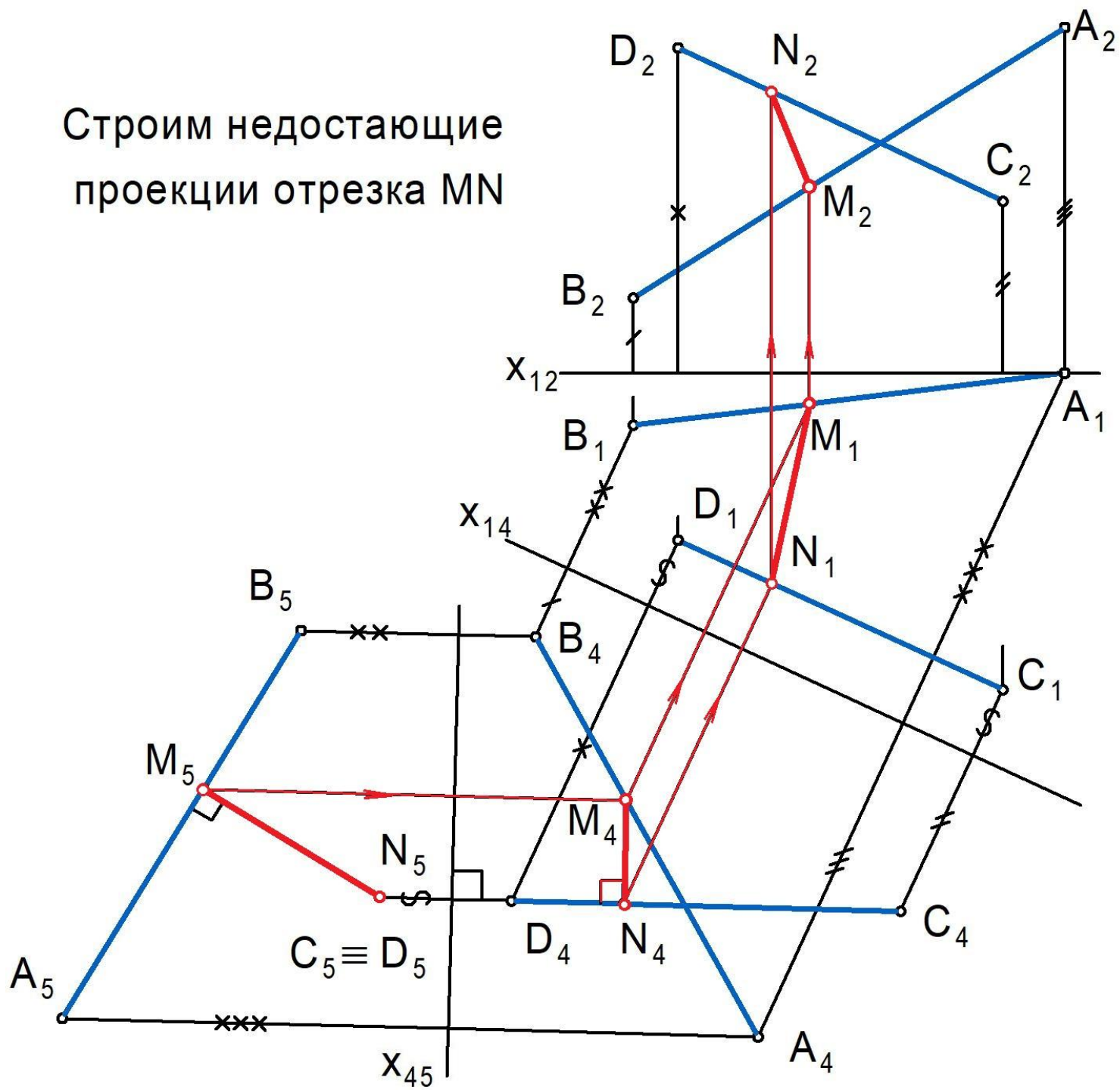
$$3. MN \perp AB; MN \perp CD.$$

$$\Rightarrow M_5 N_5 \perp C_5 D_5.$$





Строим недостающие  
проекции отрезка MN

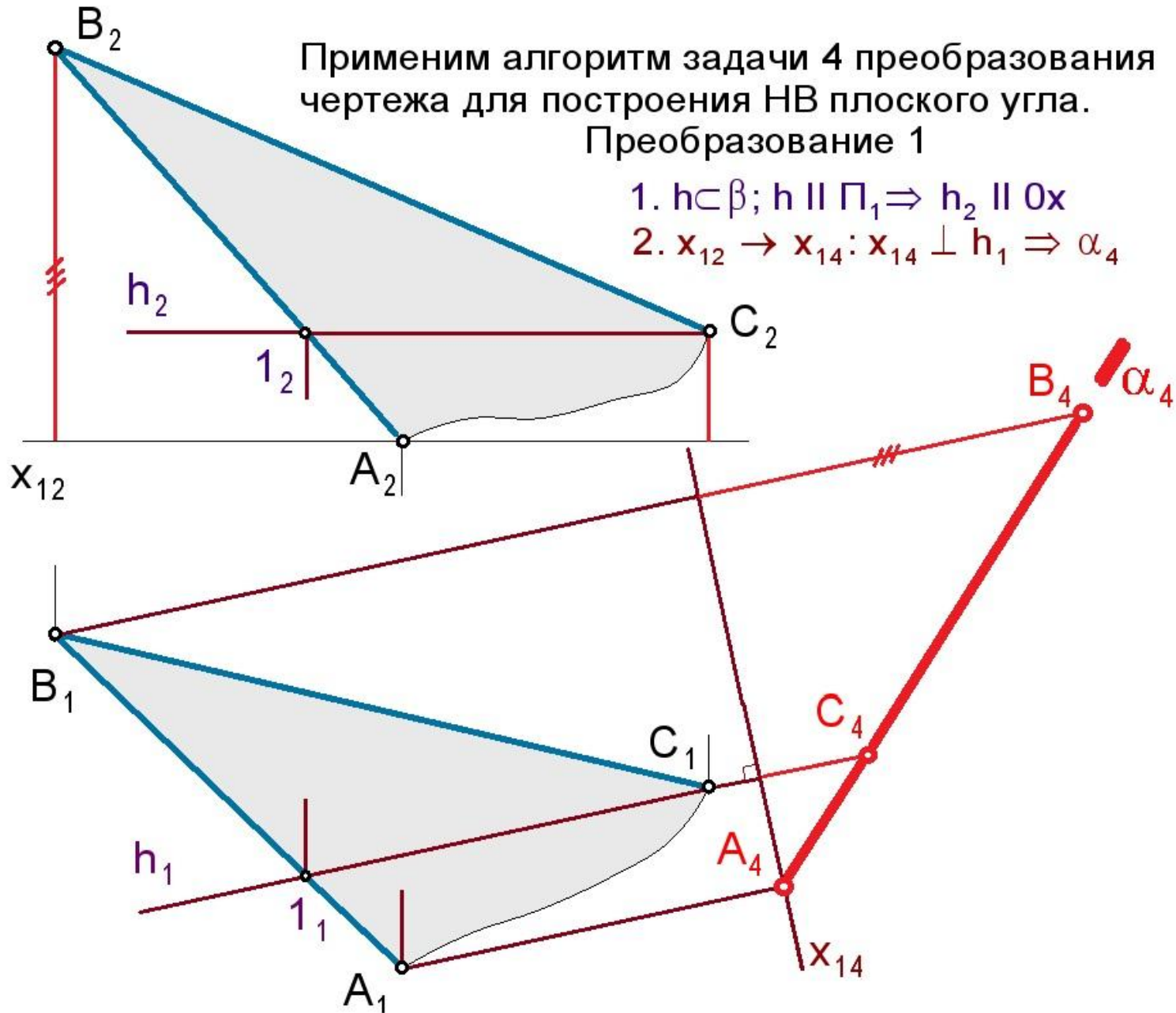


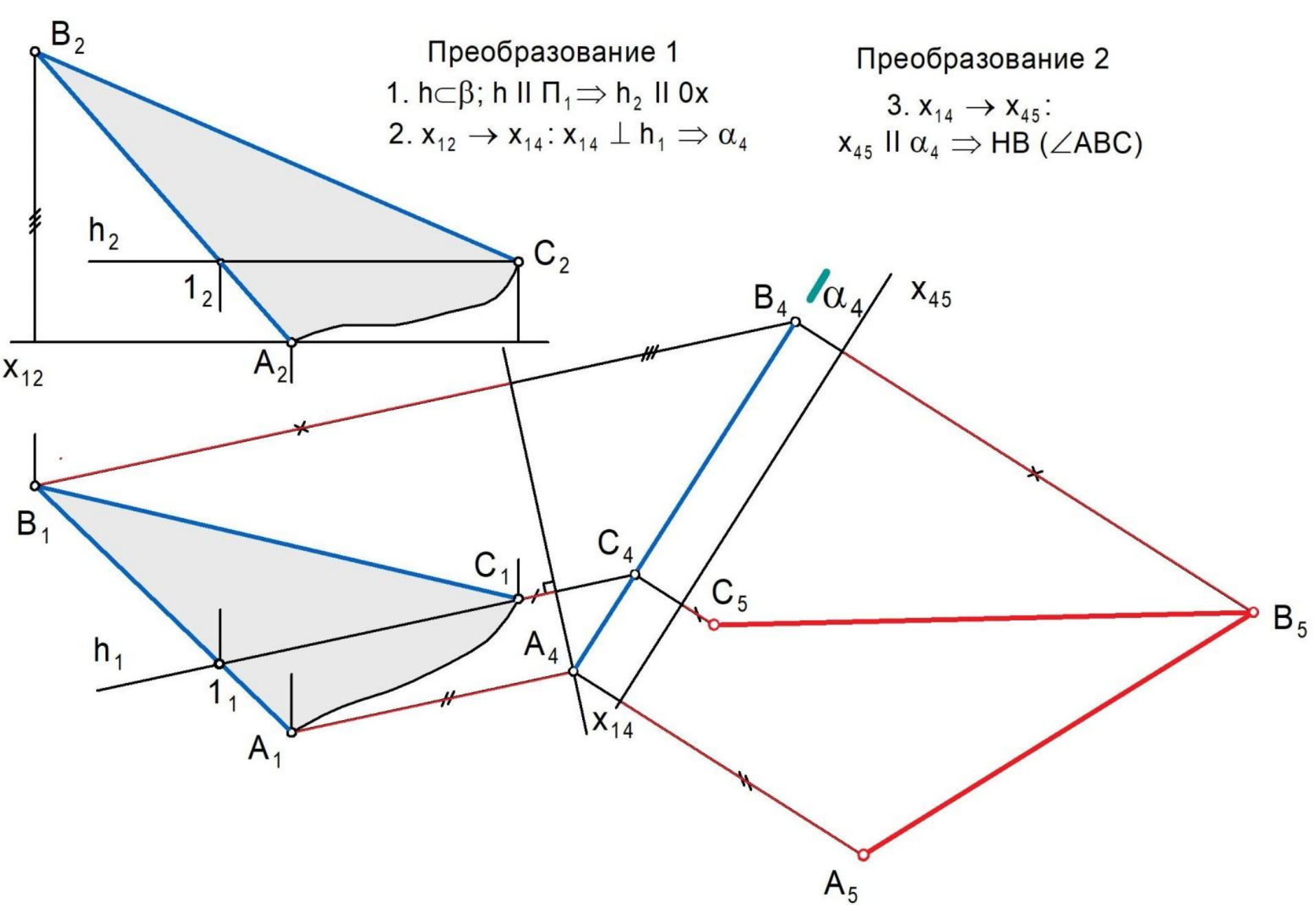
Задача 31. Построить точку  $M \in \alpha$  ( $AB \cap BC$ ), удаленную от прямых  $AB$  и  $BC$  на 10 мм

Применим алгоритм задачи 4 преобразования чертежа для построения НВ плоского угла.

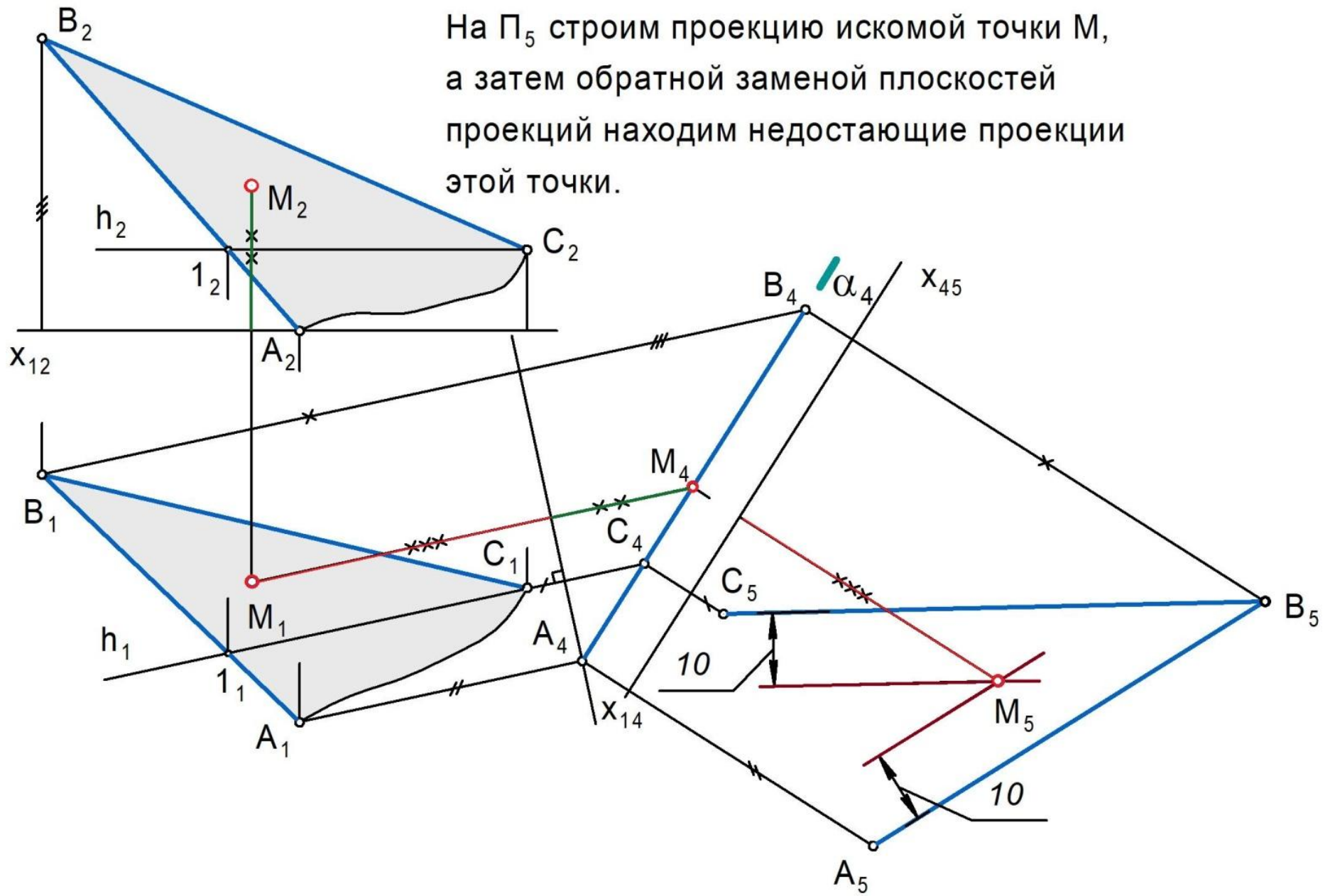
Преобразование 1

1.  $h \subset \beta; h \parallel \Pi_1 \Rightarrow h_2 \parallel OX$
2.  $x_{12} \rightarrow x_{14}; x_{14} \perp h_1 \Rightarrow \alpha_4$





На  $\Pi_5$  строим проекцию искомой точки  $M$ , а затем обратной заменой плоскостей проекций находим недостающие проекции этой точки.



### Задача 32

Определить угол между  
прямыми  $AB$  и  $CD$

Угол между скрещивающимися  
прямыми  $AB$  и  $CD$  равен углу между  
пересекающимися прямыми  
соответственно параллельными  
заданным прямым, поэтому в точке  $A$   
построим прямую  $AE \parallel CD$ .

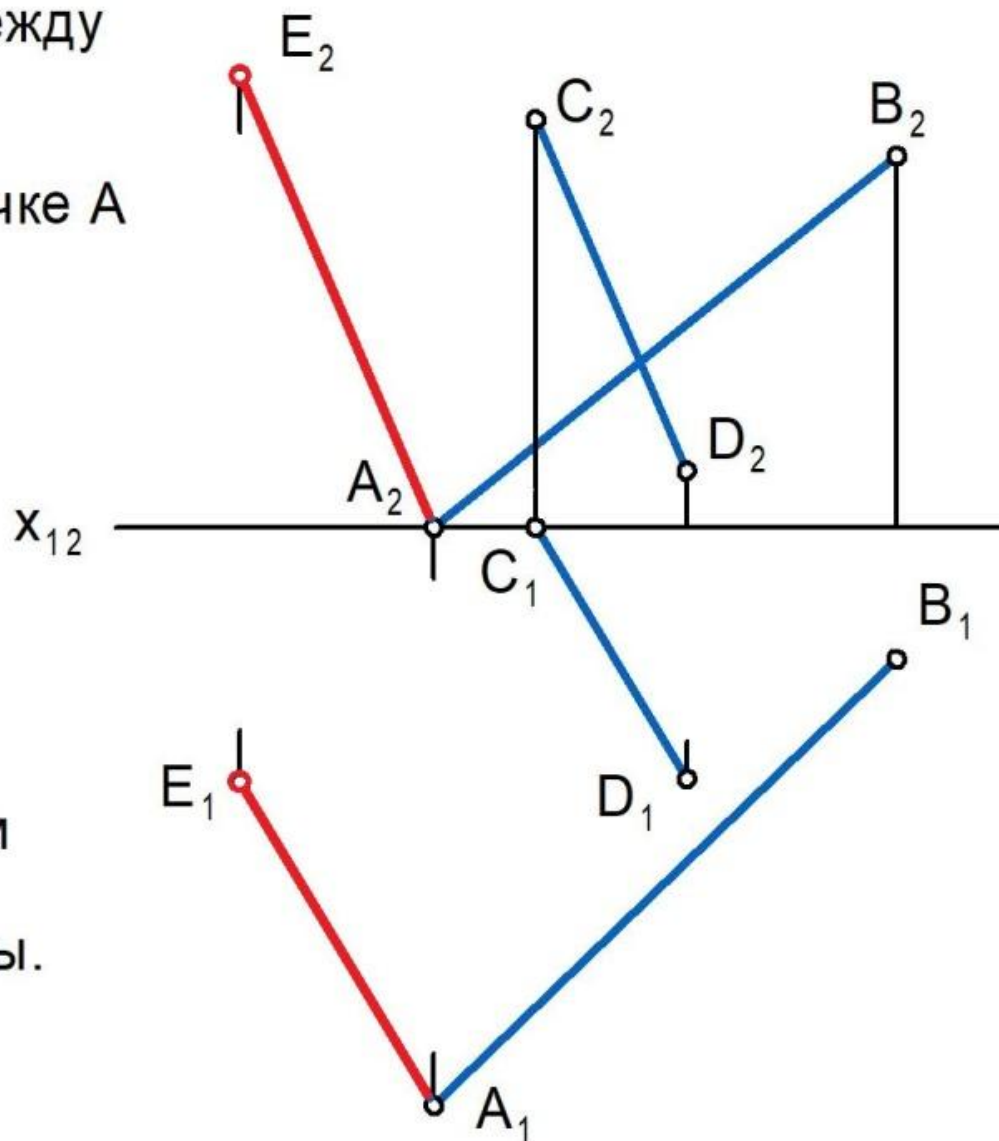
1.  $AE \parallel CD$ :

$\Rightarrow A_1E_1 \parallel C_1D_1$ ;

$\Rightarrow A_2E_2 \parallel C_2D_2$ .

Требуется определить  
 $\angle BAE$ .

Алгоритм решения строится  
на основе задачи 4 преобраща-  
ования чертежа, т.е. двойным  
преобразованием добиться  
построения  $\angle BAE$  плоской фигуры.

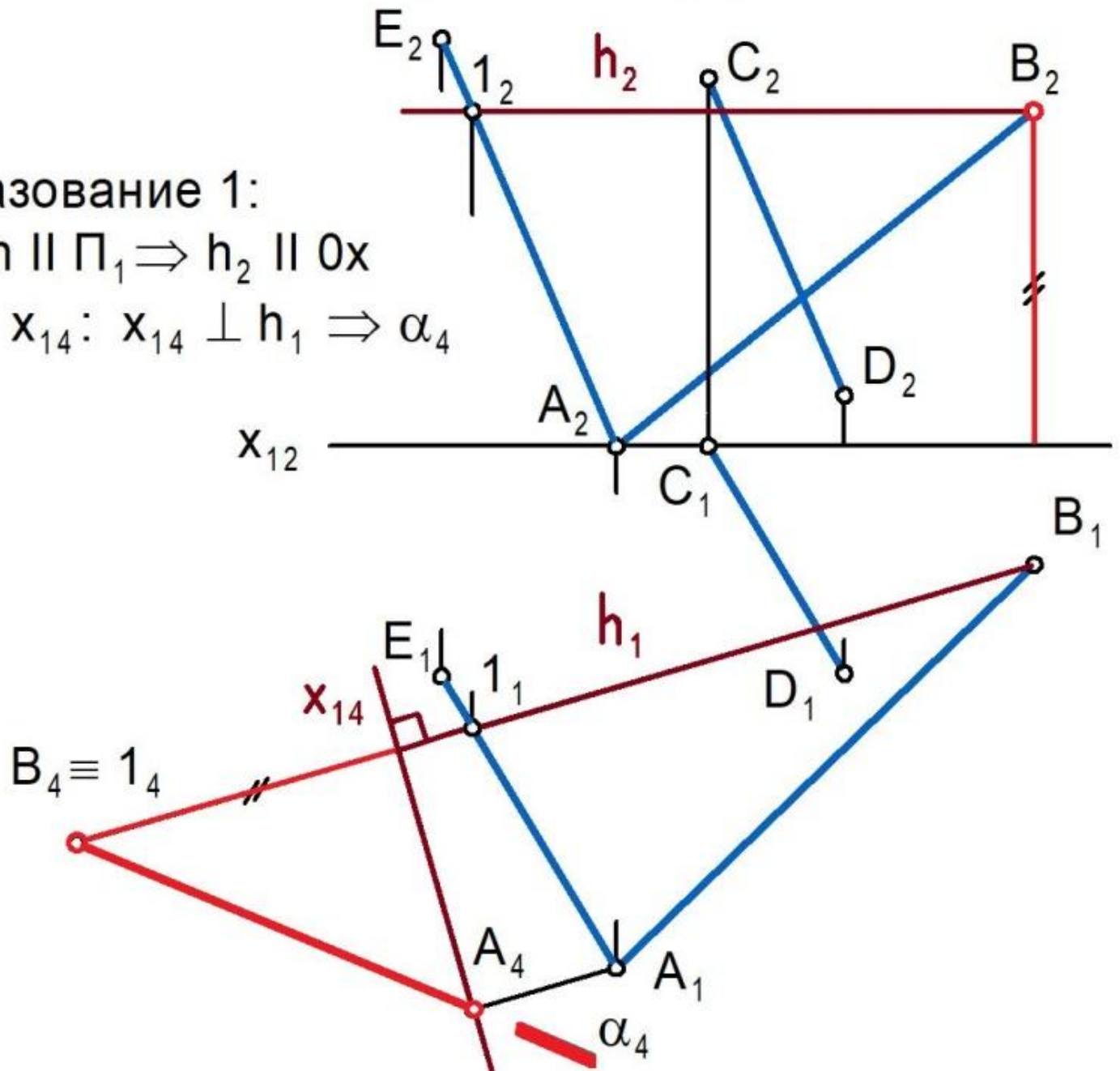


Задача 32. Определить угол между прямыми АВ и CD

Преобразование 1:

2.  $h \subset \beta; h \parallel \Pi_1 \Rightarrow h_2 \parallel OX$

3.  $x_{12} \rightarrow x_{14}: x_{14} \perp h_1 \Rightarrow \alpha_4$



Задача 32. Определить угол  
между прямыми AB и CD

Преобразование 1:

2.  $h \subset \beta; h \parallel \Pi_1 \Rightarrow h_2 \parallel OX$

3.  $x_{12} \rightarrow x_{14}: x_{14} \perp h_1 \Rightarrow \alpha_4$

Преобразование 2:

4.  $x_{14} \rightarrow x_{45}: x_{45} \parallel \alpha_4$

$\Rightarrow$  НВ ( $\angle BA_1$ )

