Корінь n-го степеня

ПІДГОТУВАВ:
СТУДЕНТ І КУРСУ, І ГРУПИ
ВІДДІЛЕННЯ ТЕХНОЛОГІЧНОЇ ОСВІТИ ПГПК ІМ.І.Я.ФРАНКА
ЗАЯЦ АНТОН

Коренем n-го степеня (***n*** — натуральне число, n>1) ***з дійсного числа a*** називають дійсне число ***b***, ***n***-й степінь якого дорівнює ***a***.

Корінь ***n***-го степеня із числа ***a*** позначають: $\sqrt[n]{a}$

(читають: «корінь ***n***-го степеня з числа ***a***»).

Згідно з визначенням кореня ***n***-го степеня маємо

$$\sqrt[n]{a} = b,$$

якщо

$$b^n = a$$

Корінь n-го степеня, n - непарне

Якщо n — непарне натуральне число, то графіки функцій y = xn і y = a при будь-якому a перетинаються в одній точці (рис. 78).

Це означає, що рівняння xn = a має **єдиний** корінь при будь-якому a.

Висновок: **якщо n — непарне натуральне число, більше за 1, то корінь n-го степеня з будь-якого числа існує, причому тільки один.**

Корінь непарного степеня n, n > 1, з числа a позначають так: (читають: «корінь n-го степеня з a»).

Знак називають знаком кореня n-го степеня або радикалом.

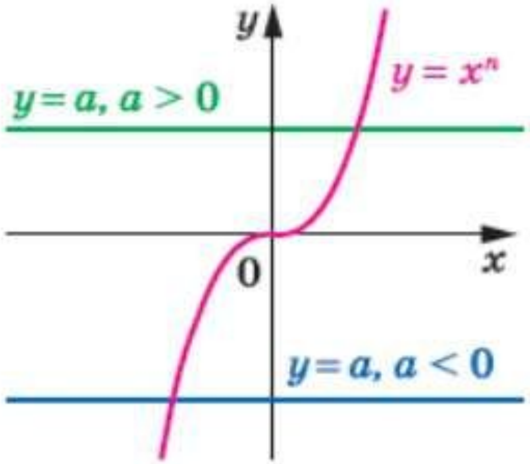
Вир $\sqrt[n]{a}$ кий стоїть під радикалом, називають підкореневим виразом.

Наприклад $\sqrt[n]{\ }$

Корінь третього степеня також прийнято називати кубічним коренем. Наприклад, запис читають: «корінь кубічний з числа 2».

$$\sqrt[5]{32}=2,\quad \sqrt[3]{-64}=-4,\quad \sqrt[7]{0}=0.$$

$$\sqrt[3]{2}$$



n — непарне натуральне число, $n > 1$

Рис. 78

Рівняння xn = a

Розглянемо рівняння xn = *a, де n — парне натуральне число*.

1) ***Якщо a < 0, то графіки функцій y = xn і y = a не мають спільних точок;***

2) ***Якщо a = 0, то розглядувані графіки мають одну спільну точку;***

3) ***Якщо a > 0, то спільних точок дві, причому їх абсциси — протилежні числа*** *(рис. 79)*.

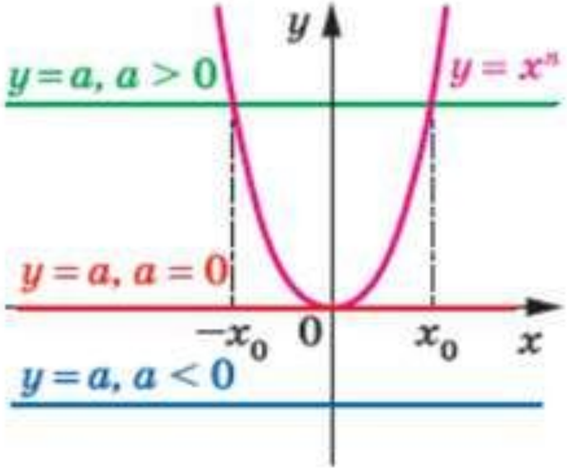
Тоді можна зробити такий висновок:

якщо n — парне натуральне число, то:

- ***при a < 0 корінь n-го степеня з числа a не існує;***
- ***при a = 0 корінь n-го степеня з числа a дорівнює 0;***
- ***при a > 0 існують два протилежні числа, які є коренями n-го степеня з числа a.***

З рисунків 78 і 79 видно, що рівняння xn = *a при a ≥ 0 обов'язково має один невід'ємний корінь.*

Його називають ***арифметичним коренем n-го степеня з числа a.***



n — парне натуральне число

Рис. 79

Арифметичний корінь *n-го степеня*

Означення. Арифметичним коренем n-го степеня з невід'ємного числа a, де n » N, n > 1, називають таке невід'ємне число, n-й степінь якого дорівнює a.

Арифметичний корінь n-го степеня з невід'ємного числа a позначають так: $\sqrt[n]{a}$.

Наприклад, $\sqrt[4]{81}=3$, оскільки $3 \geqslant 0$ і $3^4 = 81$;

$\sqrt[6]{64}=2$, оскільки $2 \geqslant 0$ і $2^6 = 64$;

$\sqrt[10]{0}=0$, оскільки $0 \geqslant 0$ і $0^{10} = 0$.

Узагалі, якщо $b \geqslant 0$ і $b^n = a$, де $n \in \mathbb{N}$, $n > 1$, то $\sqrt[n]{a} = b$.

Позначення арифметичного кореня

1)Для позначення арифметичного кореня *n-го степеня з невід'ємного числа a і кореня непарного степеня n з числа a використовують один і той самий запис:* $\sqrt[n]{a}$.

2)*Запис* $\sqrt[2k]{a}$, *k* » N, *використовують тільки для позначення арифметичного кореня.*

3)*Корінь парного степеня з числа a не має позначення.*

За допомогою знака кореня n-го степеня можна записувати розв'язки рівняння $x^n = a$, де $n \in \mathbb{N}$, $n > 1$.

- Якщо n — непарне натуральне число, то при будь-якому значенні a розглядуване рівняння має єдиний корінь $x = \sqrt[n]{a}$.
- Якщо n — парне натуральне число і $a > 0$, то рівняння має два корені: $x_1 = \sqrt[n]{a}$, $x_2 = -\sqrt[n]{a}$.
- Якщо $a = 0$, то $x = 0$.

Наприклад, коренем рівняння $x^3 = 7$ є число $\sqrt[3]{7}$; коренями рівняння $x^4 = 5$ є два числа: $-\sqrt[4]{5}$ і $\sqrt[4]{5}$.

З означення арифметичного кореня n-го степеня випливає, що для будь-якого невід'ємного числа a має місце таке:

$\sqrt{\ } \geqslant 0$ ***і виконується рівність*** $\left(\sqrt{\ }\right) =$

Наприклад, $\left(\sqrt[6]{7}\right)^6 = 7$.

Покажемо, що при будь-якому a і $k \in \mathbb{N}$

$$\boxed{\sqrt[2k+1]{-a} = -\sqrt[2k+1]{a}}$$

Наприклад, $\sqrt[3]{-2} = -\sqrt[3]{2}$, $\sqrt[5]{-12} = -\sqrt[5]{12}$.

Властивості кореня n-го степеня

1. $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$;
2. $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$;
3. $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$;
4. $\sqrt[n]{a} = \sqrt[nk]{a^k}$;
5. $\sqrt[n]{a^k} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^k$;
6. $\sqrt[n]{a^n} = a, (a \geq 0)$;
7. $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$, якщо $a < b$;
8. $\sqrt{a^2} = |a|$;
9. $\sqrt[2n]{a^{2n}} = |a|$;
10. $\sqrt[2n+1]{-a} = -\sqrt[2n+1]{a}, (a \geq 0)$.


ДЯКУЮ
ЗА УВАГУ!
risovach.ru