

Математика



Основные разделы курса «Математика»

1 семестр

- Введение в математический анализ
- Теория пределов
- Дифференциальное исчисление
- Интегральное исчисление
- Функции многих переменных

Литература

- 1. **Математика для экономистов: учебное пособие** / С.И. Макаров. – М.: КНОРУС, 2008.
- 2. **Высшая математика для экономистов: учебник для вузов** / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман. – М.: ЮНИТИ, 2001.
- 3. Солодовников А.С., Бабайцев В.А., Браилов А.В., Шандра И.Г. **Математика в экономике: учебник: в 2-х ч.** – М.: Финансы и статистика, 2003.

Образовательный ресурс:

<http://ios.sseu.ru/public/eresmat/menedg/start.htm>

- *Учебное пособие*
- *Практикум*
- *Тесты по разделам программы*
- *Вопросы к экзамену*
- *Образцы решения задач*
- *Методические пособия*
- *Справочные материалы*
- *Полезная информация*

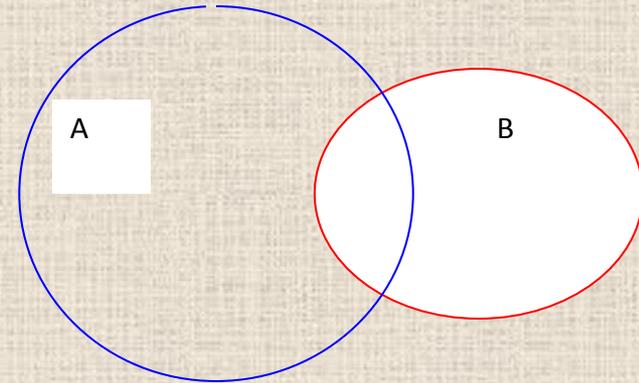
Лекция 1

Введение в математический анализ



Элементы теории множеств

- 1. Объединение множеств:
 $x \in A \cup B \Leftrightarrow x \in A \vee x \in B$



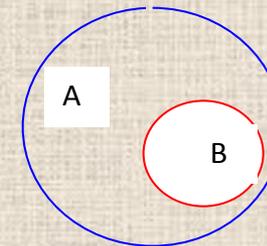
- 2. Пересечение множеств:
 $x \in A \cap B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \in B$

- 3. Разность множеств:

$$x \in A \setminus B \Leftrightarrow x \in A \wedge x \notin B$$

- 4. Дополнение множества в другом множестве:

$$x \in C_A B \Leftrightarrow B \subset A, x \in A \wedge x \notin B$$



Стандартные множества

- $N = \{1, 2, 3, \dots\}$ – натуральные числа
- $Z = \{N, N_-, 0\}$ – целые числа
- $P = \left\{ \frac{m}{n}, \text{ где } m \in Z, n \in N, \text{ - взаимно простые} \right\}$ – рациональные числа
(конечные или периодические десятичные дроби)
- Q – иррациональные числа (бесконечные непериодические десятичные дроби)
- $R = \{P \cup Q\}$ – действительные числа.

$x \in R$ - собственные точки;

$-\infty, +\infty, \infty$ - несобственные точки.

Виды промежутков:

- $[a;b]$ - отрезок
- $(a;b)$ - интервал
- $[a;b), (a;b]$ - полуинтервал.

Абсолютная величина (модуль) действительного числа

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0, \\ -x, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

Свойства модуля

$$|x| \geq 0$$

$$-|x| \leq x \leq |x|$$

$$|x| = |-x|$$

$$|x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$$

$$|xy| = |x| \cdot |y|$$

$$|x + y| \leq |x| + |y|$$

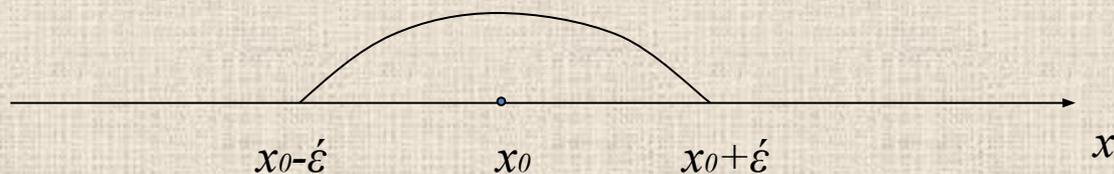
$$\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}$$

$$|x - y| \geq |x| - |y|$$

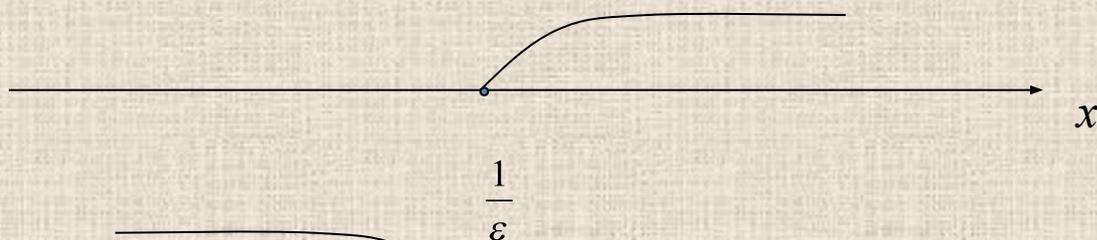
Окрестность точки

$$x_0 \in R$$

ε -окрестностью точки x_0 называется множество точек x ,
удовлетворяющих условию: $|x - x_0| < \varepsilon$

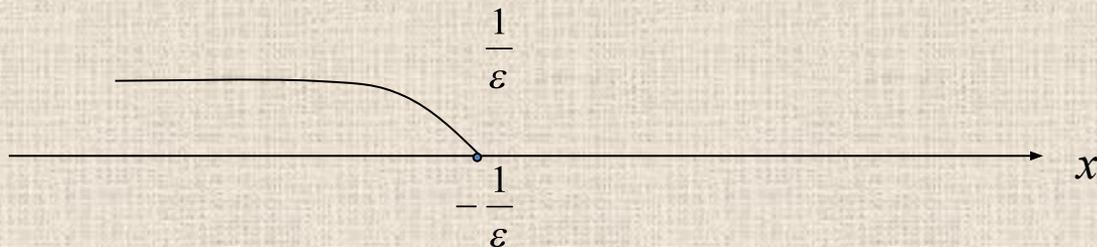


$$x_0 = +\infty$$



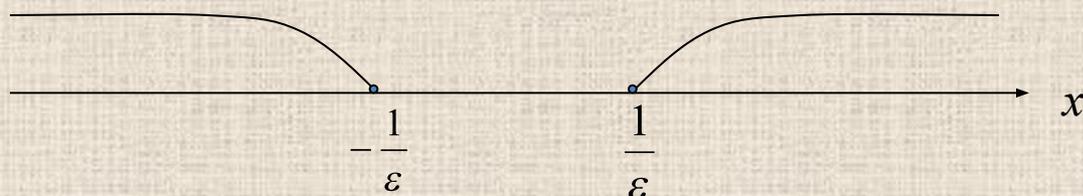
$$x > \frac{1}{\varepsilon}$$

$$x_0 = -\infty$$

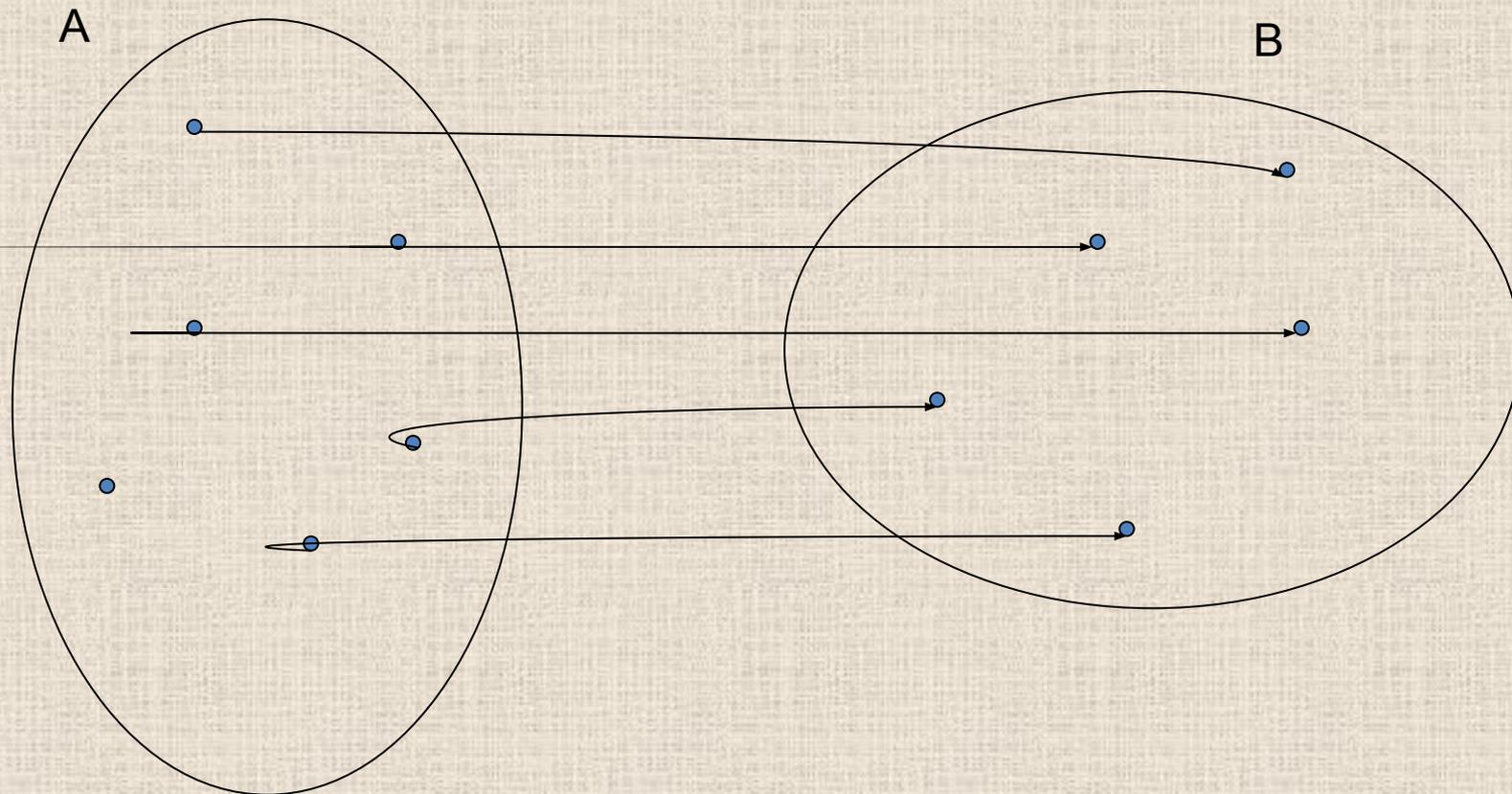


$$x < -\frac{1}{\varepsilon}$$

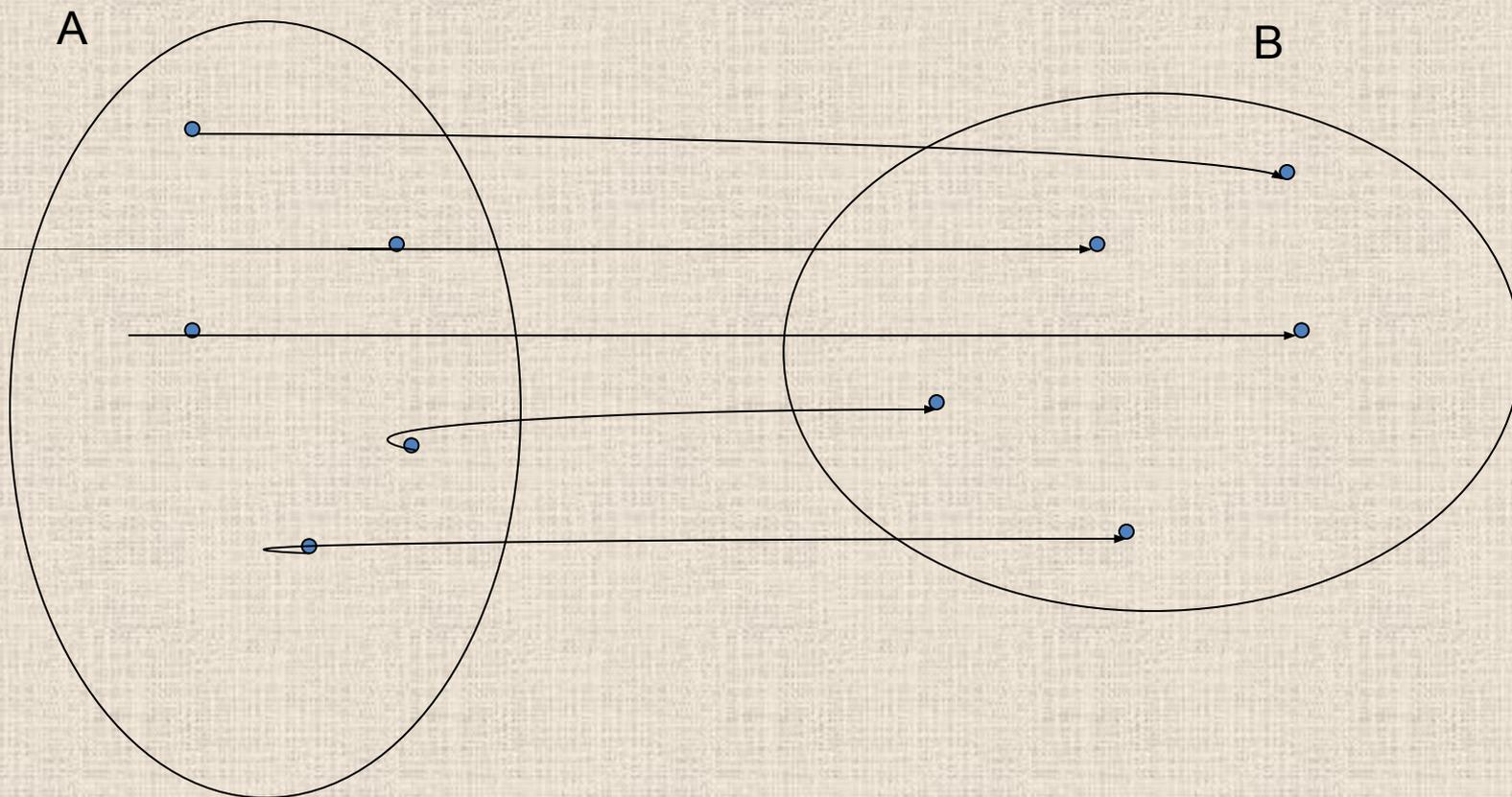
$$x_0 = \infty$$



$$|x| > \frac{1}{\varepsilon}$$



Функциональная зависимость



КАЖДОМУ элементу множества *A* ставится в соответствие *ЕДИНСТВЕННЫЙ* элемент множества *B*

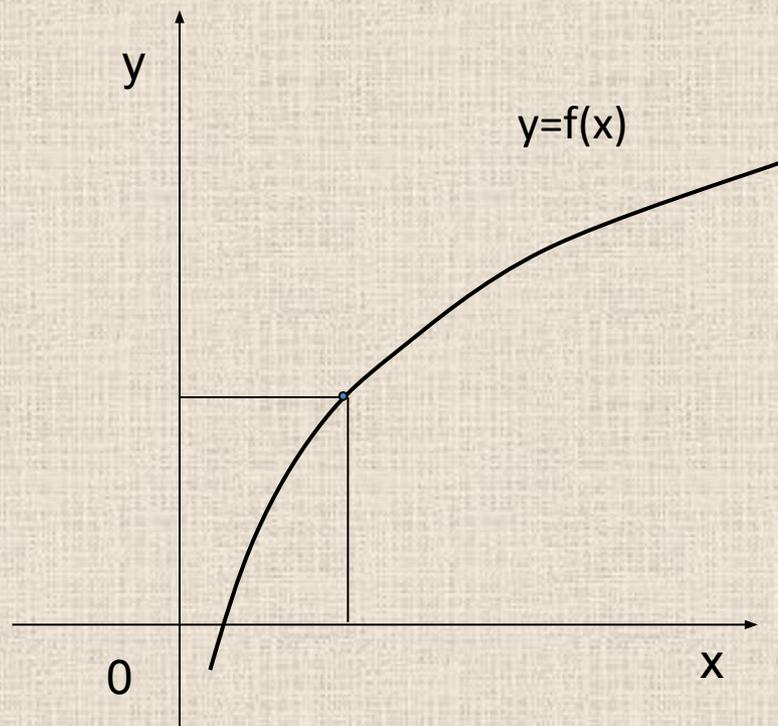
Задание функциональной зависимости между числовыми множествами

X , Y -числовые множества

$$x \in X, y \in Y$$

$$f: X \rightarrow Y, y = f(x)$$

$D(f)$, $E(f)$

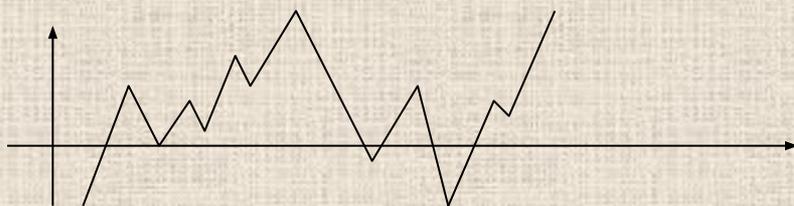


Способы задания функции

$$y = x^2 + 1,$$

$$y = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ -1 & x < 0. \end{cases}$$

ГОД	1800	1930	1960	1975	1987	2000
Численность населения, млрд. чел.	1	2	3	4	5	6



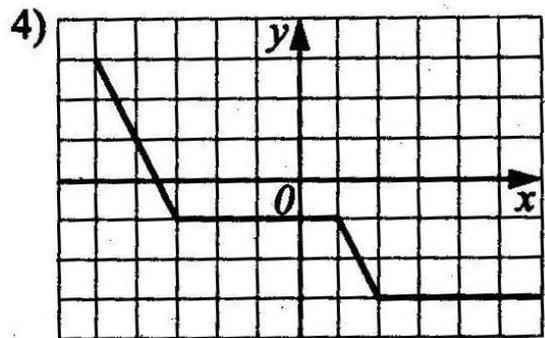
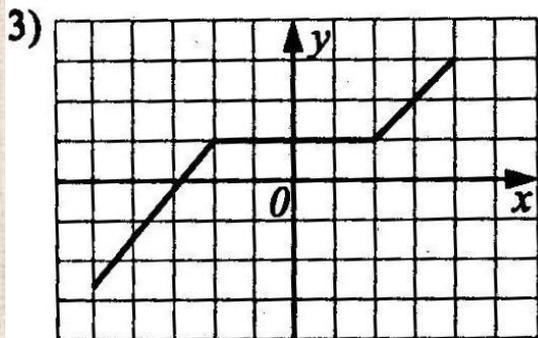
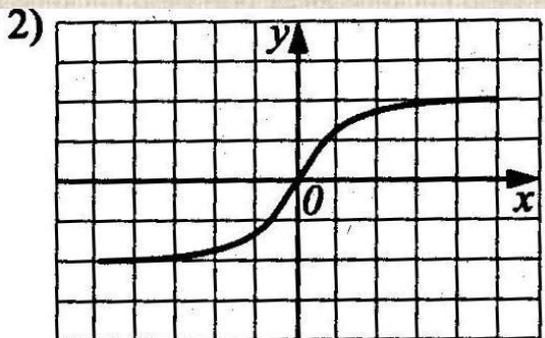
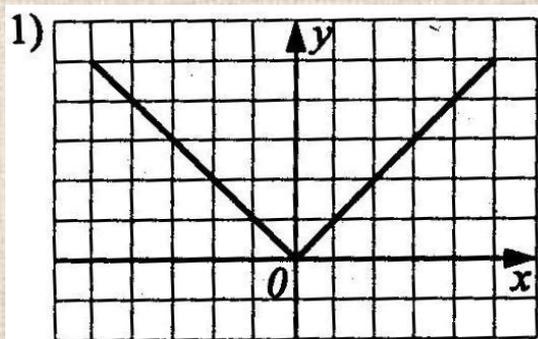
- *аналитический*
- *табличный*
- *графический*
- *словесный*

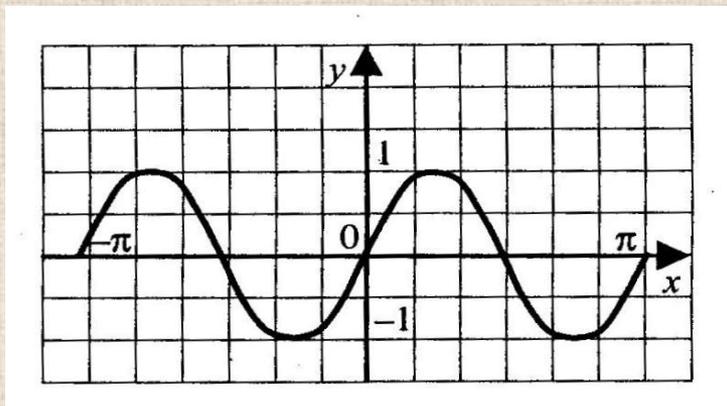
Свойства функций

- **МОНОТОННОСТЬ**

$$\forall x_1, x_2 \in D(f) : x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$

$$\forall x_1, x_2 \in D(f) : x_1 > x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$





- периодичность

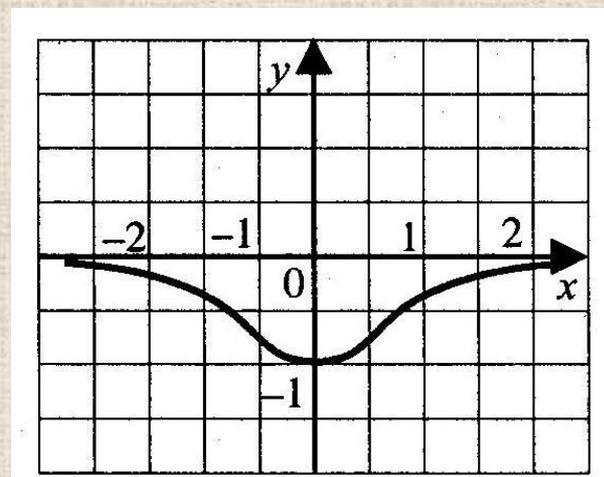
$$\exists T > 0 : f(x + T) = f(x)$$

- ограниченность

$$\exists M \in R : f(x) \leq M$$

$$\exists M \in R : f(x) \geq M$$

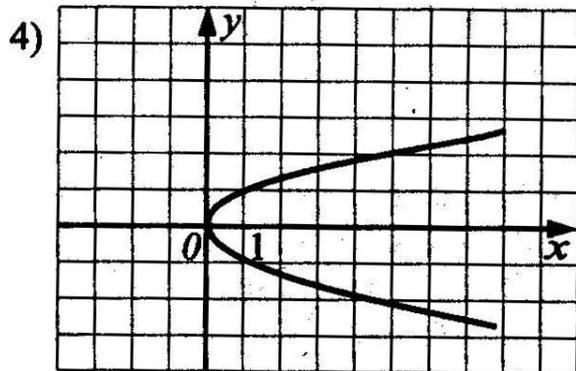
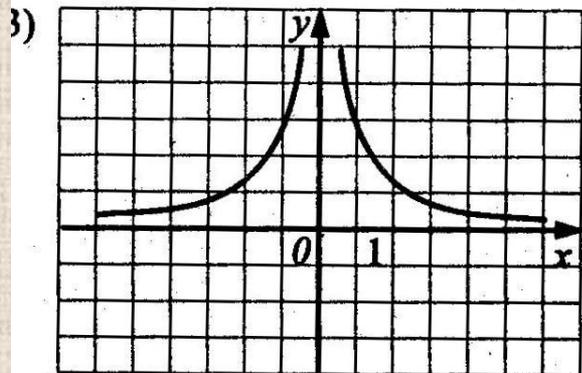
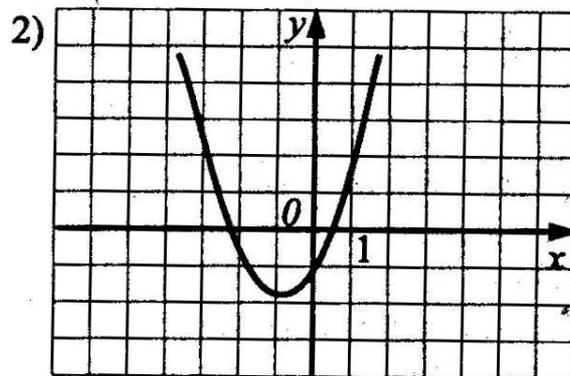
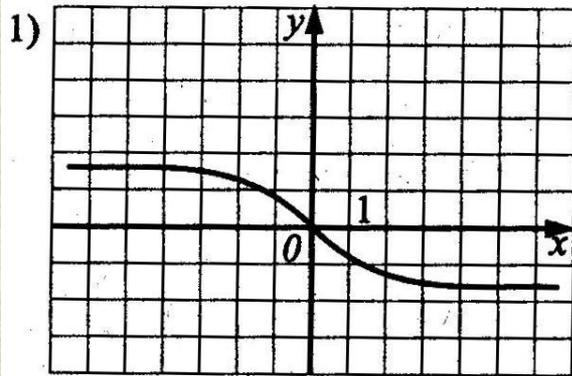
$$\exists M \in R : |f(x)| \leq M$$



- четность / нечетность

$$f(-x) = f(x)$$

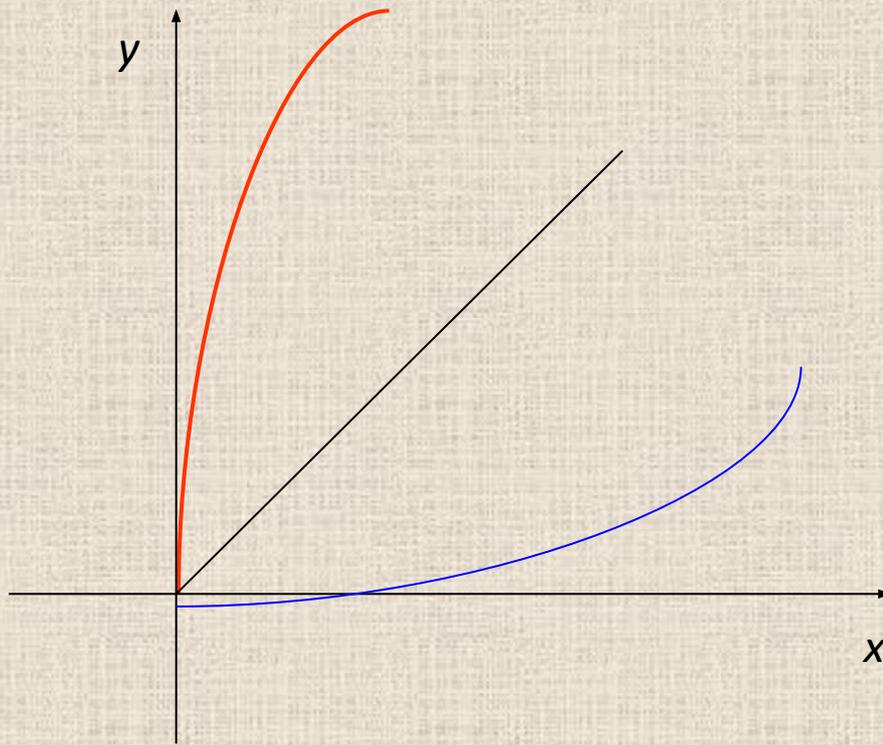
$$f(-x) = -f(x)$$



Обратная функция

$$f : X \rightarrow Y$$

$$f^{-1} : Y \rightarrow X \quad x = f^{-1}(y)$$



$$y = x^2, \quad x \geq 0$$

$$|x| = \sqrt{y}$$

$$y = \sqrt{x}$$

$$z = 2p - 4$$

$$y = \ln x$$

$$z(t) = t^2 - 2t, \quad t \geq 1$$

Сложная функция

$$\left. \begin{array}{l} f: X \rightarrow Y \\ g: Y \rightarrow Z \end{array} \right\} g \cdot f: X \rightarrow Z \quad - \text{ композиция отображений}$$

$$\left. \begin{array}{l} y = f(x) = x^2 \\ z = g(y) = \sin y \end{array} \right\} z = g(f(x)) = \sin x^2$$

$$y = \ln \sin x$$

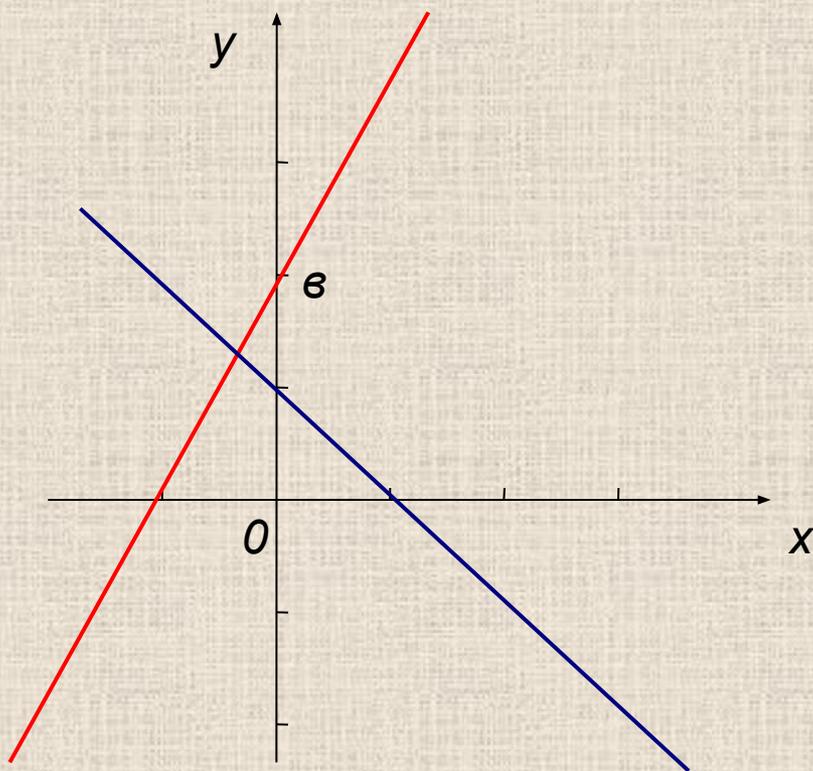
$$y = \arccos \frac{1}{x}$$

$$y = (5x^2 + 3)^4$$

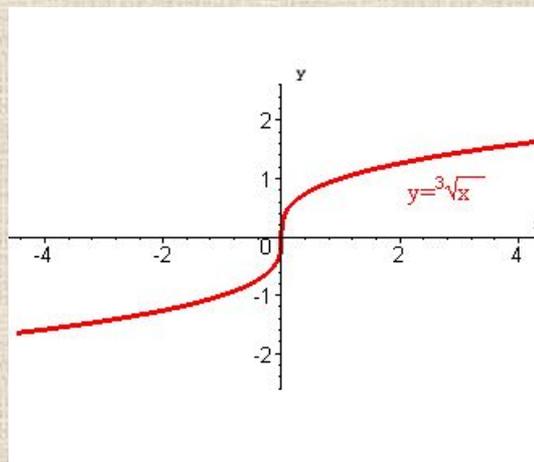
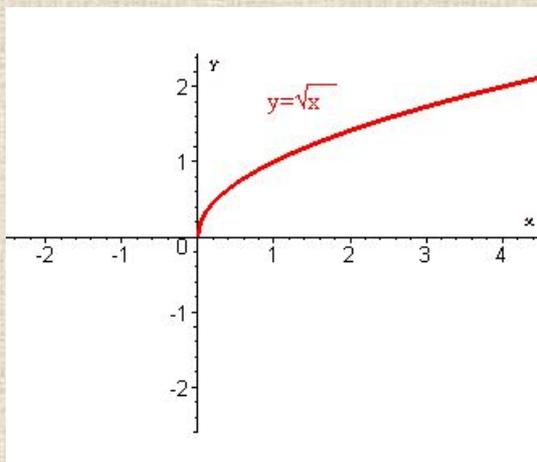
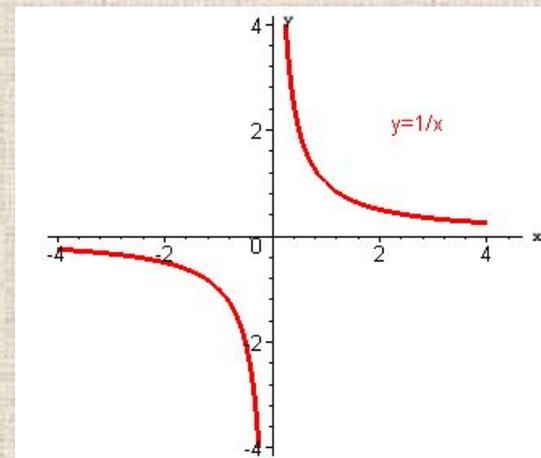
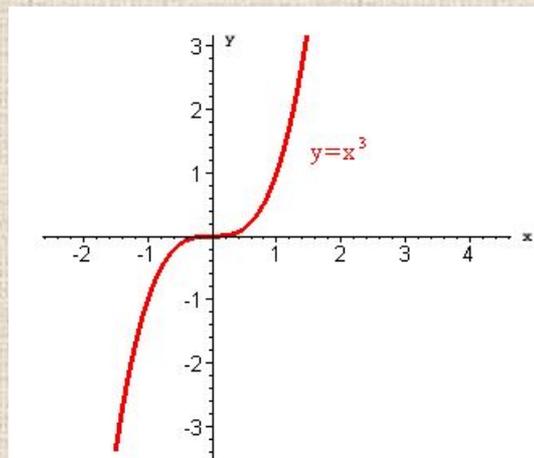
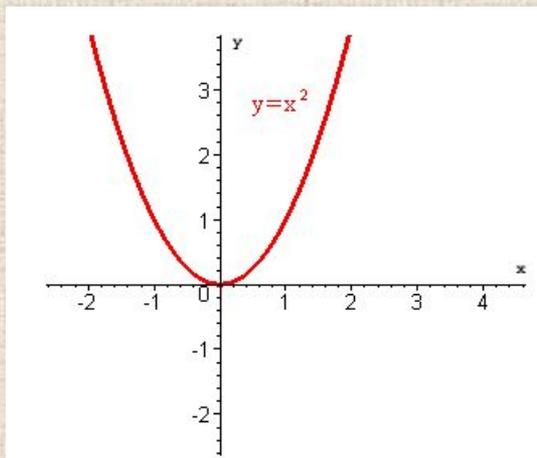
$$y = 4^{\sin^2 x}$$

Основные элементарные функции

- Линейная функция $y=kx+b$

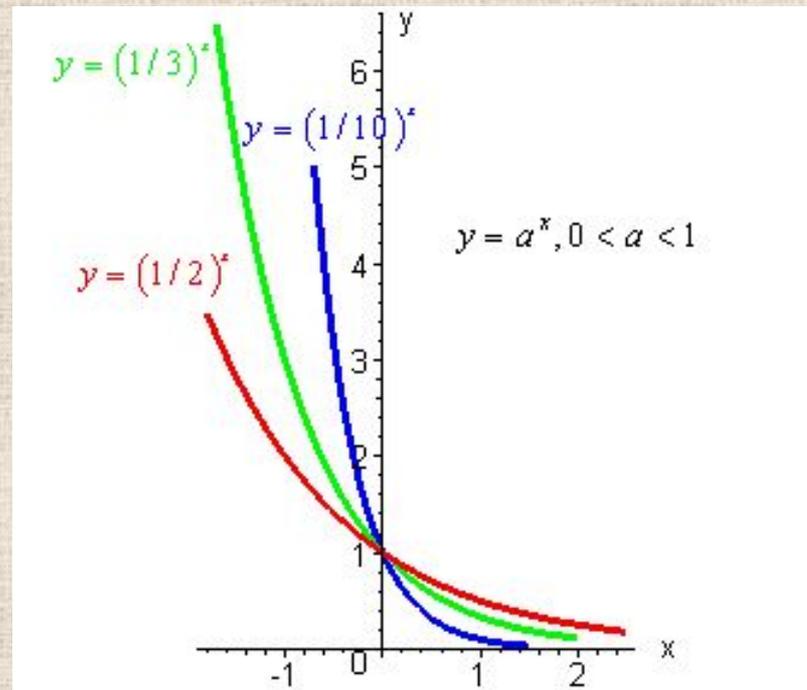
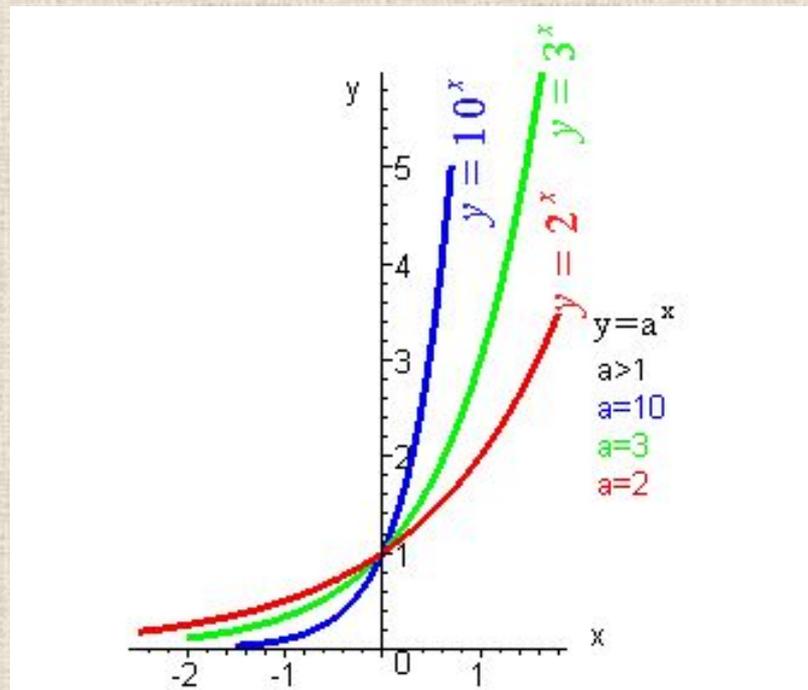


Степенная функция $y = x^n$



$$y = \frac{1}{x^2} \quad - ?$$

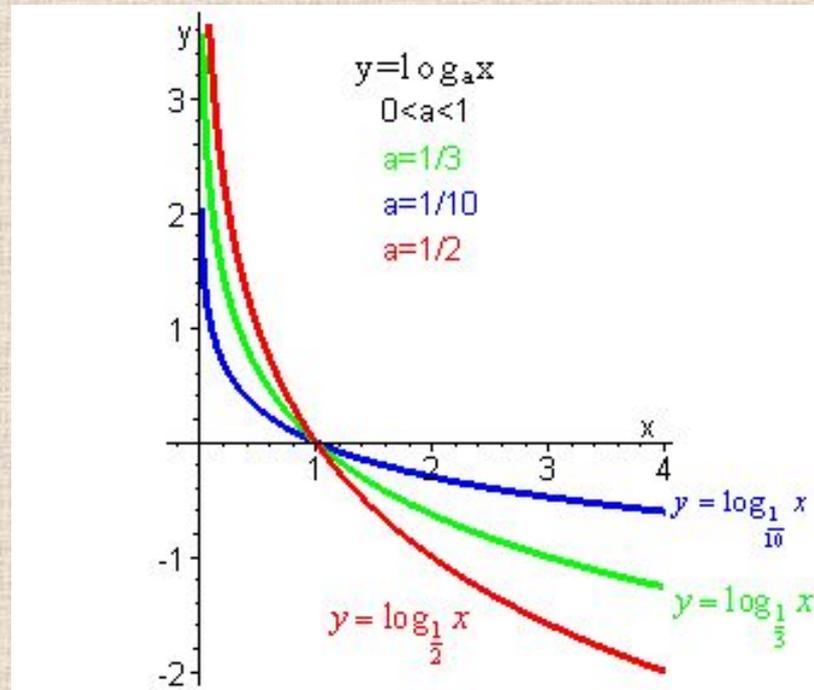
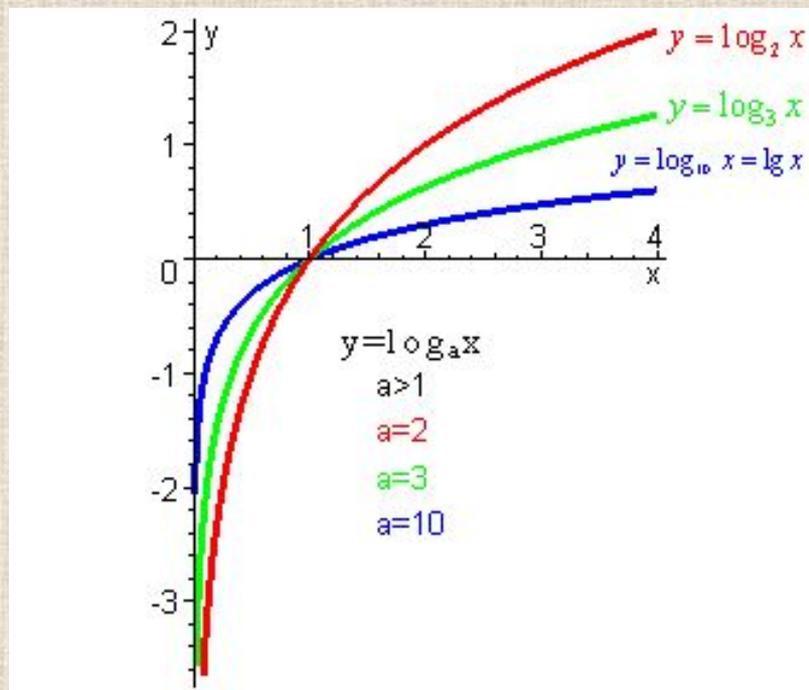
Показательная функция $y = a^x$



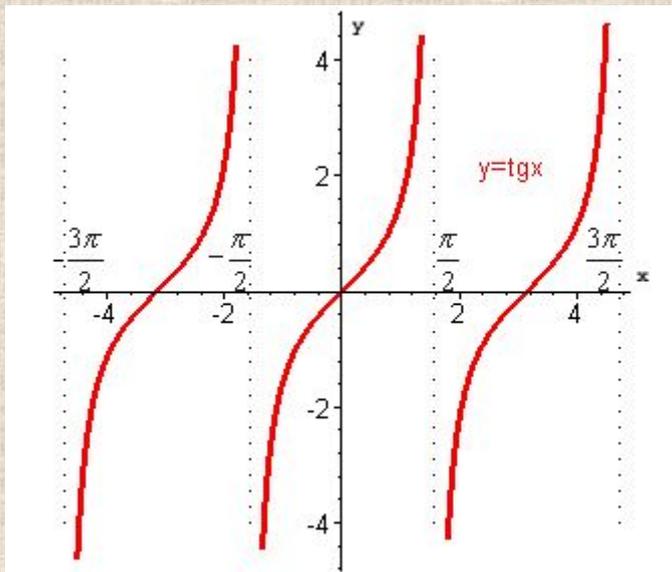
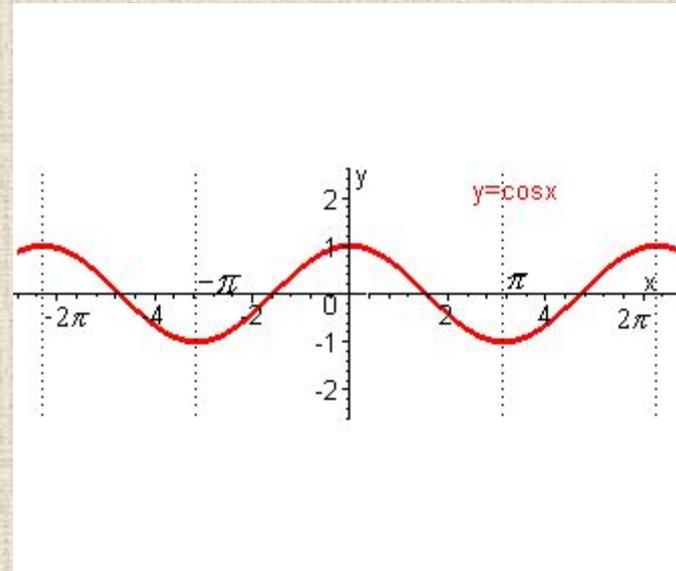
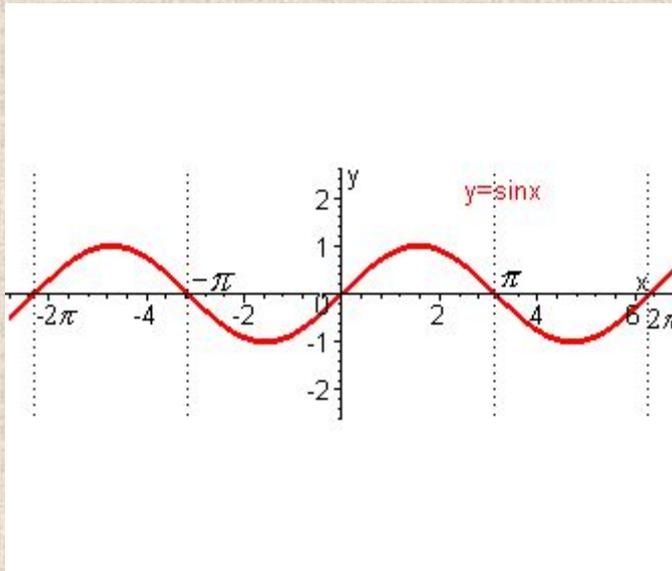
Логарифмическая функция

$$y = \log_a x$$

$$x > 0, \quad a > 0, \quad a \neq 1$$



Тригонометрические функции и обратные к ним



$$y = \operatorname{ctg} x \quad -?$$

$$y = \arcsin x \quad -?$$

$$y = \arccos x \quad -?$$

$$y = \operatorname{arctg} x \quad -?$$

$$y = \operatorname{arcctg} x \quad -?$$

Элементарные функции

- построены из основных элементарных функций с помощью конечного числа алгебраических действий и/или конечного числа операций образования сложной функции

Алгебраические

- конечное число алгебраических действий (полином, дробно-рациональная функция, иррациональная функция)

Трансцендентные

(показательная, логарифмическая, тригонометрические и обратные тригонометрические функции)

Преобразования графиков функций

$y = -f(x)$ - симметричное отображение относительно оси Ox .

$y = f(-x)$ - симметричное отображение относительно оси Oy .

$y = f(x \pm a)$ - параллельный перенос на a влево/ вправо.

$y = f(x) \pm a$ - параллельный перенос на a вверх/ вниз.

$y = k \cdot f(x)$ - растяжение (для $k > 1$) /сжатие (для $0 < k < 1$)
в k раз вдоль оси Oy .

$y = f(k \cdot x)$ - растяжение (для $0 < k < 1$) /сжатие (для $k > 1$)
в k раз вдоль оси Ox .

$y = |f(x)|$ - часть графика, расположенная ниже оси Ox ,
отображается симметрично относительно оси Ox ,
остальная часть графика не изменяется.

$y = f(|x|)$ - часть графика, расположенная в правой
полуплоскости
копируется в левую полуплоскость.

Вопросы к семинару

- Модуль действительного числа. Свойства модуля. Решение неравенств вида $|f(x)| \leq a, |f(x)| \geq a$.
Окрестность точки.
- Понятие функции. Область определения, область значений функции. Образ и прообраз. Способы задания функций. График функции. Явная и неявная функции. Композиция функций. Обратная функция. Свойства функций: монотонность, ограниченность, четность, периодичность.
- Основные элементарные функции, их свойства и графики.
- Элементарные функции, их классификация.
- Преобразования графиков функций.