

# Лекция 3

## ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электростатическое поле в  
диэлектриках.

- 1.11. Поляризация диэлектриков. Свободные и связанные заряды. Основные виды поляризации диэлектриков.**
- 1.12. Вектор поляризации и вектор электрической индукции.**
- 1.13. Напряженность электрического поля в диэлектрике.**
- 1.14. Основные теоремы электростатики в интегральной и дифференциальной форме.**
- 1.15. Граничные условия для электрического поля.**

## 1.11. Поляризация диэлектриков. Свободные и связанные заряды. Основные виды поляризации диэлектриков.

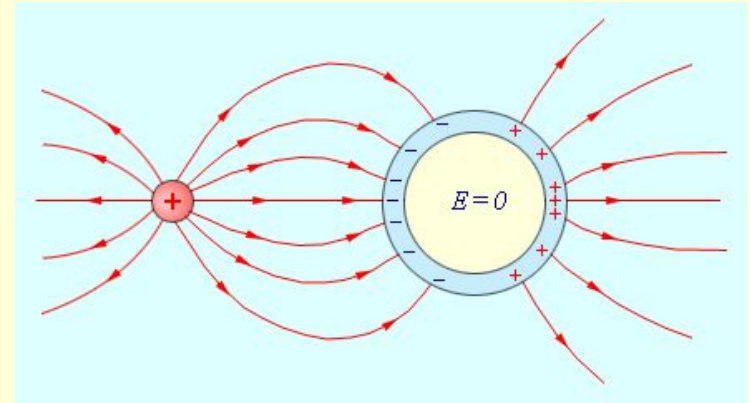
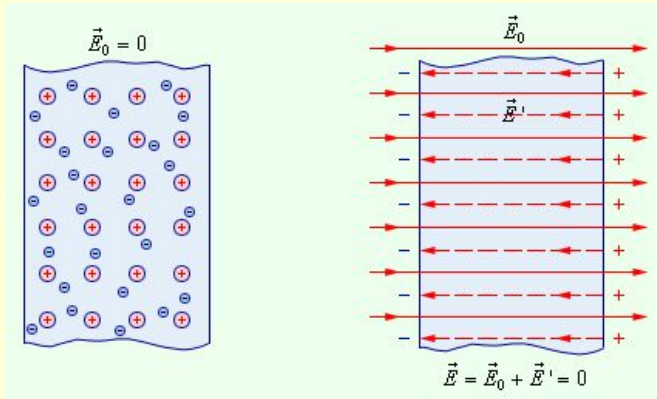
Явление возникновения электрических зарядов на поверхности диэлектриков в электрическом поле называется **поляризацией**.

Возникающие при этом заряды – **поляризационными**.

**В проводниках (например, металлах) имеются свободные заряды, которые можно разделить.**

**В диэлектриках заряды смещаются лишь в пределах отдельных молекул, поэтому их разделить нельзя.**

**Такие заряды называются связанными.**



**Различают следующие основные виды поляризации диэлектриков:**

**Ориентационная** поляризация

**Деформационная** или **электронная** поляризация

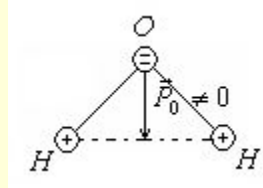
**Ионная** поляризация

**Сегнетоэлектрики** и **пироэлектрики**

## Ориентационная поляризация (полярные диэлектрики).

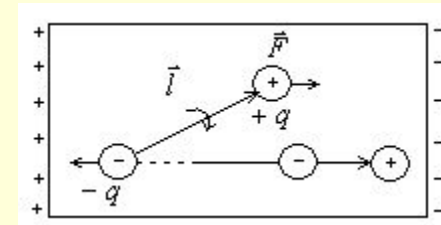
Молекулы таких веществ уже в начальном состоянии имеют собственный дипольный электрический момент  $\vec{p}_0 \neq 0$

**Электрическим диполем** называется система двух связанных между собой равных по величине и противоположных по знаку точечных зарядов. Величина  $\vec{p} = q\vec{l}$  - называется электрическим моментом диполя,  $\vec{l}$  - плечо диполя – вектор, направленный от отрицательного заряда к положительному.



В электрическом поле на диполь действует пара сил, вследствие чего диполь устанавливается (ориентируется) вдоль силовых линий поля.

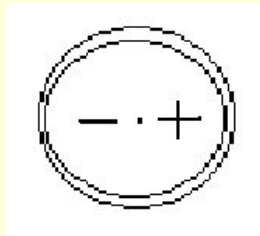
$$\vec{F} = q\vec{E}$$



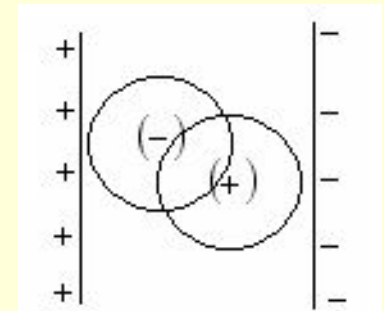
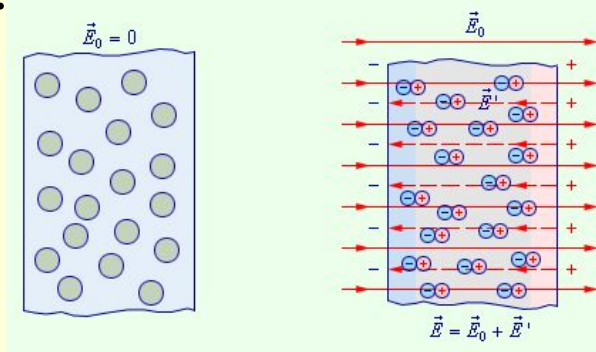
$\vec{M} = [\vec{l}\vec{F}] = [\vec{p}\vec{E}]$  - момент пары сил, действующий на диполь в электрическом поле.

## Деформационная или электронная поляризация (неполярные диэлектрики).

Пример молекул таких веществ:  $\text{H}_2$ ,  $\text{O}_2$ . Между атомами в молекуле действует ковалентная неполярная связь. «Центры тяжести» положительных и отрицательных ионов совпадают, поэтому в исходном состоянии дипольный электрический момент у такой молекулы отсутствует  $\vec{p}_0 = 0$ .



Неполярная молекула водорода



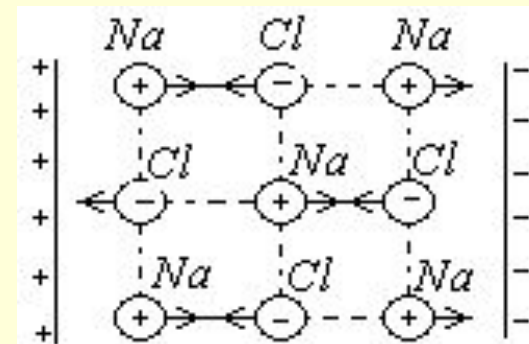
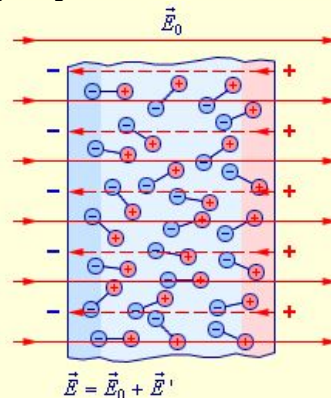
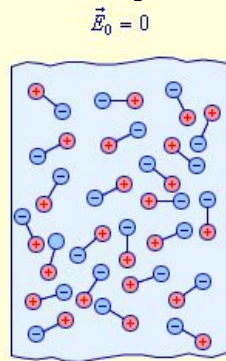
Электронная поляризация

В электрическом поле электронное облако молекулы деформируется, вследствие чего «центры тяжести» положительных и отрицательных зарядов смещаются, и у молекулы появляется наведённый дипольный

момент  $\vec{p} = \epsilon_0 \beta \vec{E}$  ( $\beta$  - поляризуемость молекулы).

## Ионная поляризация (кристаллы)

Ионные кристаллы (например, кристаллы поваренной соли NaCl) построены из положительных и отрицательных ионов, образующих как бы две кристаллические решетки, сдвинутые одна относительно другой на половину периода. Такой кристалл можно рассматривать как одну большую «молекулу».



В электрическом поле ионы противоположного знака смещаются друг относительно друга в разные стороны, в результате чего кристалл приобретает макроскопический дипольный электрический момент  $\vec{P} = \epsilon_0 \beta \vec{E}$  ( $\beta$  – поляризуемость кристалла).

# Сегнетоэлектрики и пьезоэлектрики

**Сегнетоэлектрики** – особый класс диэлектриков, отличительными свойствами которых являются:

- 1) *диэлектрическая проницаемость  $\epsilon$*  этих веществ может достигать *нескольких тысяч* (для сравнения, у такого сильного полярного диэлектрика как вода  $\epsilon = 81$ );
- 2) *зависимость  $P$  от  $E$*  не является *линейной*;
- 3) при переполяризации сегнетоэлектрика обнаруживается явление *гистерезиса*, то есть *запаздывание* следования за изменением поля ;
- 4) наблюдается *сложная зависимость  $\epsilon$  от температуры*, причем для каждого сегнетоэлектрика существует такая температура (называемая *точкой Кюри*), выше которой сегнетоэлектрик утрачивает свои свойства и становится обычным диэлектриком.

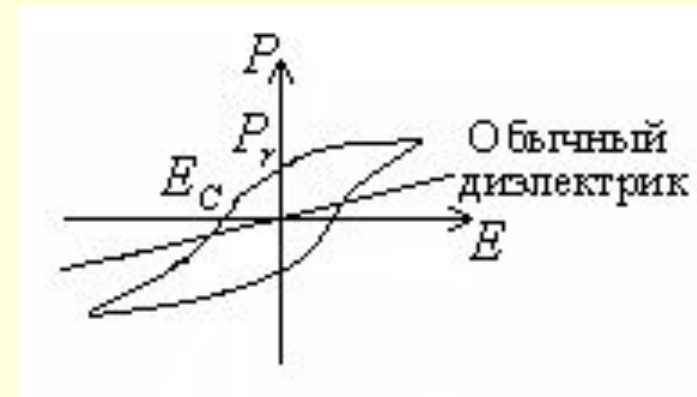
$P = \epsilon_0 \alpha E$  - обычный диэлектрик (*линейная зависимость*).

$P = P(E)$  - сегнетоэлектрик (*нелинейная зависимость*).

$P \neq 0$  при  $E = 0$  ,

$P_r$  - *остаточная поляризация*,

$E_c$  - *коэрцитивная сила*.



## 1.12. Вектор поляризации и вектор электрической индукции.

Для количественной характеристики поляризации диэлектриков вводят понятие **вектора поляризации**  $P$  как полного (суммарного) дипольного момента всех молекул в единице объема диэлектрика:

$$\vec{P} = \frac{\sum_{i \in V} \vec{p}_i}{V} \left[ \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2} \right], \quad \vec{p}_i - \text{дипольный момент одной молекулы.}$$

Суммирование производится по всем молекулам, находящимся в объеме  $V$ .

Легко видеть, что **нормальная составляющая** вектора поляризации  $P_n$  численно равна **поверхностной плотности** поляризационных зарядов на диэлектрике  $\sigma'$ :

$$\left| \sum_i \vec{p}_i \right| = q' \cdot l = \sigma' \cdot s \cdot l = \sigma' V$$

$$P_n = P \cos \theta = \sigma'$$





Последняя формула дает не только величину, но и *знак* поляризационных зарядов. В тех точках поверхности диэлектрика, где угол  $\theta$  между внешней нормалью и вектором  $\vec{P}$  острый,  $\sigma'$  положительна, а в тех точках, где угол между внешней нормалью и  $\vec{P}$  тупой,  $\sigma'$  отрицательна.

Наряду с вектором поляризации  $\vec{P}$ , для описания электрического поля в диэлектриках вводят также понятие вектора *электрической индукции*  $\vec{D}$ . По определению:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

где  $\vec{E}$  - напряженность электрического поля в диэлектрике.

Для большинства диэлектриков (кроме сегнетоэлектриков) вектор поляризации

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \alpha \vec{E}$$

Безразмерная величина  $\alpha$  называется *диэлектрической восприимчивостью*. Она связана с поляризуемостью молекулы  $\beta$  данного диэлектрика простым соотношением:  $\alpha = n\beta$ , где  $n$  - число молекул в единице объема. В этом случае электрическая индукция

$$\vec{D} = \varepsilon_0 (1 + \alpha) \vec{E} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$$

Постоянная  $\varepsilon = 1 + \alpha \geq 1$  называется *диэлектрической проницаемостью* ( $\varepsilon = 1$  - для вакуума).

Таким образом, для многих *изотропных* диэлектриков можно считать, что

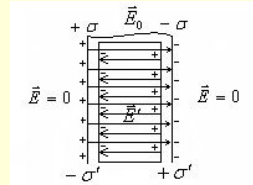
$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$$

# 1.13. Напряженность электрического поля в диэлектрике.

В соответствии с *принципом суперпозиции* электрическое поле в диэлектрике векторно складывается из внешнего поля  $\vec{E}_0$  и поля поляризационных зарядов  $\vec{E}'$ .

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}' \quad \text{или по абсолютной величине}$$

$$E = E_0 - E'$$



Мы видим, что величина напряженности поля  $E$  в диэлектрике меньше, чем в вакууме. Другими словами, любой диэлектрик *ослабляет* внешнее электрическое поле.

Индукция электрического поля  $D = \epsilon_0 E + P = \epsilon_0 E_0 - \epsilon_0 E' + P$ , где  $E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0}$ ,  $P = \sigma'$ , то есть  $D = \epsilon_0 E_0$ . С другой стороны,  $D = \epsilon_0 \epsilon E$ , откуда находим, что  $\epsilon_0 E_0 = \epsilon_0 \epsilon E$  и, следовательно, напряженность электрического поля в *изотропном* диэлектрике есть:

$$E = \frac{E_0}{\epsilon}$$

Эта формула раскрывает *физический смысл* диэлектрической проницаемости и показывает, что напряженность электрического поля в диэлектрике в  $\epsilon$  раз *меньше*, чем в вакууме. Отсюда следует простое правило: *чтобы написать формулы электростатики в диэлектрике, надо в соответствующих формулах электростатики вакуума рядом с  $\epsilon_0$  приписать  $\epsilon$ .*

В частности, закон Кулона в скалярной форме запишется в виде:  $F = \frac{q_1 q_2}{4\pi \epsilon_0 \epsilon \cdot r^2}$

# 1.14. Основные теоремы электростатики в интегральной и дифференциальной форме.

## 1) Теорема Гаусса.

$$\Phi_E = \oiint (\vec{E}_0 \cdot \vec{n}) ds = q_s / \epsilon_0 \quad (\text{вакуум})$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E} \Rightarrow$$

$$\Phi_D = \oiint (\vec{D} \cdot \vec{n}) ds = q_s \quad (\text{среда})$$

По теореме преобразования поверхностного интеграла в объемный (теореме Остроградского) имеем:

$$\oiint (\vec{D} \cdot \vec{n}) ds = \iiint \operatorname{div} \vec{D} dV = \iiint \rho dV \Rightarrow \operatorname{div} \vec{D} = \rho$$

**дифференциальная** форма записи **теоремы Гаусса**.

где  $\rho$  – объемная плотность **свободных** зарядов;

$$\operatorname{div} \vec{D} = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z}$$

Используя определение  $\vec{D}$ , нетрудно показать, что

$$\operatorname{div} \vec{P} = -\rho' \quad ,$$

где  $\rho'$  – объемная плотность **связанных** зарядов.

## 2) Теорема о циркуляции электрического поля.

$$\oint_l (\vec{E}; d\vec{l}) = 0$$

По теореме преобразования контурного интеграла в поверхностный (теореме Стокса) имеем:

$$\oint_l (\vec{E} d\vec{l}) = \iint_s (rd\vec{E} \cdot \vec{n}) ds = 0 ,$$

откуда следует дифференциальная форма второй основной теоремы электростатики

$$\text{rot} \vec{E} = 0 ,$$

где .

$$\text{rot} \vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} = \left( \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \vec{i} + \left( \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \vec{j} + \left( \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \vec{k}$$

## 1.15. Граничные условия для электрического поля.

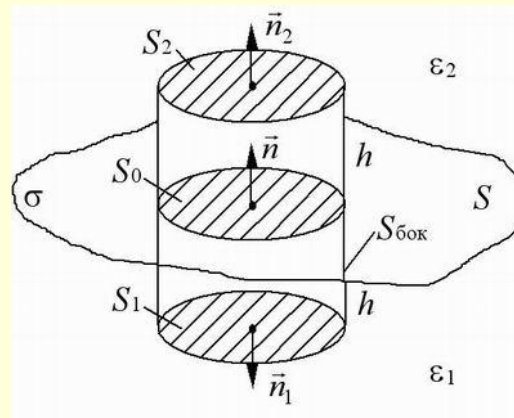
При переходе через границу раздела двух диэлектриков с различными диэлектрическими проницаемостями  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  необходимо учитывать граничные условия для полей  $\vec{D}$ , которые непосредственно вытекают из основных интегральных теорем электростатики.

Нормальные составляющие индукции поля непрерывны

$$q_{св.} = 0$$

Учитывая, что  $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$ , находим также:  $\varepsilon_1 E_{n1} = \varepsilon_2 E_{n2}$

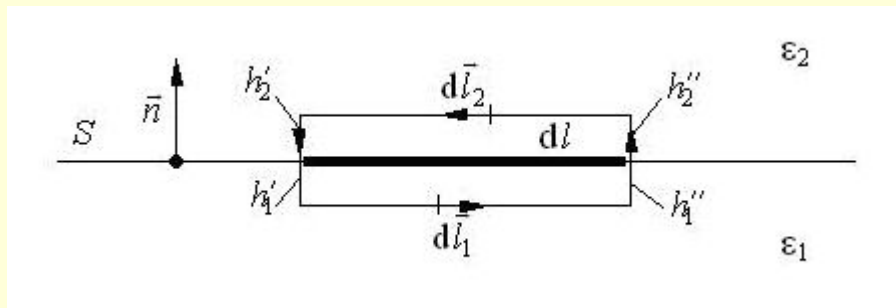
$$D_{2n} - D_{1n} = \sigma$$



## Тангенциальные составляющие электрического поля непрерывны

$$\oint_l \vec{E} d\vec{l} = 0$$

$$E_{2t} - E_{1t} = 0$$



$$E_{t1} = E_{t2}$$

