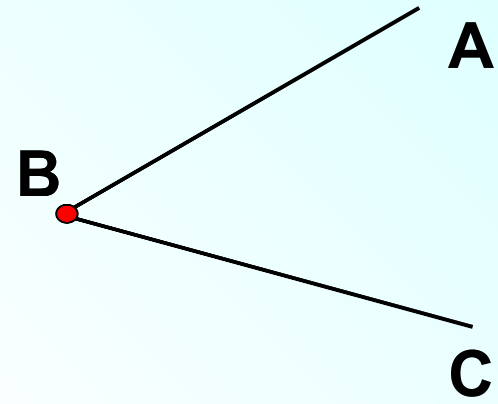
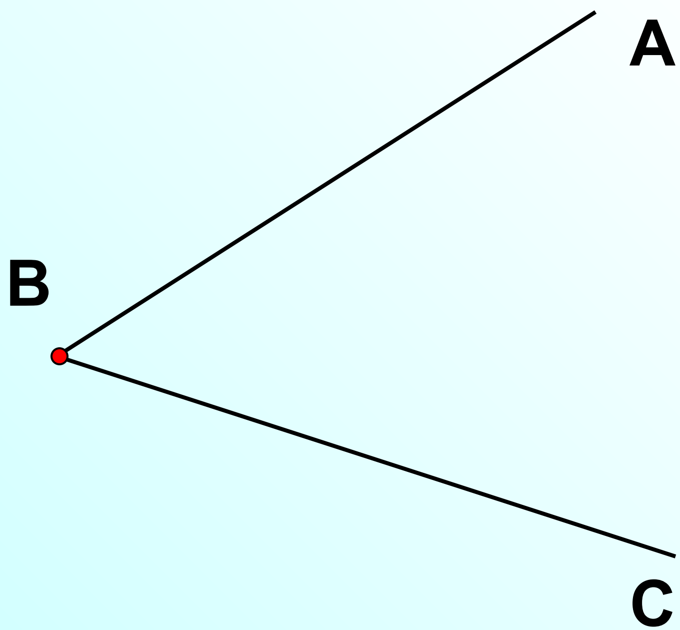
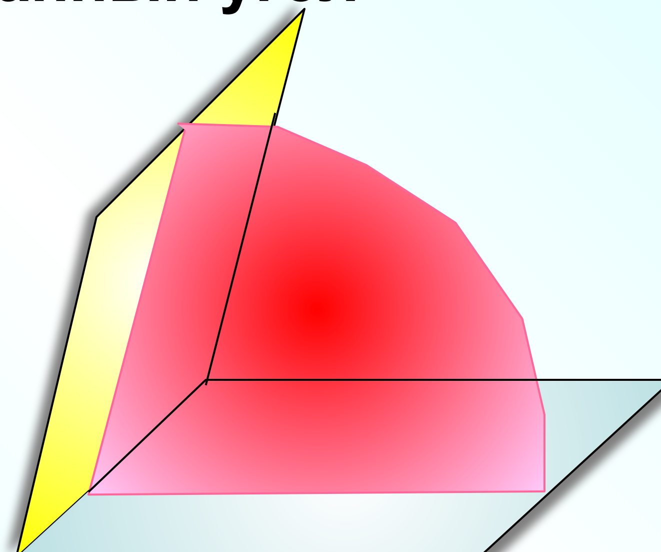
Л.С. Атанасян "Геометрия 10-11"

Двугранный угол

Планиметрия	Стереометрия
Углом на плоскости мы называем фигуру, образованную двумя лучами, исходящими из одной точки.	

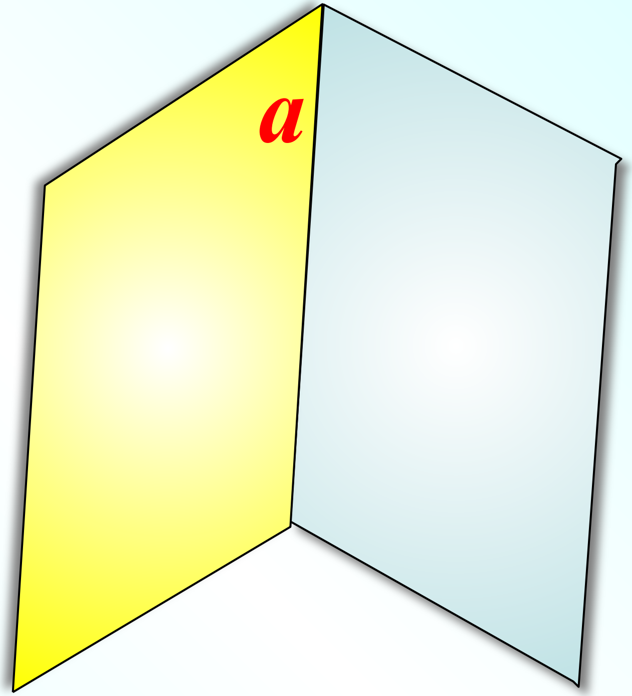


Двугранный угол



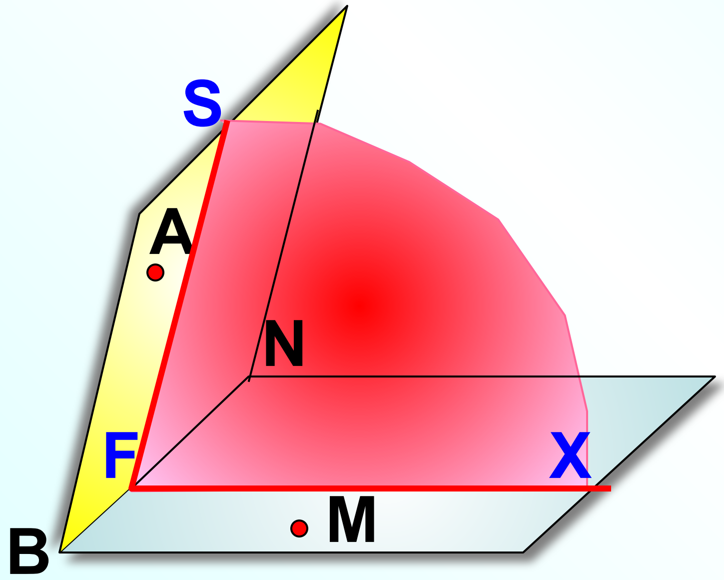
Двугранным углом называется фигура, образованная прямой *a* и двумя полуплоскостями с общей границей *a*, не принадлежащими одной плоскости.

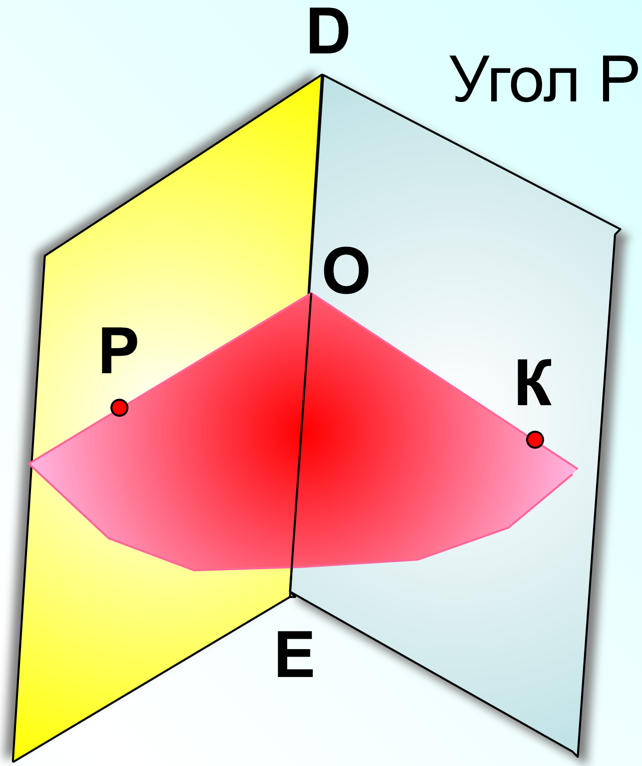
Прямая *a* – ребро двугранного угла



Две полуплоскости – грани двугранного угла

Двугранный угол ABNM, где BN – ребро, точки A и M лежат в гранях двугранного угла





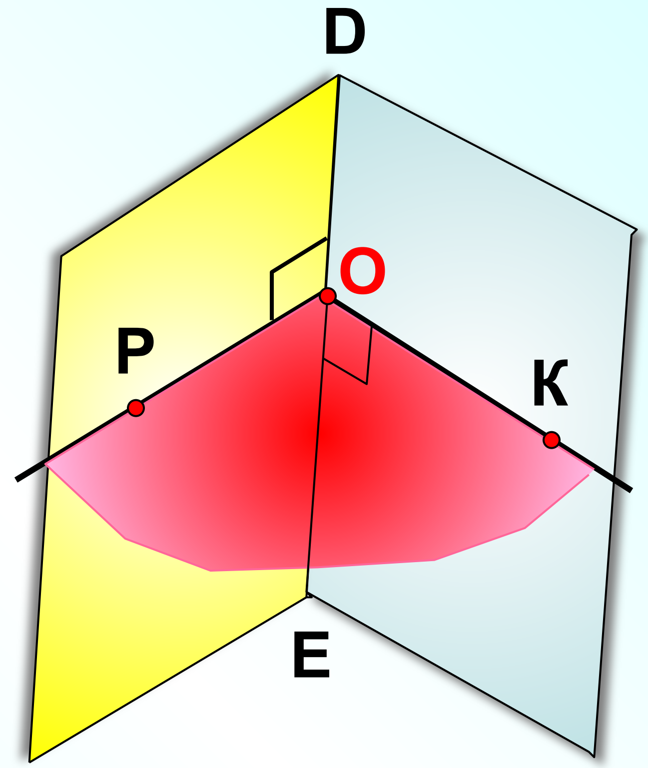
Угол PDEK

Угол SFX – линейный угол двугранного угла

Алгоритм построения линейного угла.

Угол РОК – линейный угол двугранного угла PDEK.

Градусной мерой двугранного угла называется градусная мера его линейного угла.



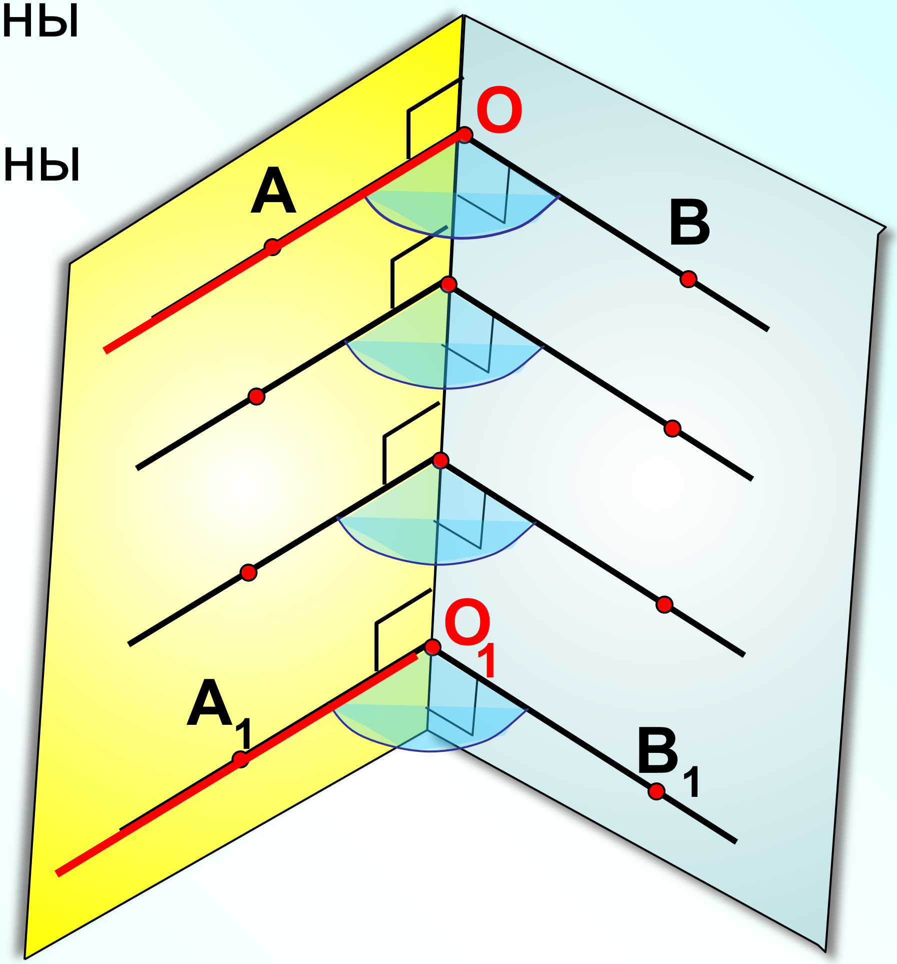
$$Плоскость\ \ линейного\ \ угла\ \ (POK) \perp DE$$

Все линейные углы двугранного угла равны друг другу.

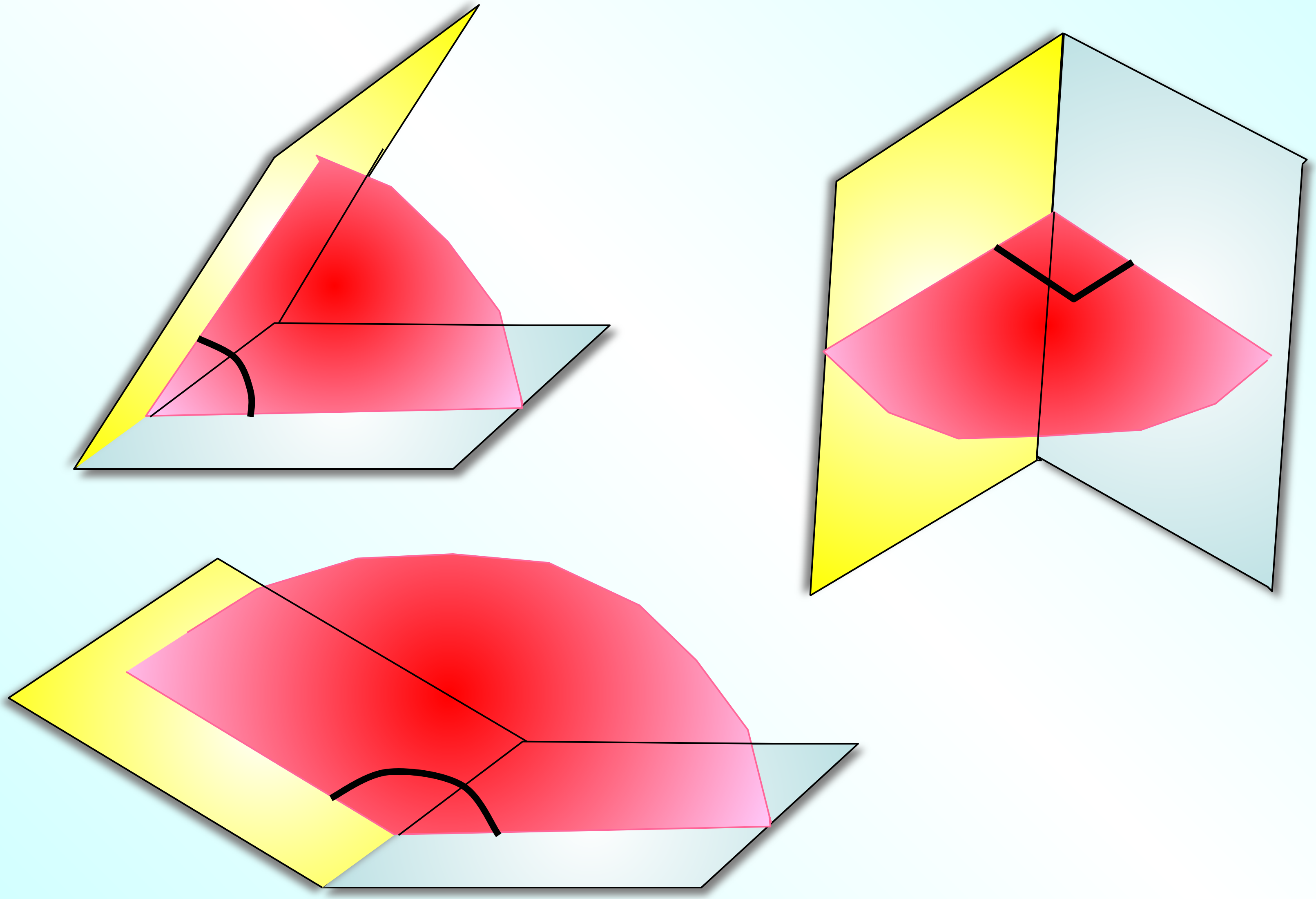
Лучи OA и O_1A_1 – сонаправлены

Лучи OB и O_1B_1 – сонаправлены

Углы AOB и $A_1O_1B_1$ равны, как углы с сонаправленными сторонами



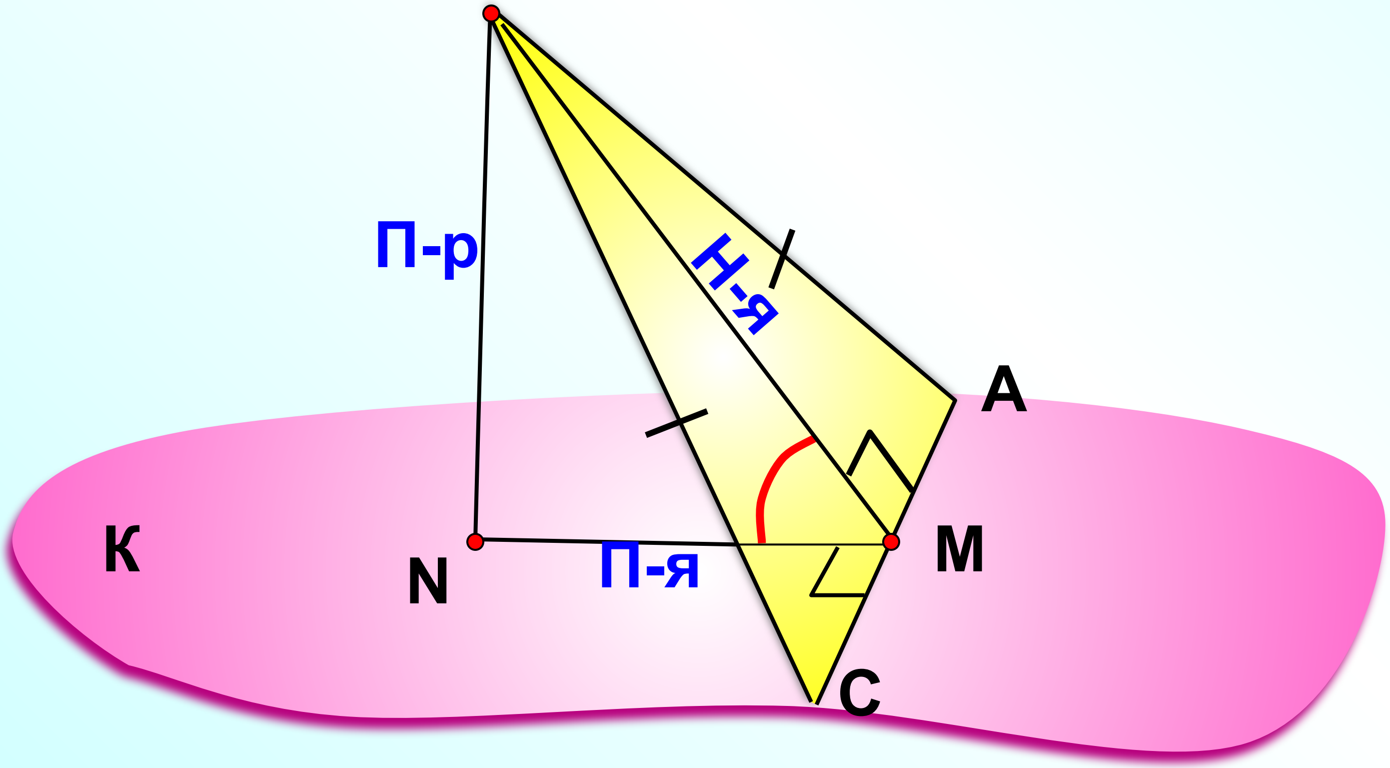
Двугранный угол может быть прямым, острым, тупым



Построить линейный угол двугранного угла ВАСК. Треугольник АВС – равнобедренный.

$$AC \perp BM \overset{\text{ТТП}}{\Longrightarrow} AC \perp NM$$

Н-я П-я

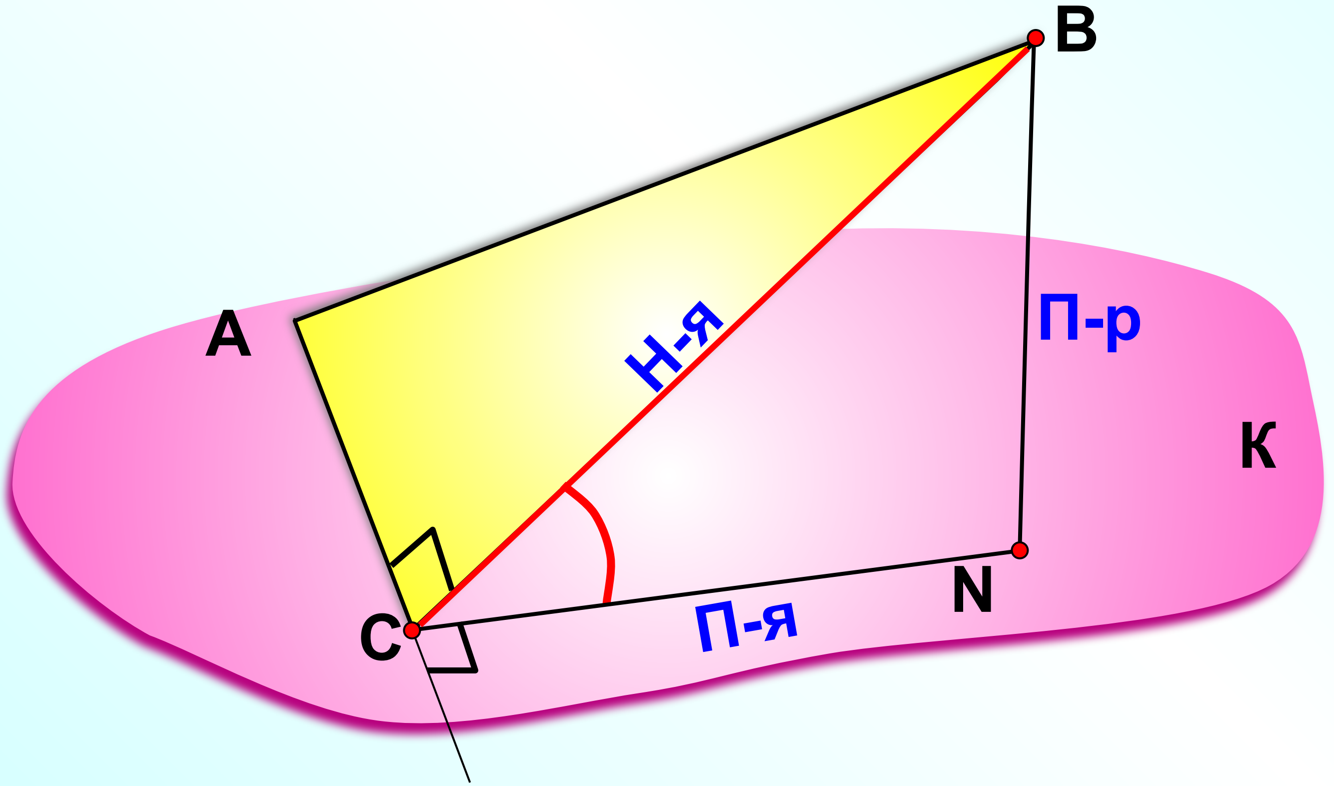


Угол BMN – линейный угол двугранного угла ВАСК

Построить линейный угол двугранного угла BACK.
Треугольник ABC – прямоугольный.

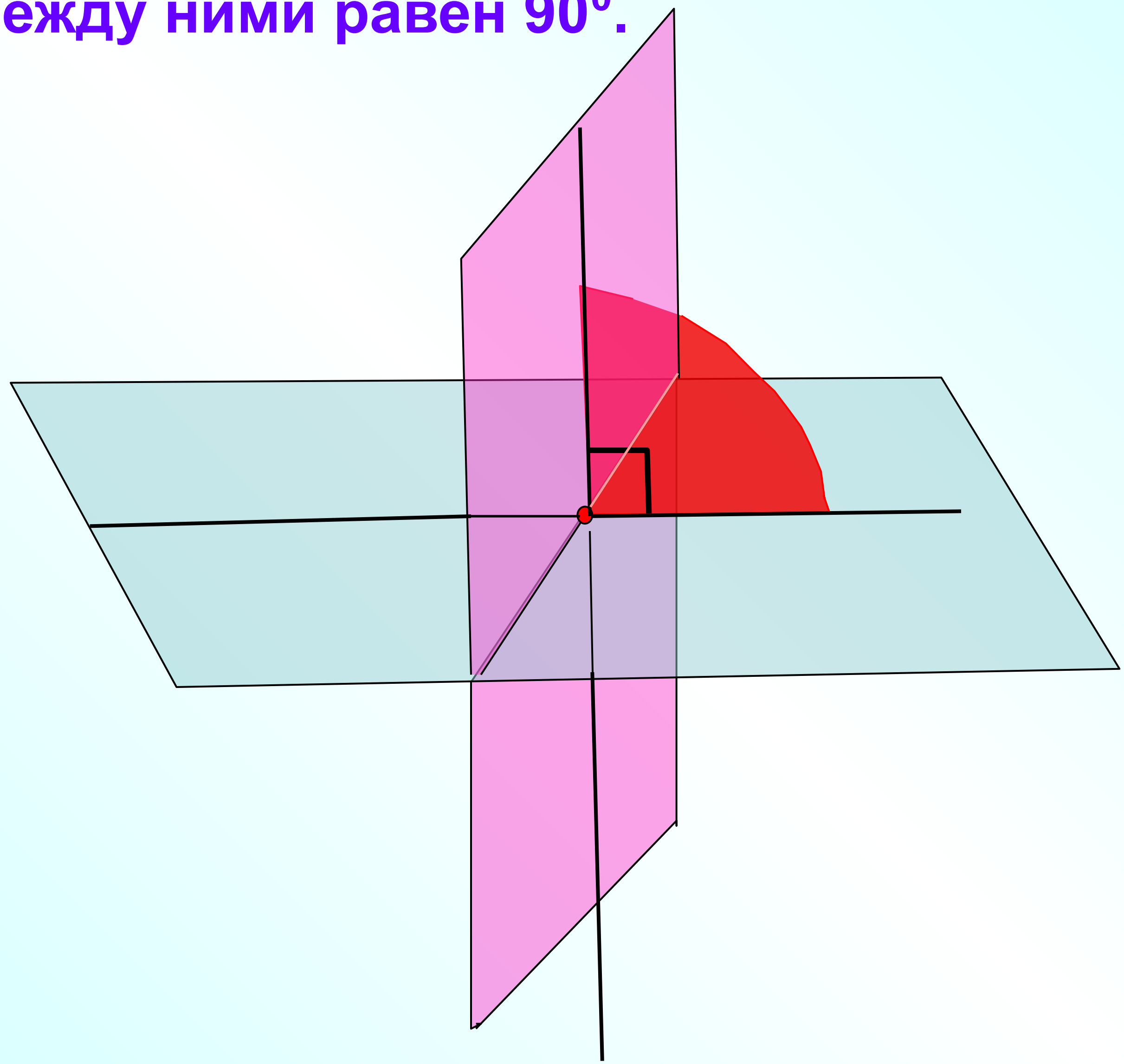
$$AC \perp BC \xrightarrow{\text{ТТП}} AC \perp NC$$

Н-я П-я



Угол BCN – линейный угол двугранного угла BACK

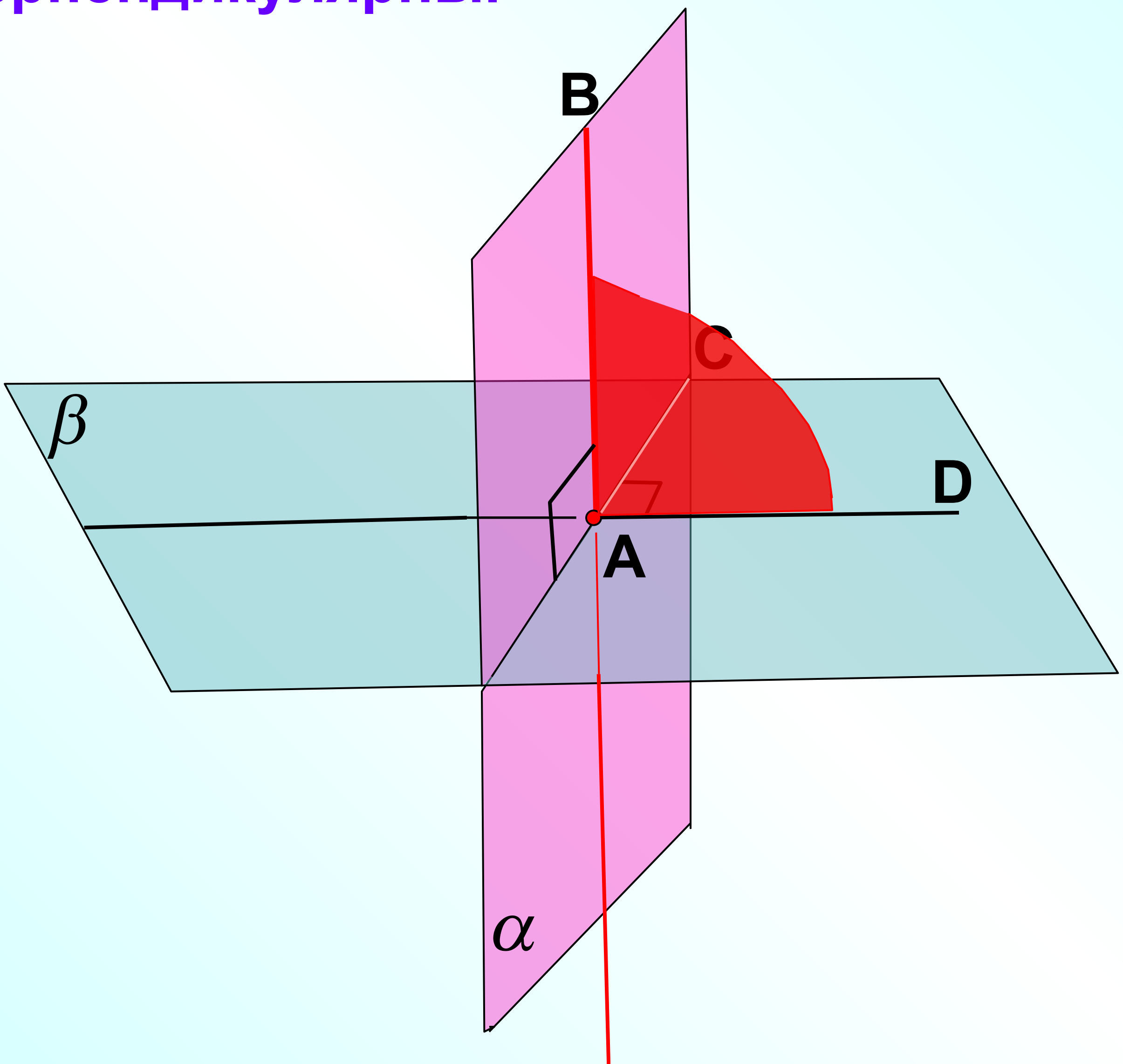
Две пересекающиеся плоскости называются перпендикулярными (взаимно перпендикулярными), если угол между ними равен 90^0.



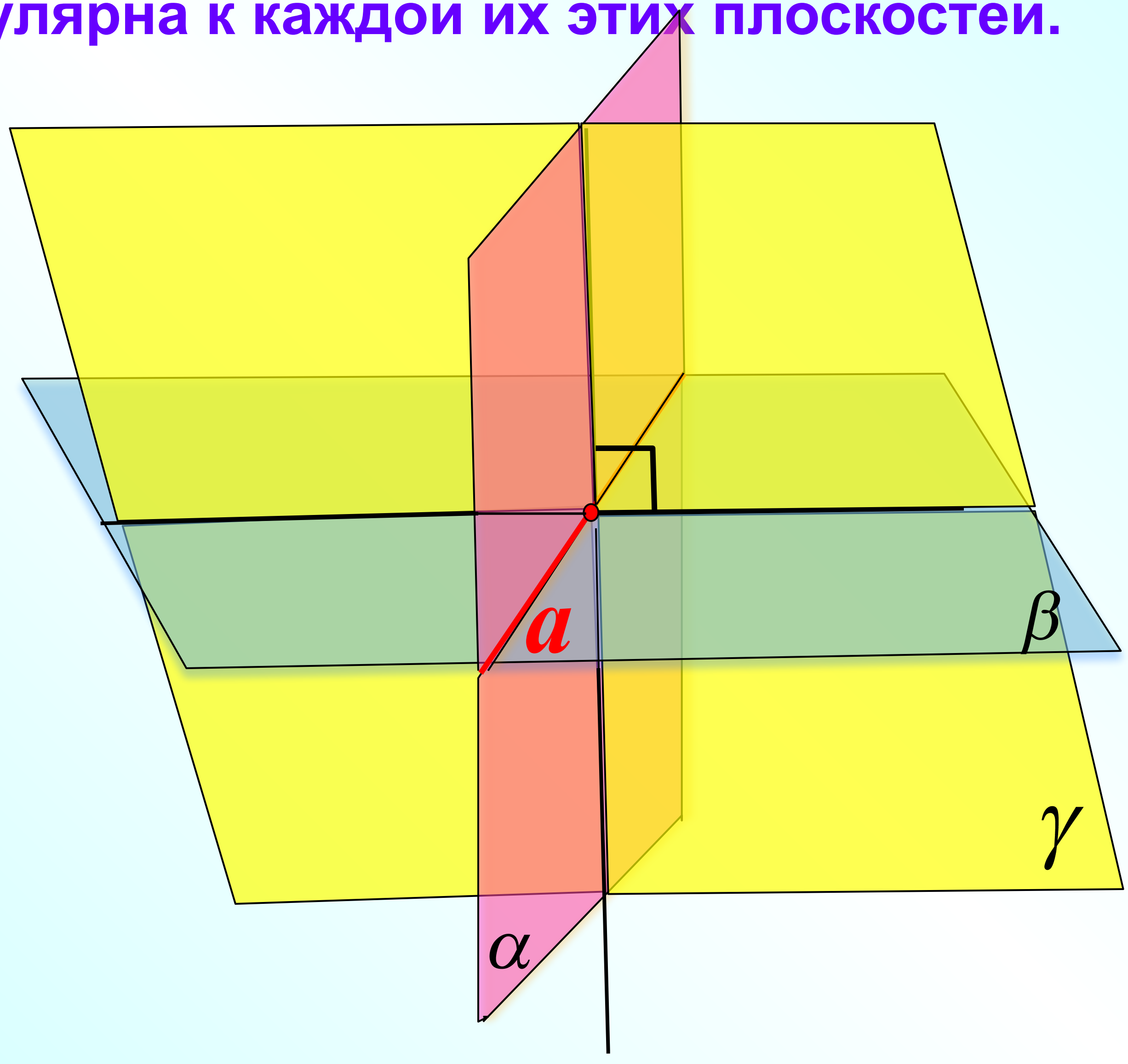
Примером взаимно перпендикулярных плоскостей служат плоскости стены и пола комнаты, плоскости стены и потолка.

Признак перпендикулярности двух плоскостей.

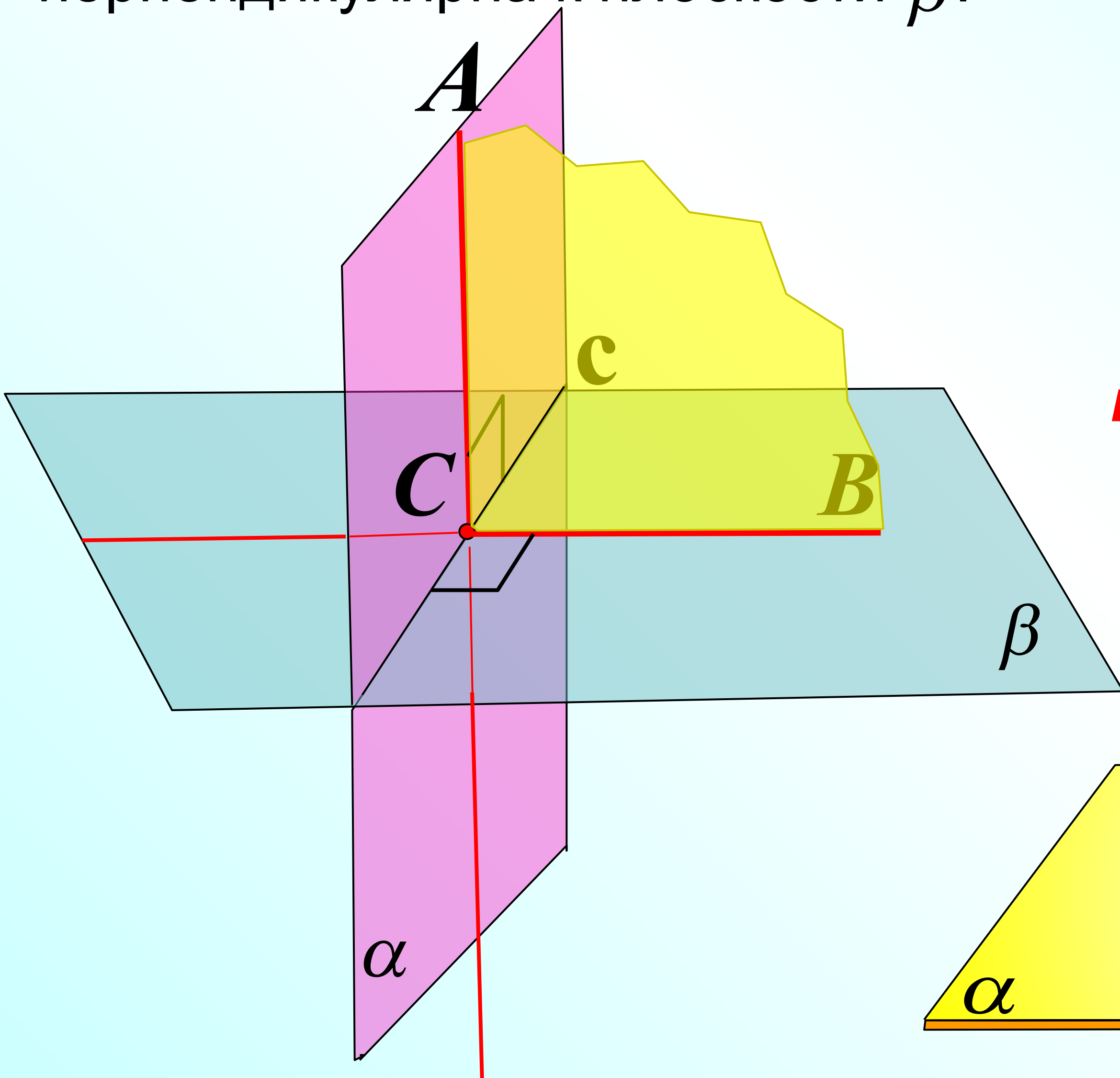
Если одна из двух плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости, то такие плоскости перпендикулярны.



Следствие. Плоскость, перпендикулярная к прямой, по которой пересекаются две данные плоскости, перпендикулярна к каждой их этих плоскостей.

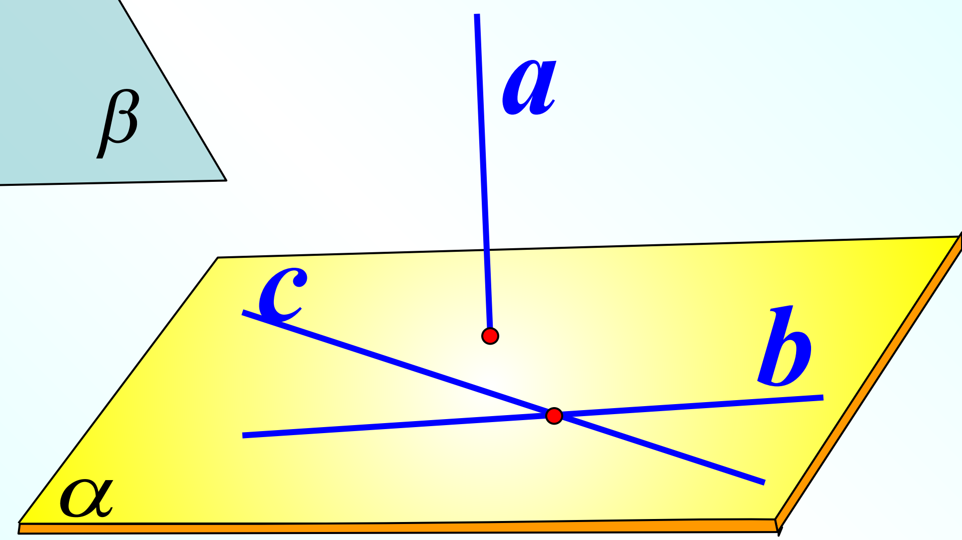


№ 178. Плоскости α и β взаимно перпендикулярны пересекаются по прямой с. Докажите, что любая прямая плоскости α, перпендикулярная к прямой с, перпендикулярна к плоскости β.



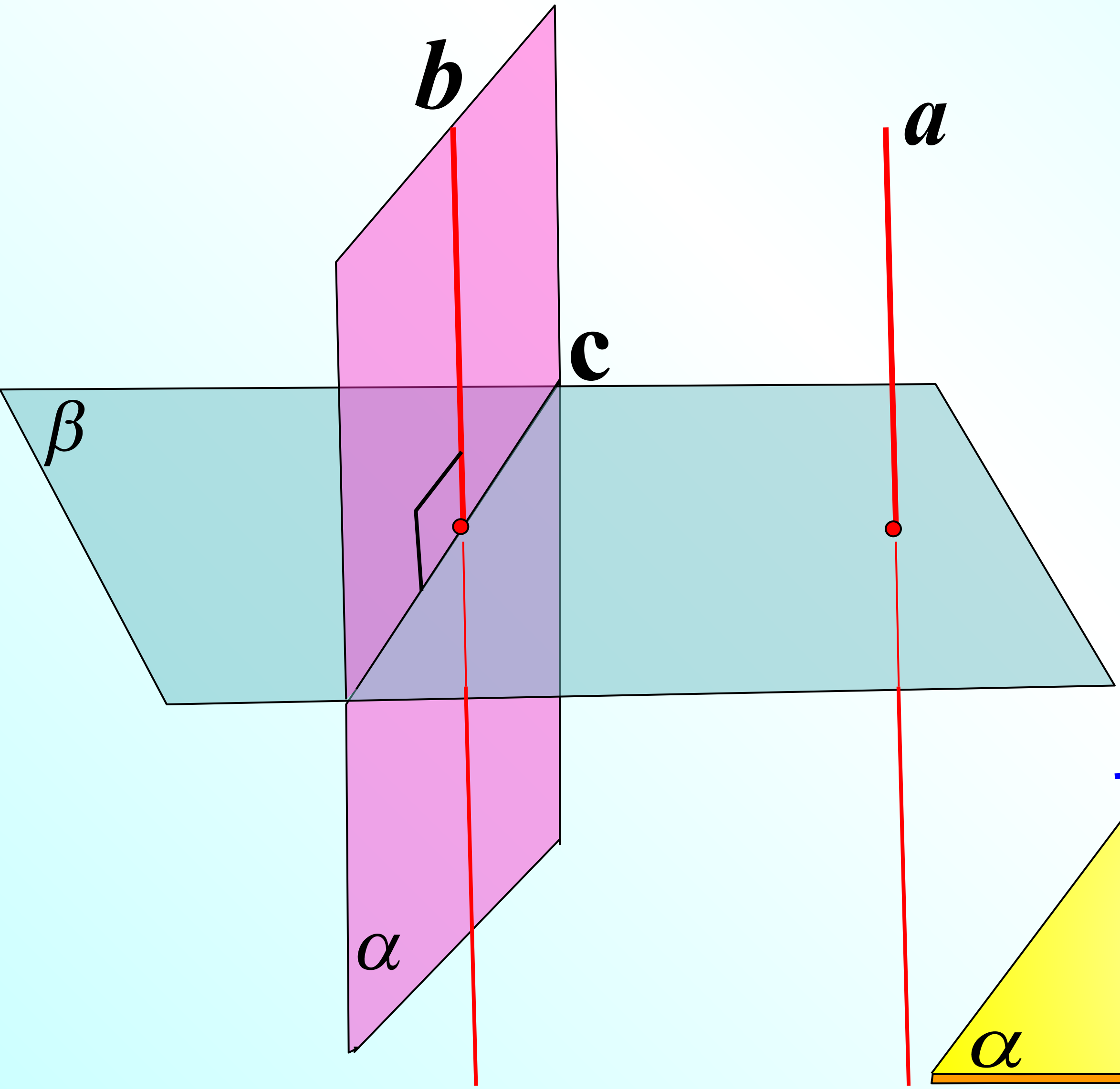
Подсказка

Признак перпендикулярности прямой и плоскости

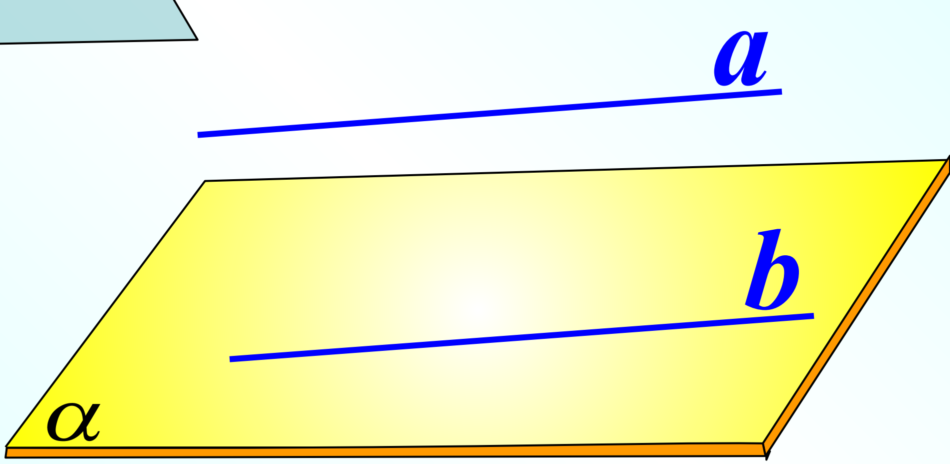


№ 180. Докажите, что плоскость и не лежащая в ней прямая, перпендикулярные к одной и той же плоскости, параллельны.

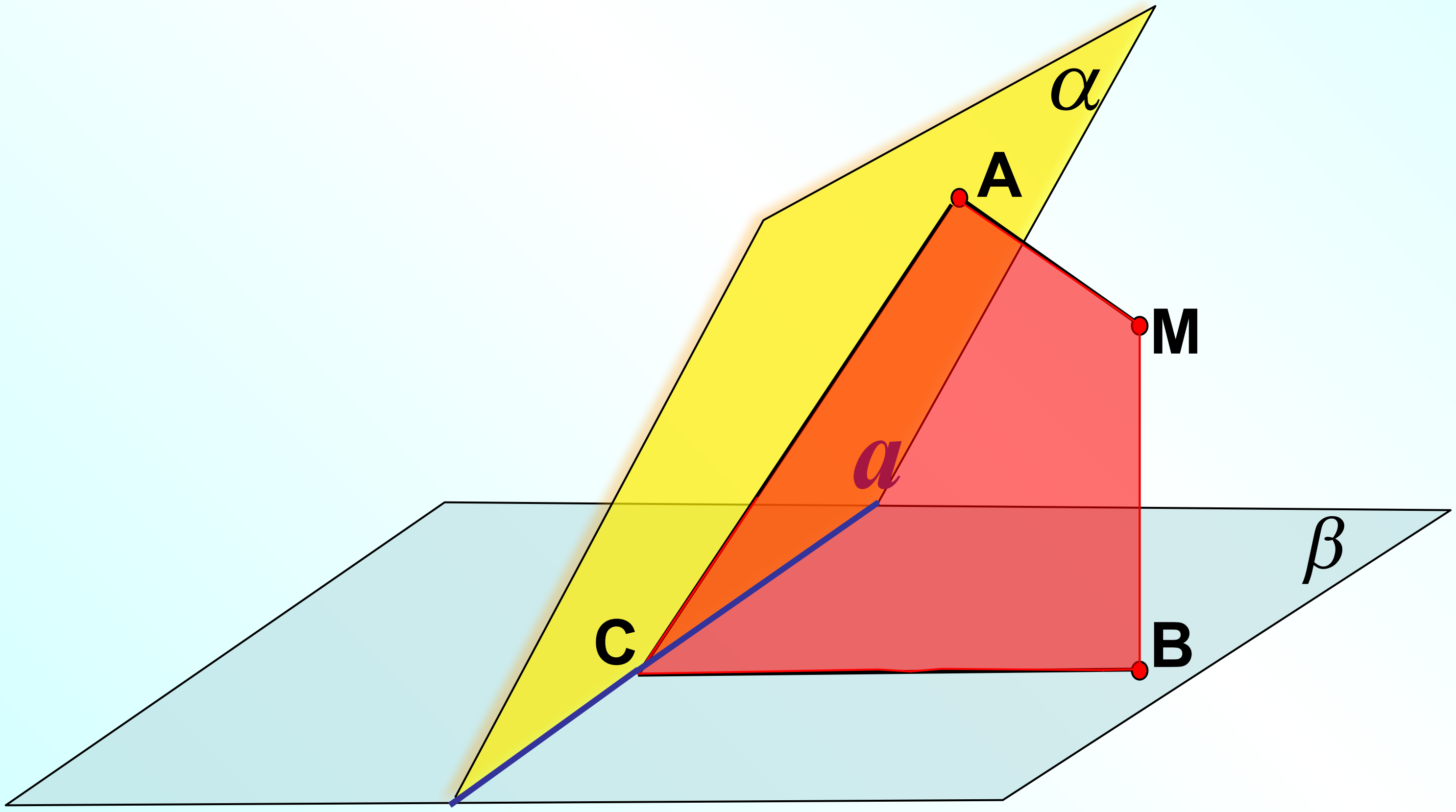
Подсказка



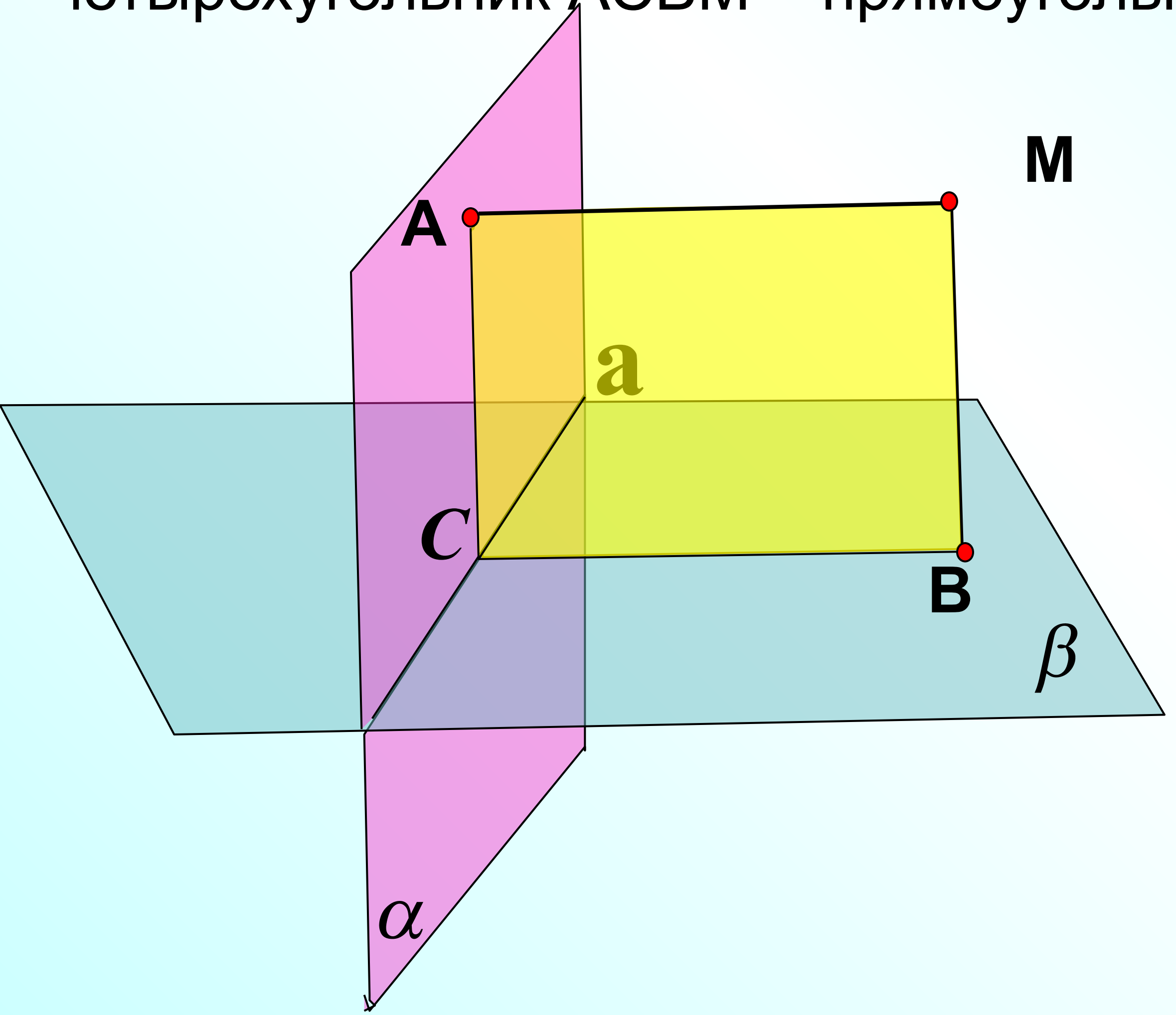
Признак параллельности прямой и плоскости



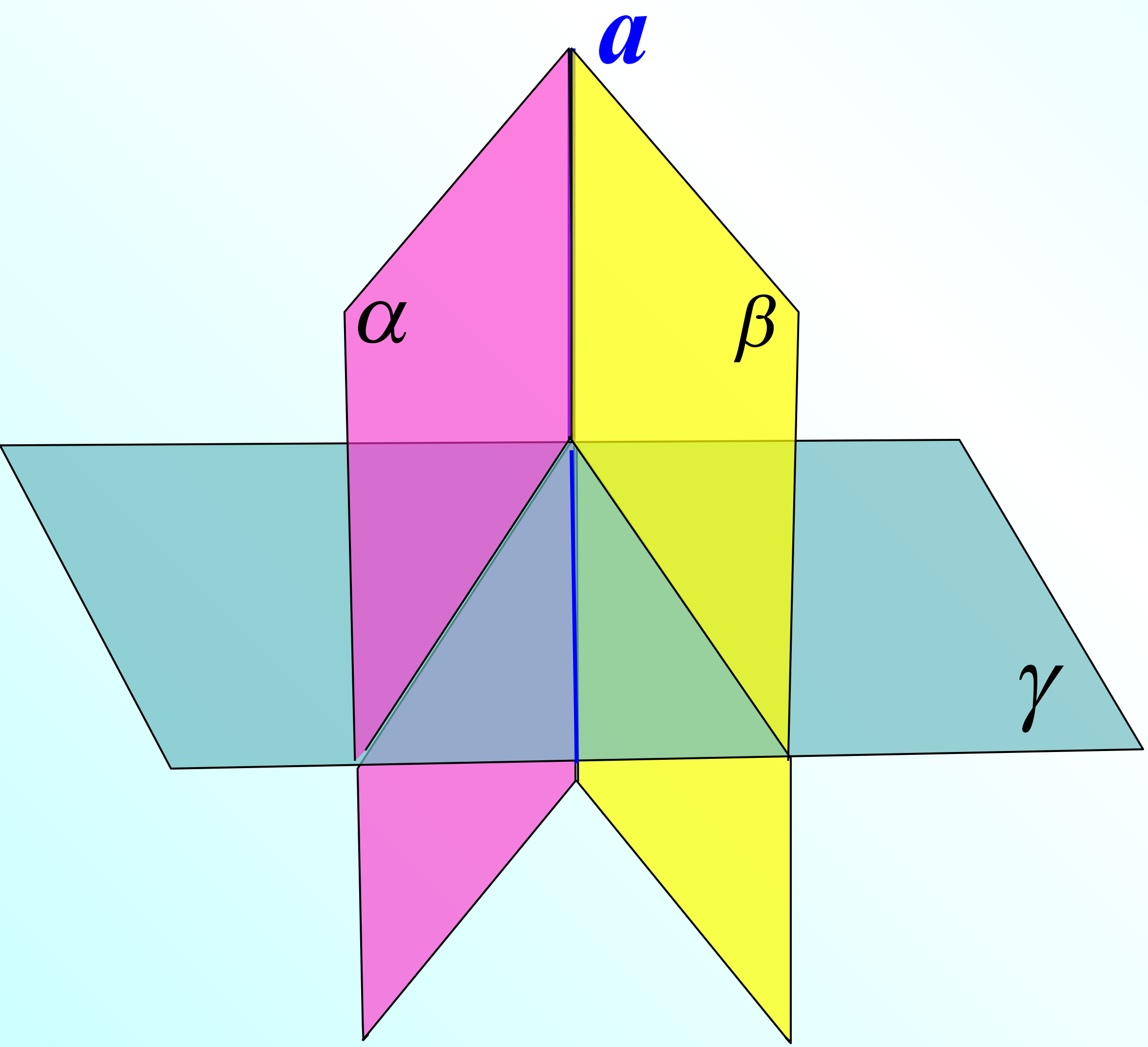
№ 181. Плоскости α и β пересекаются по прямой а. Из точки М проведены перпендикуляры МА и МВ соответственно к плоскостям α и β. Прямая а пересекает плоскость АМВ в точке С. Докажите, что МС $\perp$ а.



№ 182. Плоскости α и β взаимно перпендикулярны пересекаются по прямой a. Из точки M проведены перпендикуляры MA и MB к этим плоскостям. Прямая a пересекает плоскость AMB в точке C. Докажите, что четырехугольник ACBM – прямоугольник.

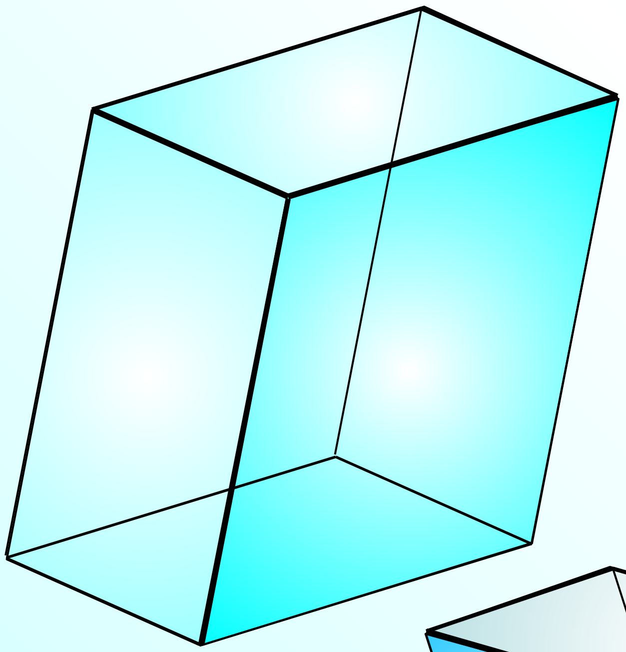


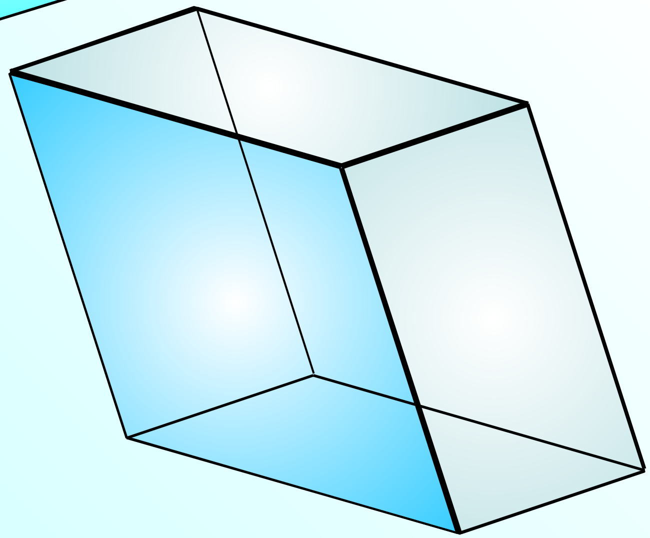
№ 183. Плоскости α и β пересекаются по прямой а и перпендикулярны к плоскости γ. Докажите, что прямая а перпендикулярна к плоскости γ.

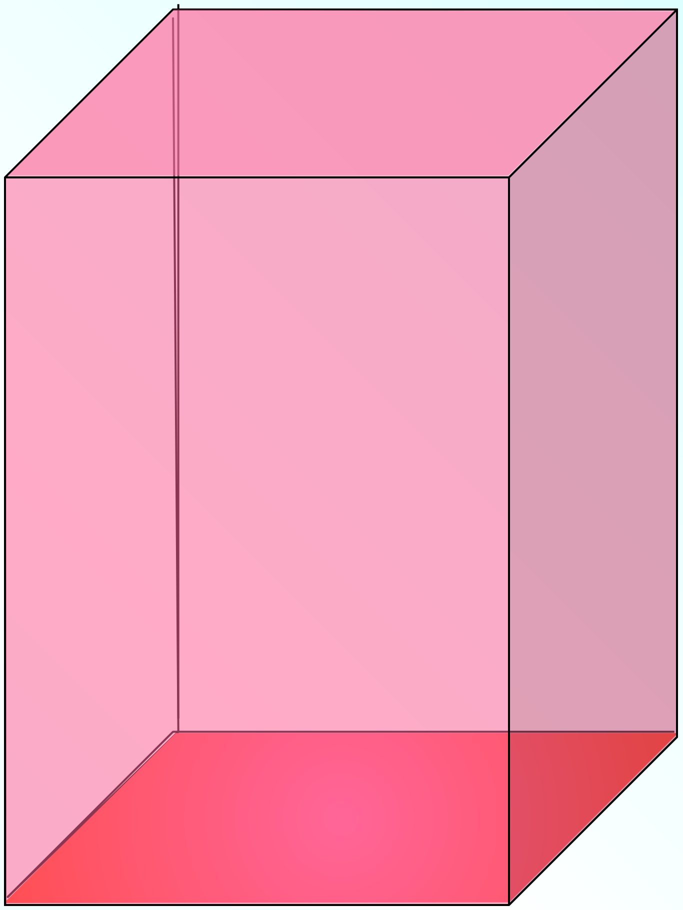


Прямоугольный параллелепипед

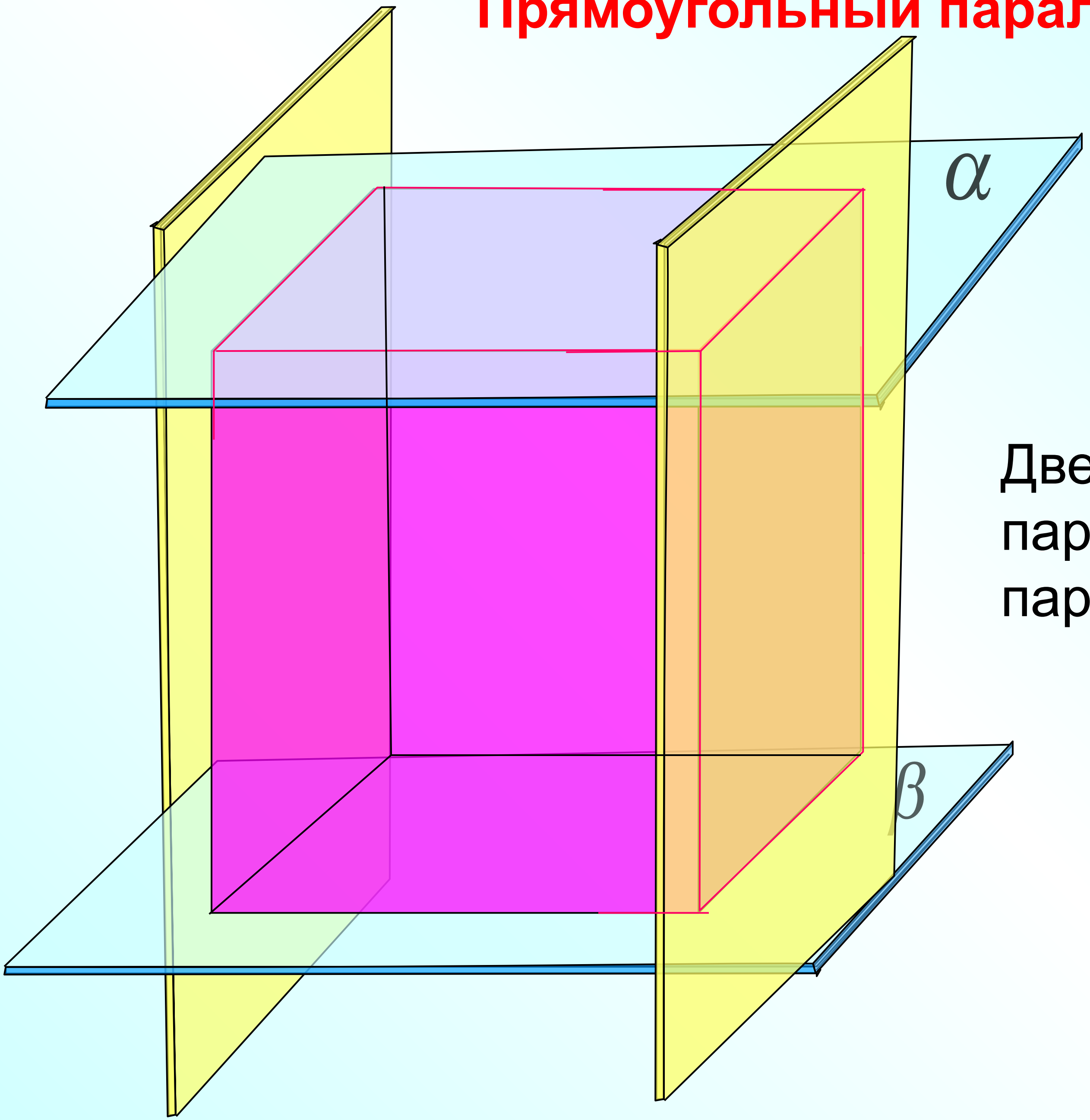
Параллелепипед называется прямоугольным, если его боковые ребра перпендикулярны к основанию, а основания представляют собой прямоугольники.







Прямоугольный параллелепипед

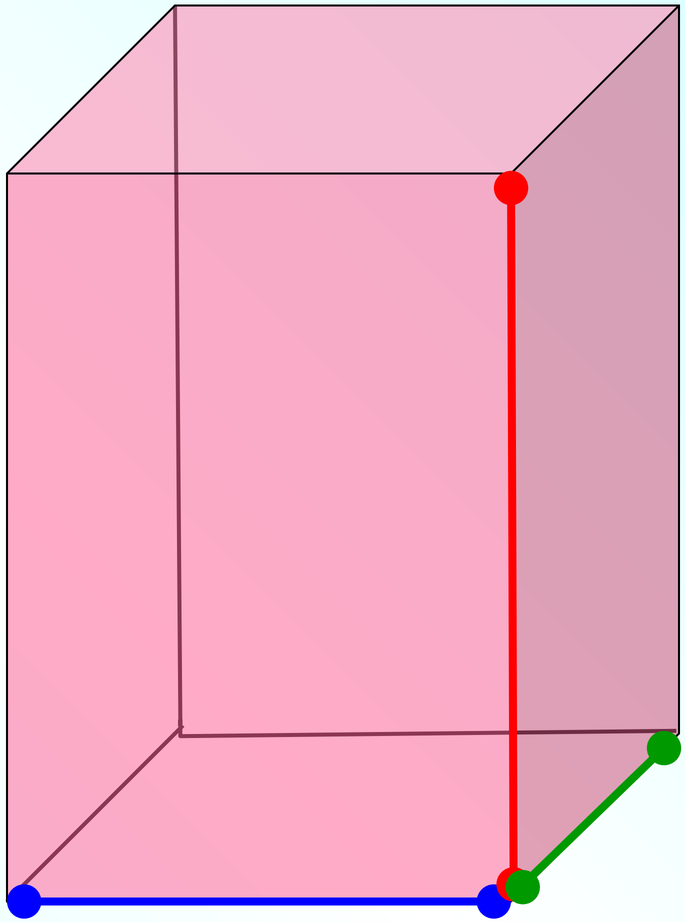


Две грани параллелепипеда параллельны.

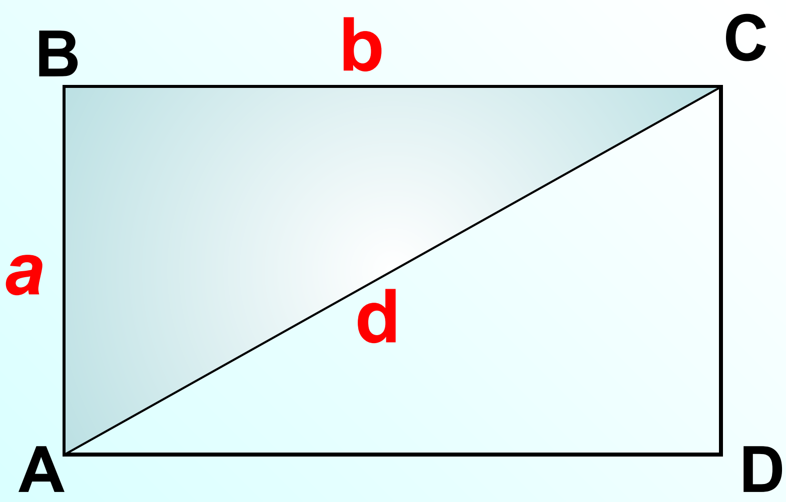
1^0. **В прямоугольном параллелепипеде все шесть граней – прямоугольники.**

2^0. **Все двугранные углы прямоугольного параллелепипеда – прямые.**

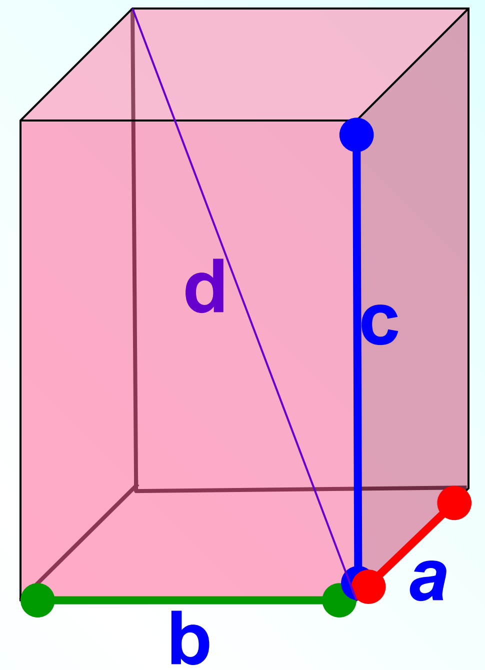
Длины трех ребер, имеющих общую вершину, называются измерениями прямоугольного параллелепипеда.



Планиметрия	Стереометрия
В прямоугольнике квадрат диагонали равен сумме квадратов двух его измерений.	Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений.



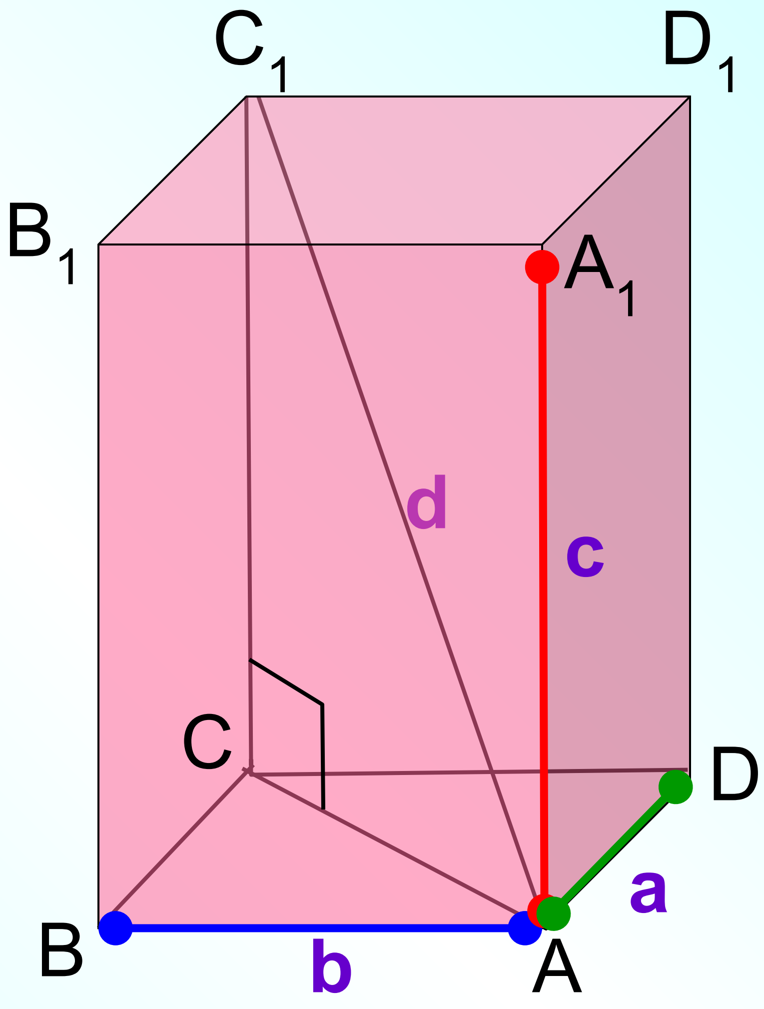
$$d^2 = a^2 + b^2$$



$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

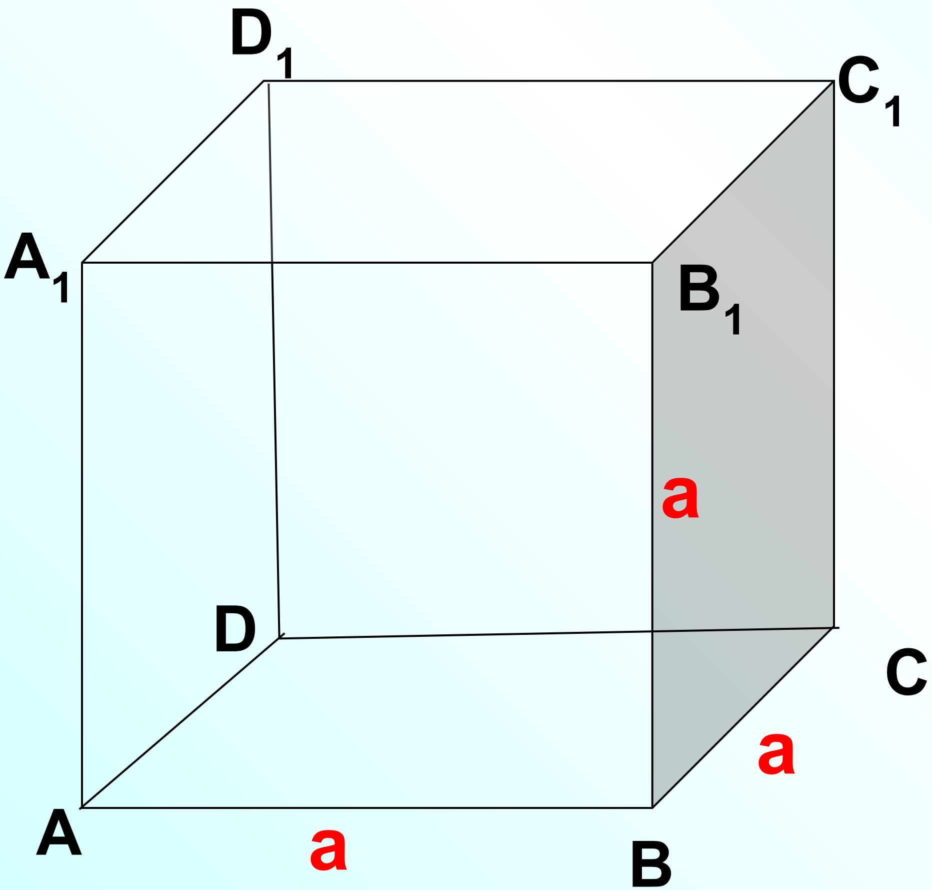
Квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений.

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$



Следствие.
Диагонали прямоугольного параллелепипеда равны.

№ 188. Ребро куба равно **a**. Найдите диагональ куба.



$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

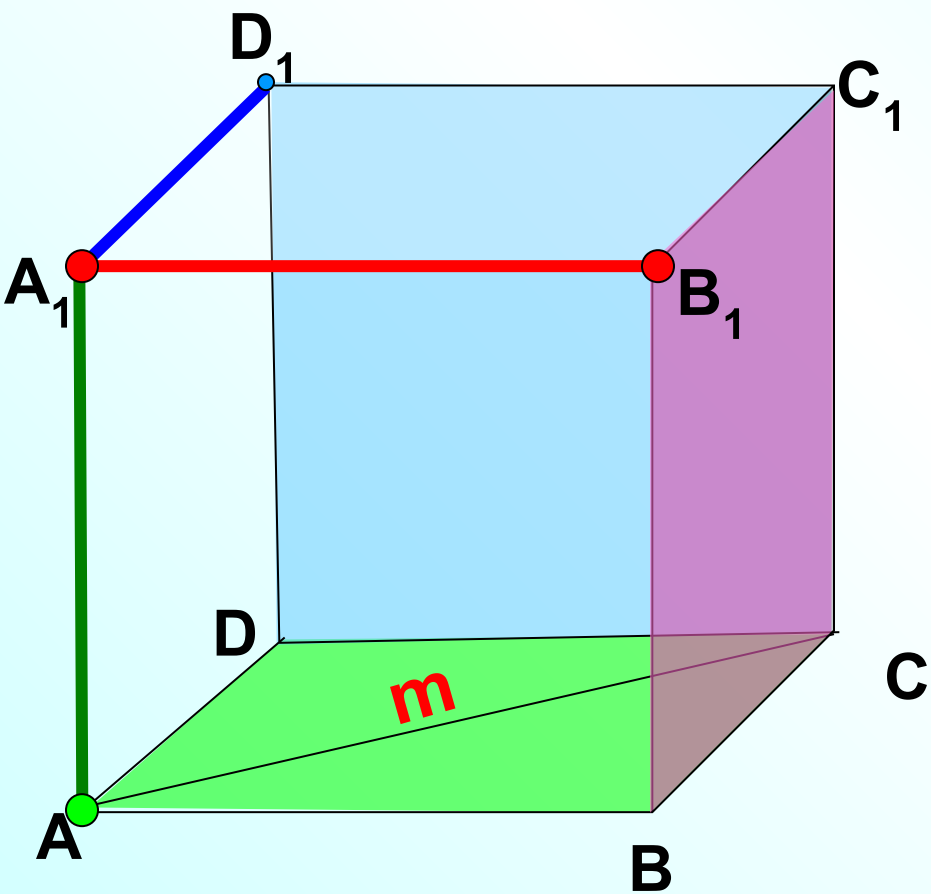
$$d^2 = 3a^2$$

$$d = \sqrt{3a^2}$$

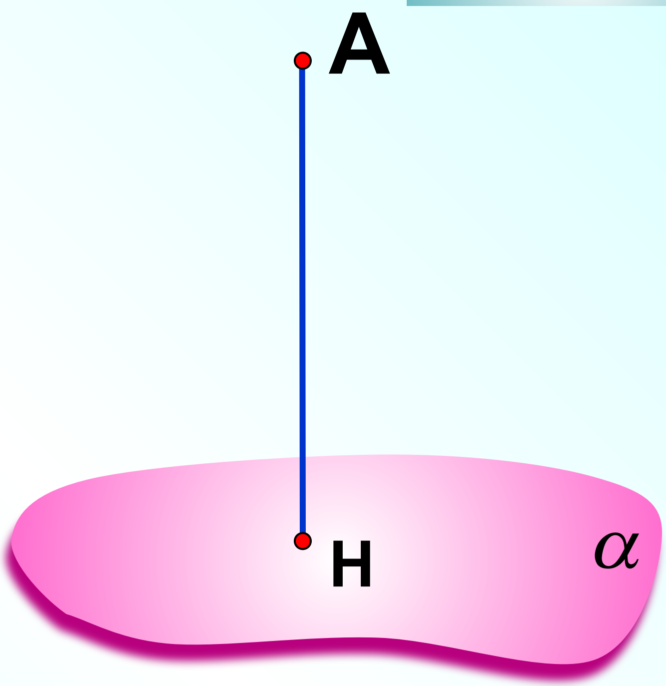
$$d = |a|\sqrt{3}$$

$$d = a\sqrt{3}$$

№ 189. Найдите расстояние от вершины куба до плоскости любой грани, в которой не лежит эта вершина, если:
а) диагональ грани куба равна m.
б) диагональ куба равна d.

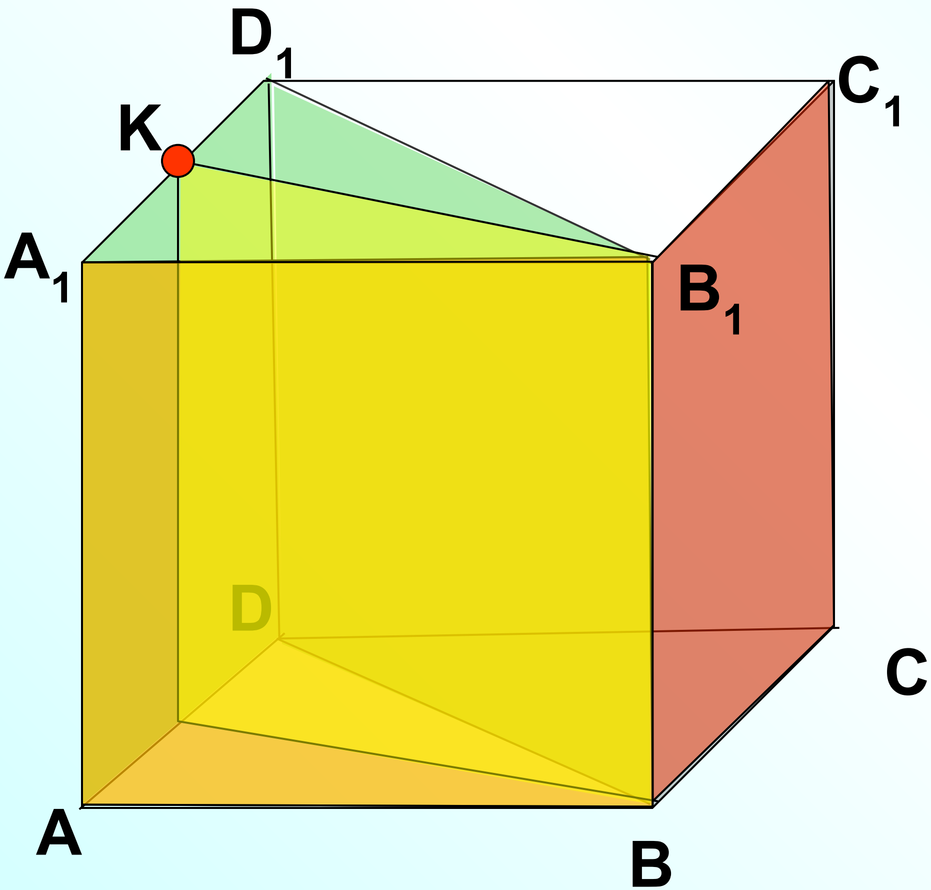


Подсказка

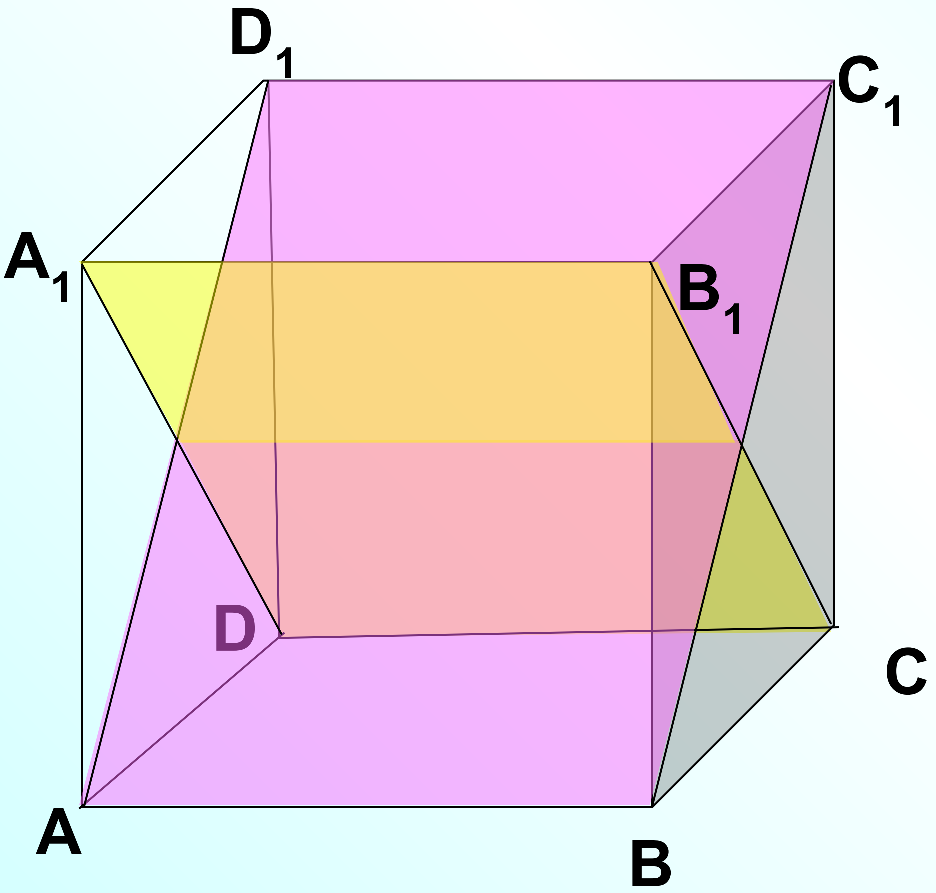


Расстояние от точки до плоскости – длина перпендикуляра

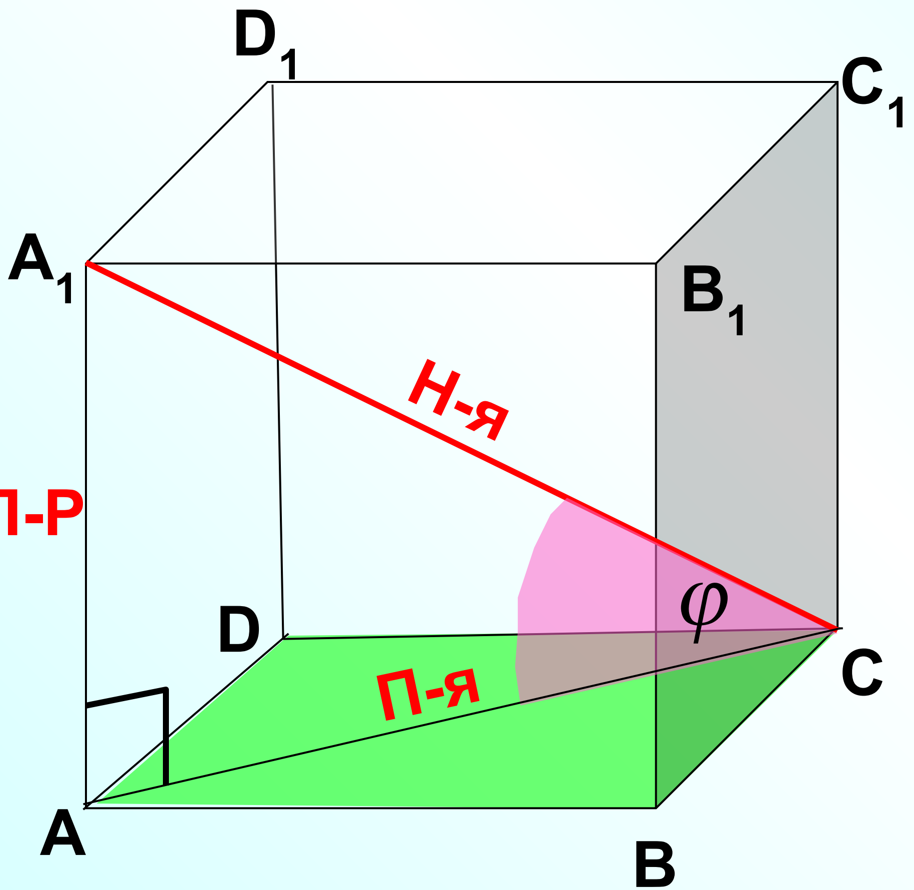
№ 190. Дан куб. Найдите следующие двугранные углы:
а) ABB_1C; б) ADD_1B; в) A_1BB_1K, где K – середина ребра A_1D_1.



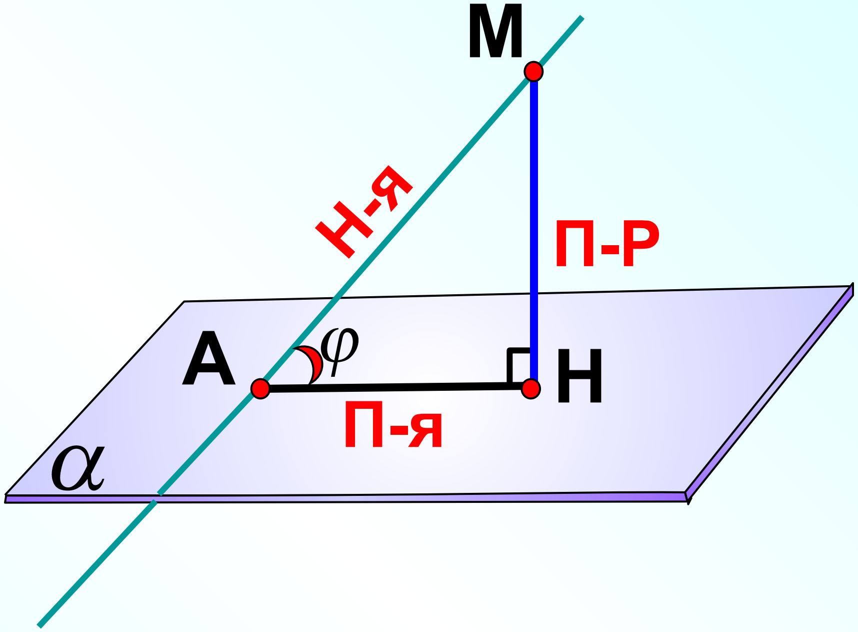
№ 191. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Докажите, что плоскости ABC_1 и A_1B_1D перпендикулярны.



№ 192. Найдите тангенс угла между диагональю куба и плоскостью одной из его граней.



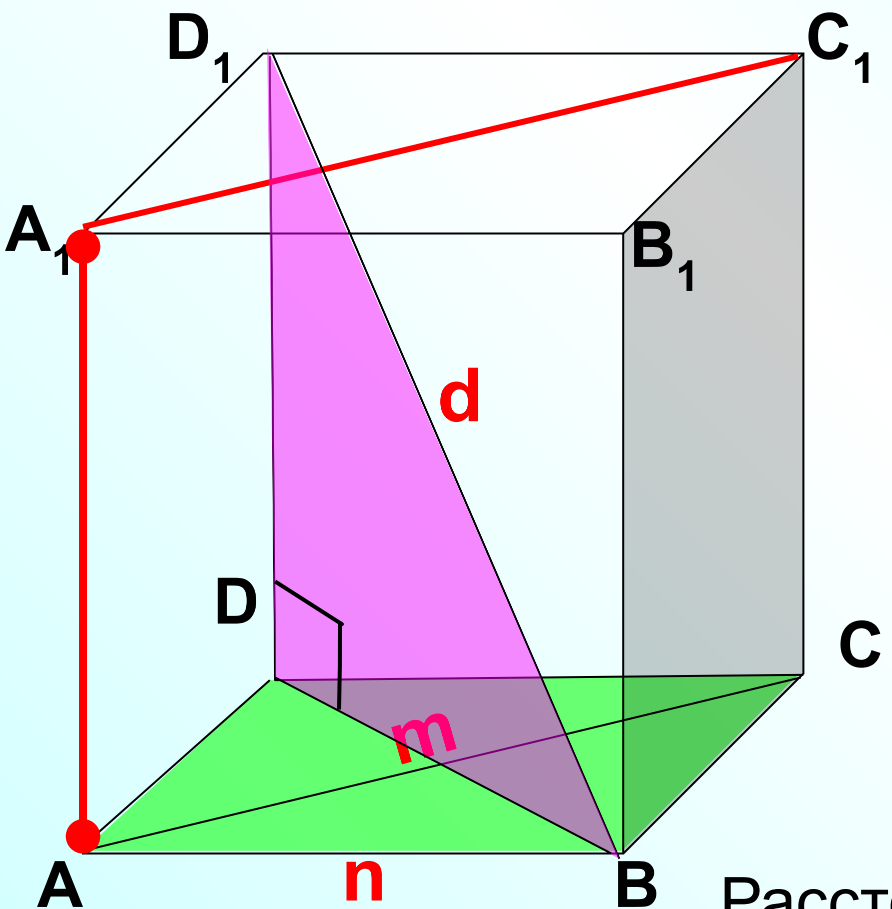
Подсказка

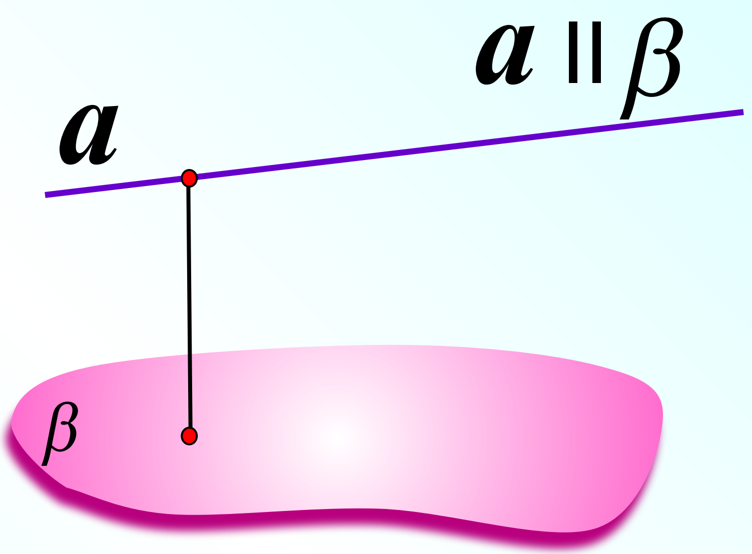


Углом между прямой и плоскостью, пересекающей эту прямую и не перпендикулярной к ней, называется угол между прямой и ее проекцией на плоскость.

№ 193. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Найдите расстояние между:
а) прямой A_1C_1 и и плоскостью ABC;

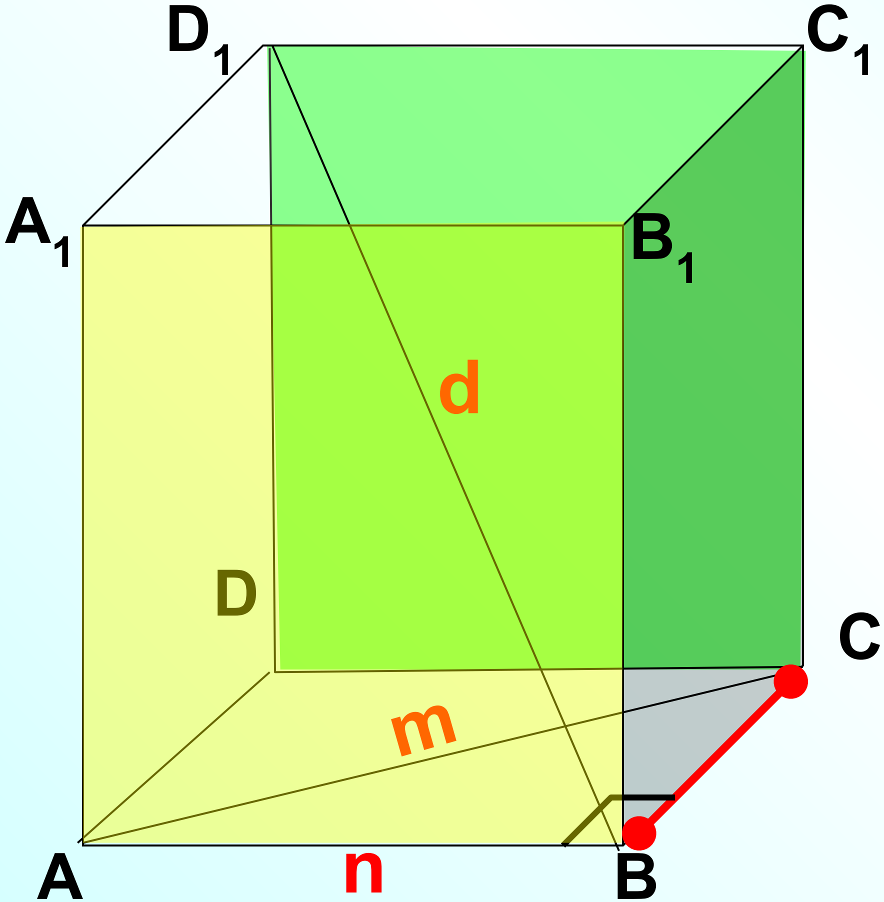
Подсказка



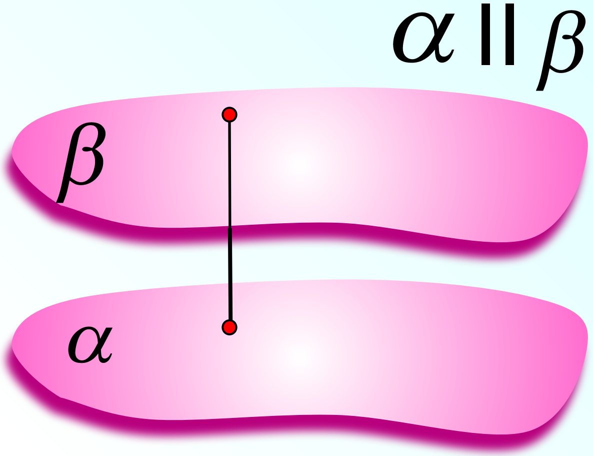


Расстояние от произвольной точки прямой до плоскости называется **расстоянием между прямой и параллельной ей плоскостью**

№ 193. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$
Найдите расстояние между:
б) плоскостями ABB_1 и DCC_1;



Подсказка

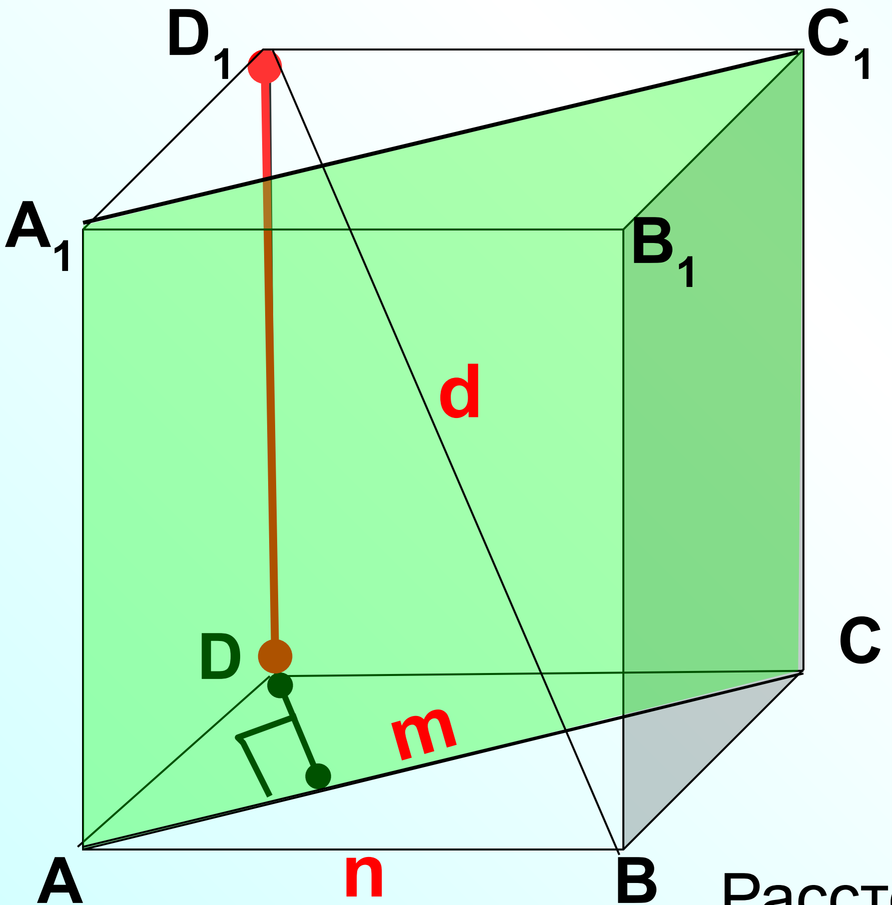


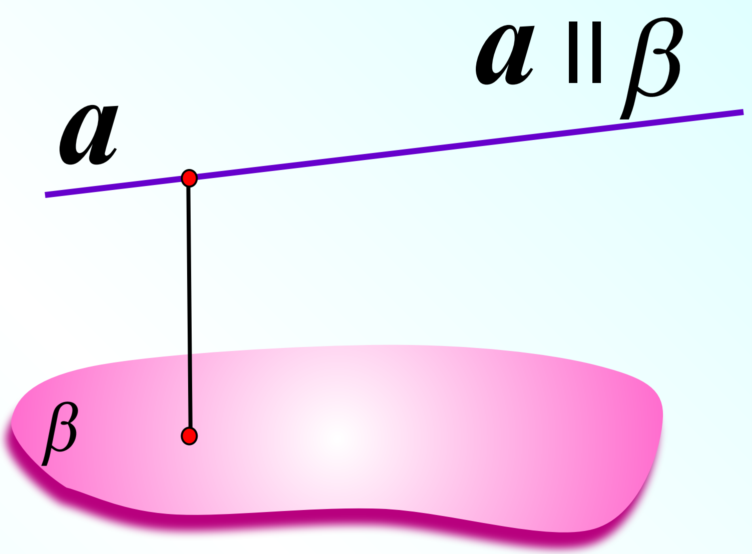
Расстояние от произвольной точки одной из параллельных плоскостей до другой плоскости называется **расстоянием между параллельными плоскостями.**

№ 193. Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Найдите расстояние между:

в) прямой DD_1 и плоскостью ACC_1.

Подсказка



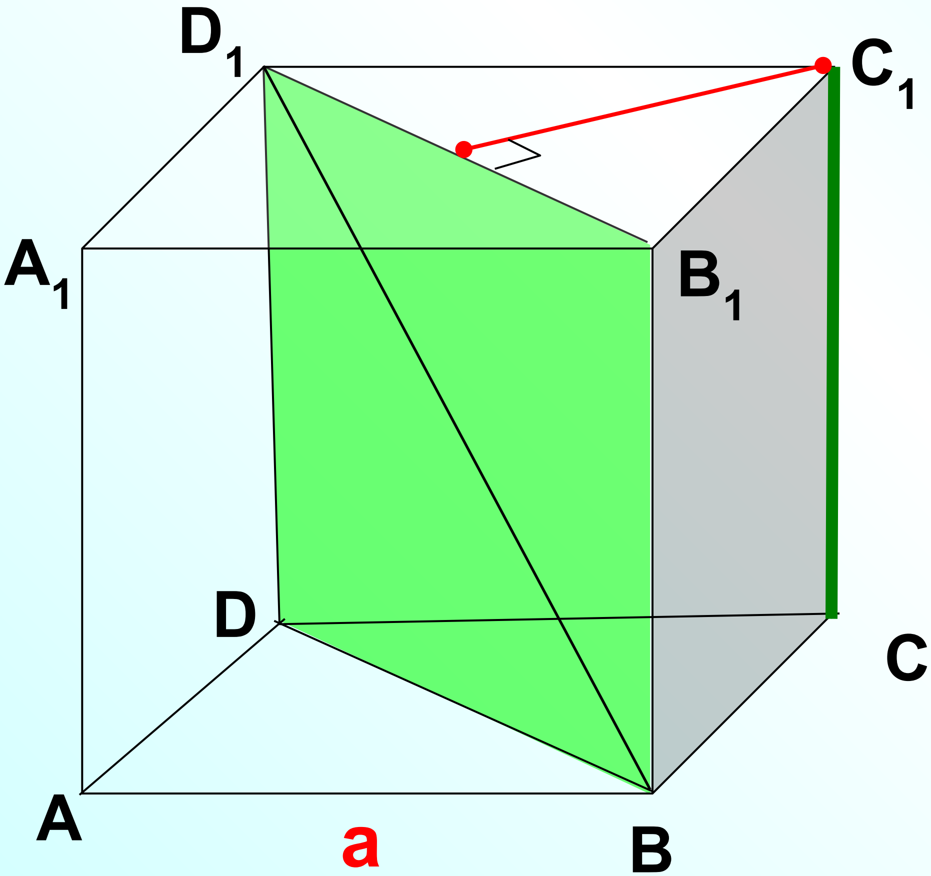


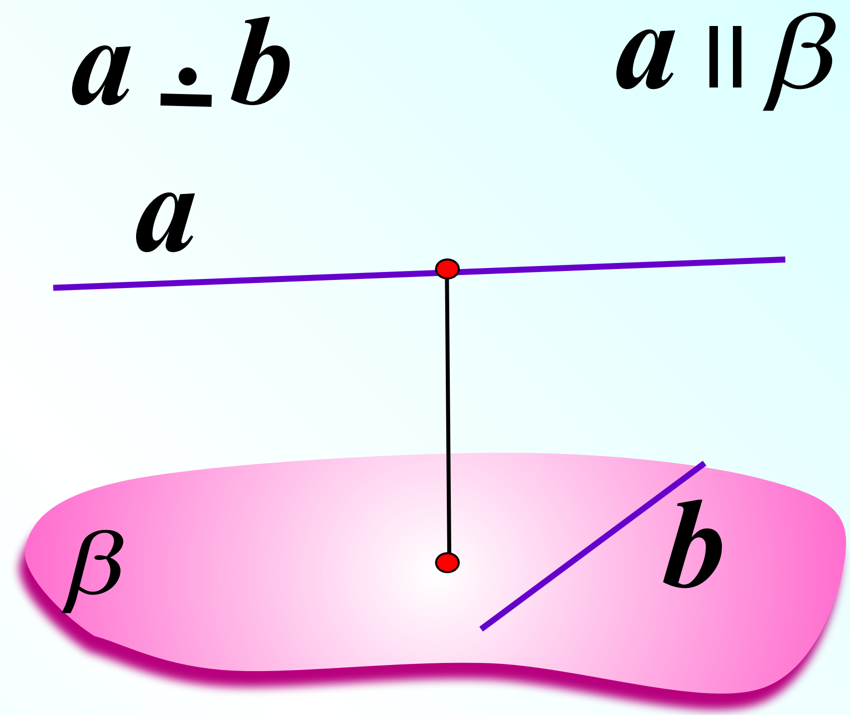
Расстояние от произвольной точки прямой до плоскости называется **расстоянием между прямой и параллельной ей плоскостью**

№ 194. Ребро куба равно **а**. Найдите расстояние между скрещивающимися прямыми, содержащими:

а) диагональ куба и ребро куба;

Подсказка



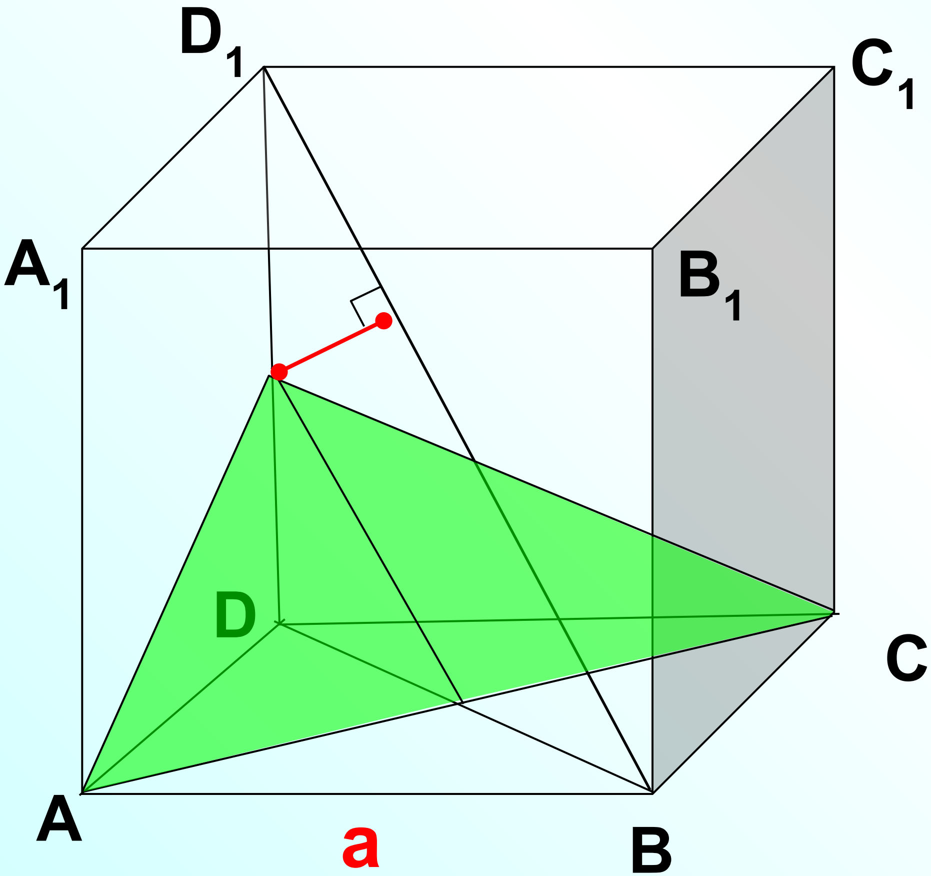


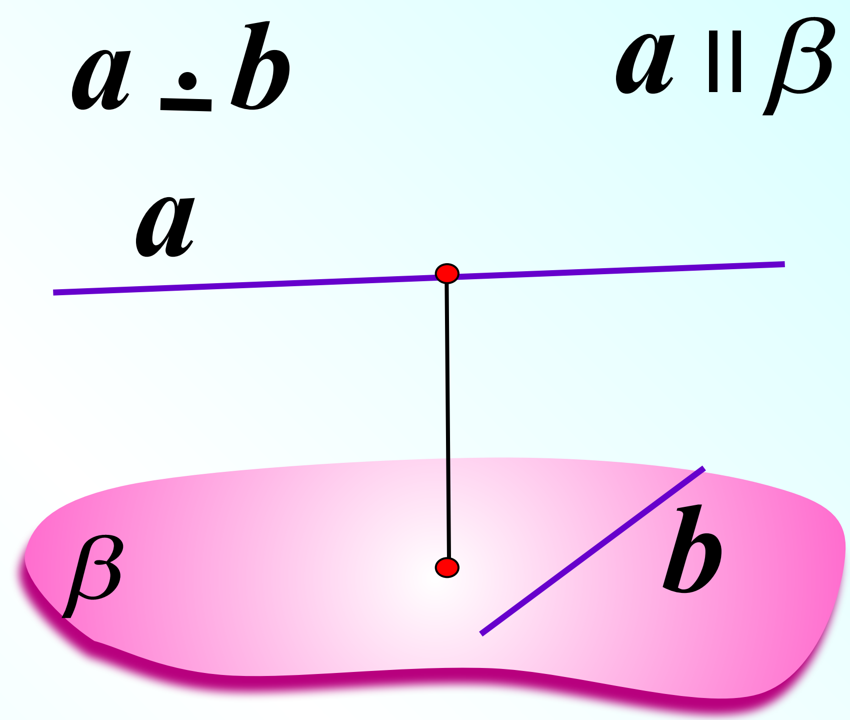
Расстояние межу одной из скрещивающихся прямых и плоскостью, проходящей через другую прямую параллельно первой, называется **расстоянием между скрещивающимися прямыми.**

№ 194. Ребро куба равно **а**. Найдите расстояние между скрещивающимися прямыми, содержащими:

б) диагональ куба и диагональ грани куба.

Подсказка

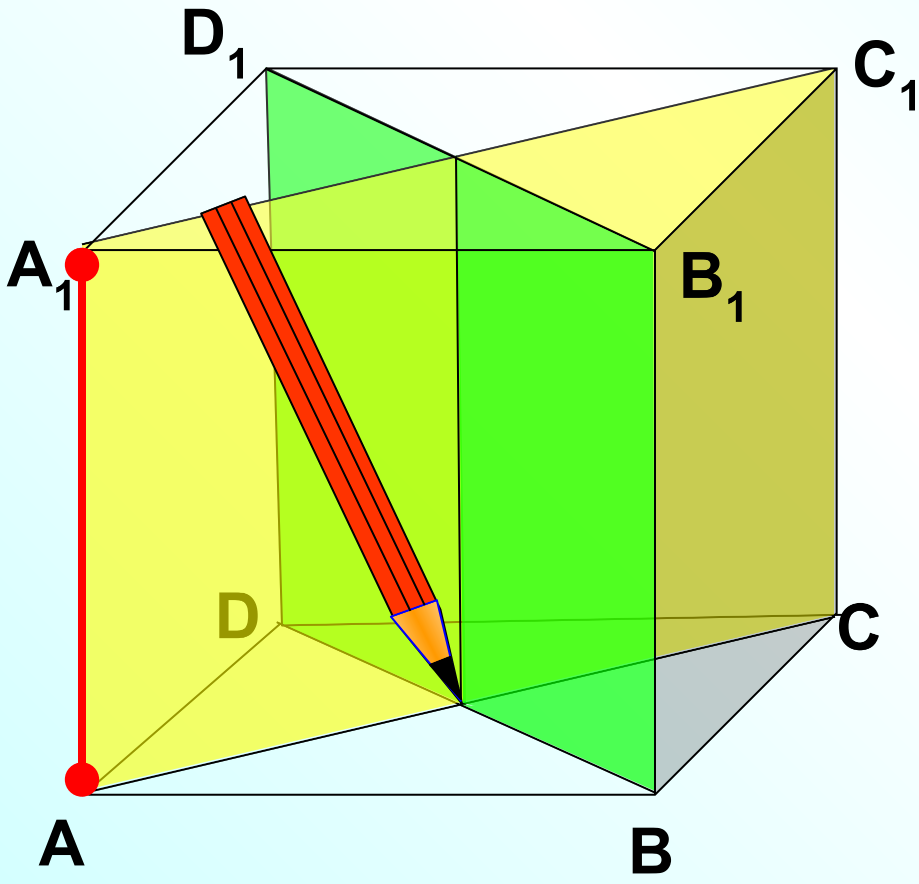




Расстояние межу одной из скрещивающихся прямых и плоскостью, проходящей через другую прямую параллельно первой, называется **расстоянием между скрещивающимися прямыми.**

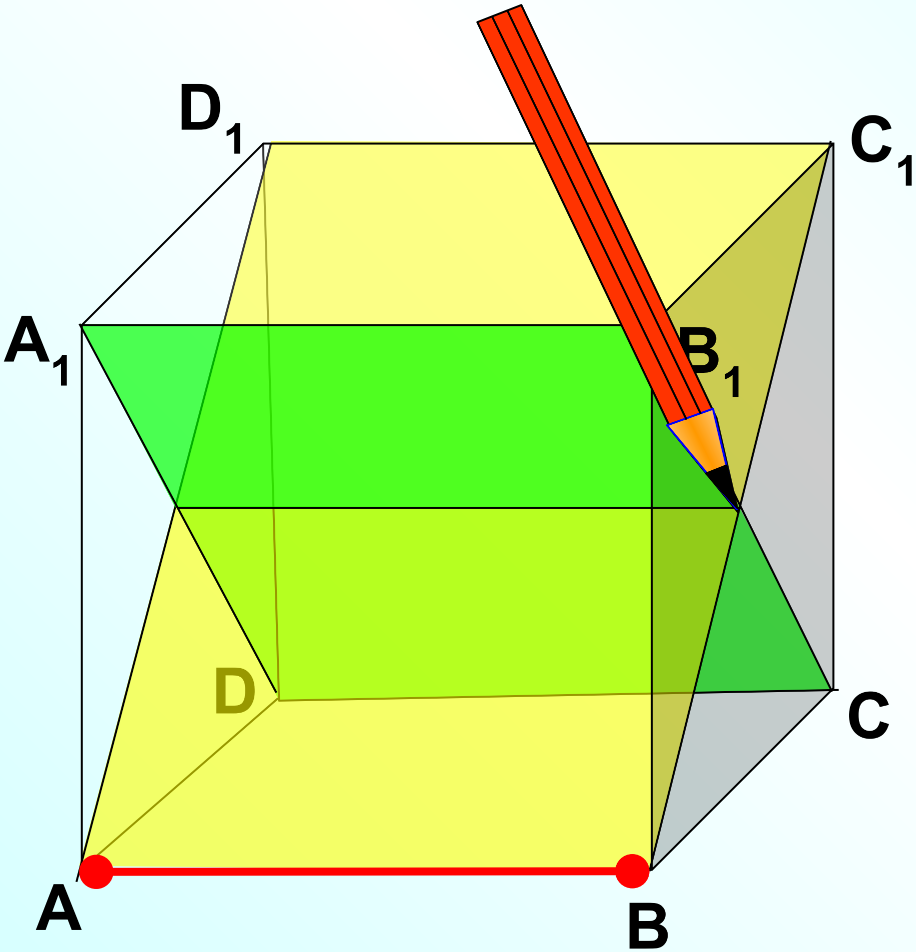
№ 196. Изобразите куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и постройте его сечение плоскостью, проходящей через:

а) ребро AA_1 и перпендикулярной к плоскости BB_1D_1;



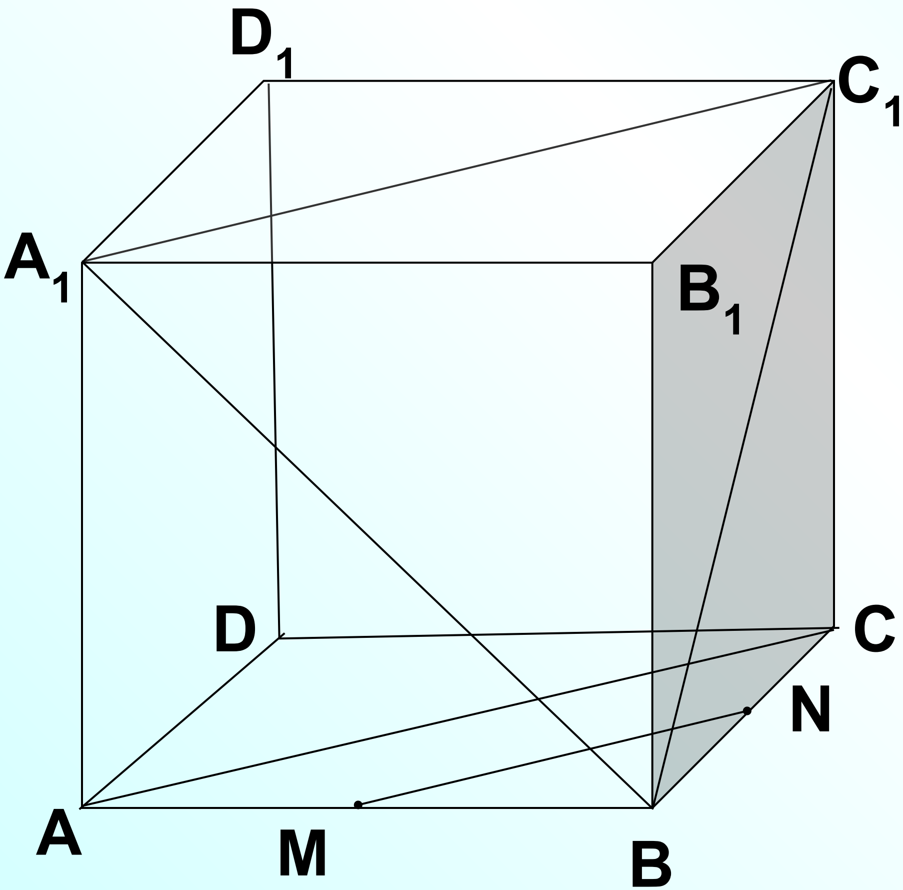
№ 196. Изобразите куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$ и постройте его сечение плоскостью, проходящей через:

б) ребро AB и перпендикулярной к плоскости CDA_1.

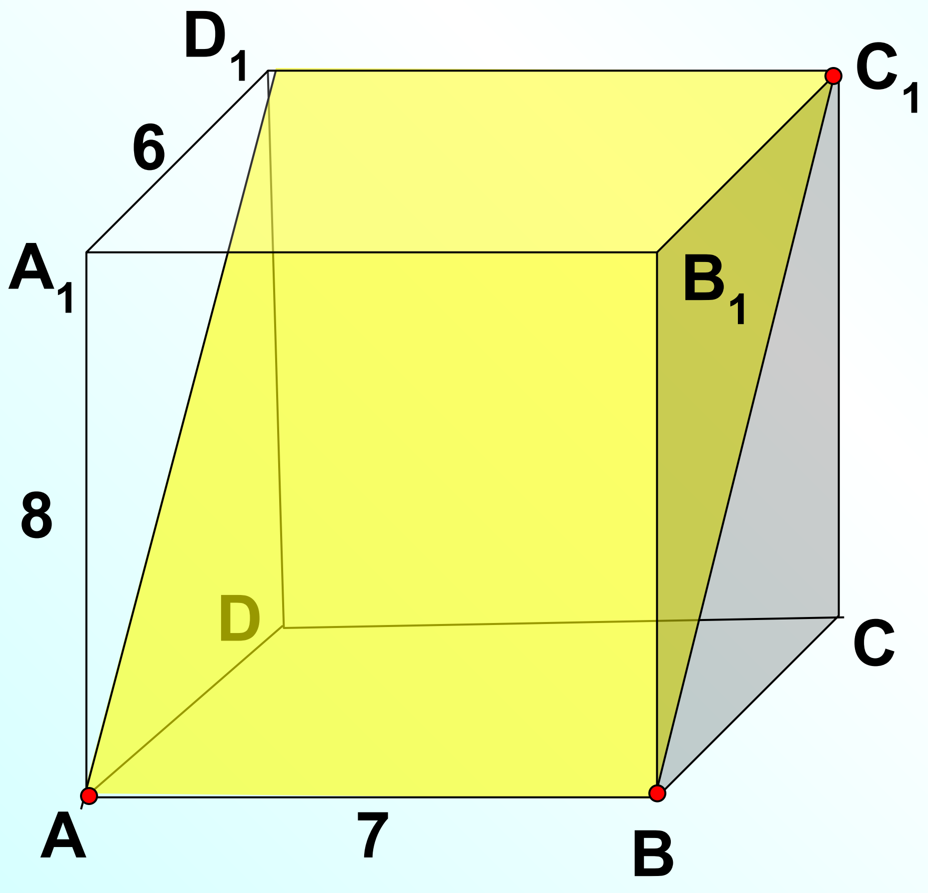


1. Найдите угол A_1BC_1

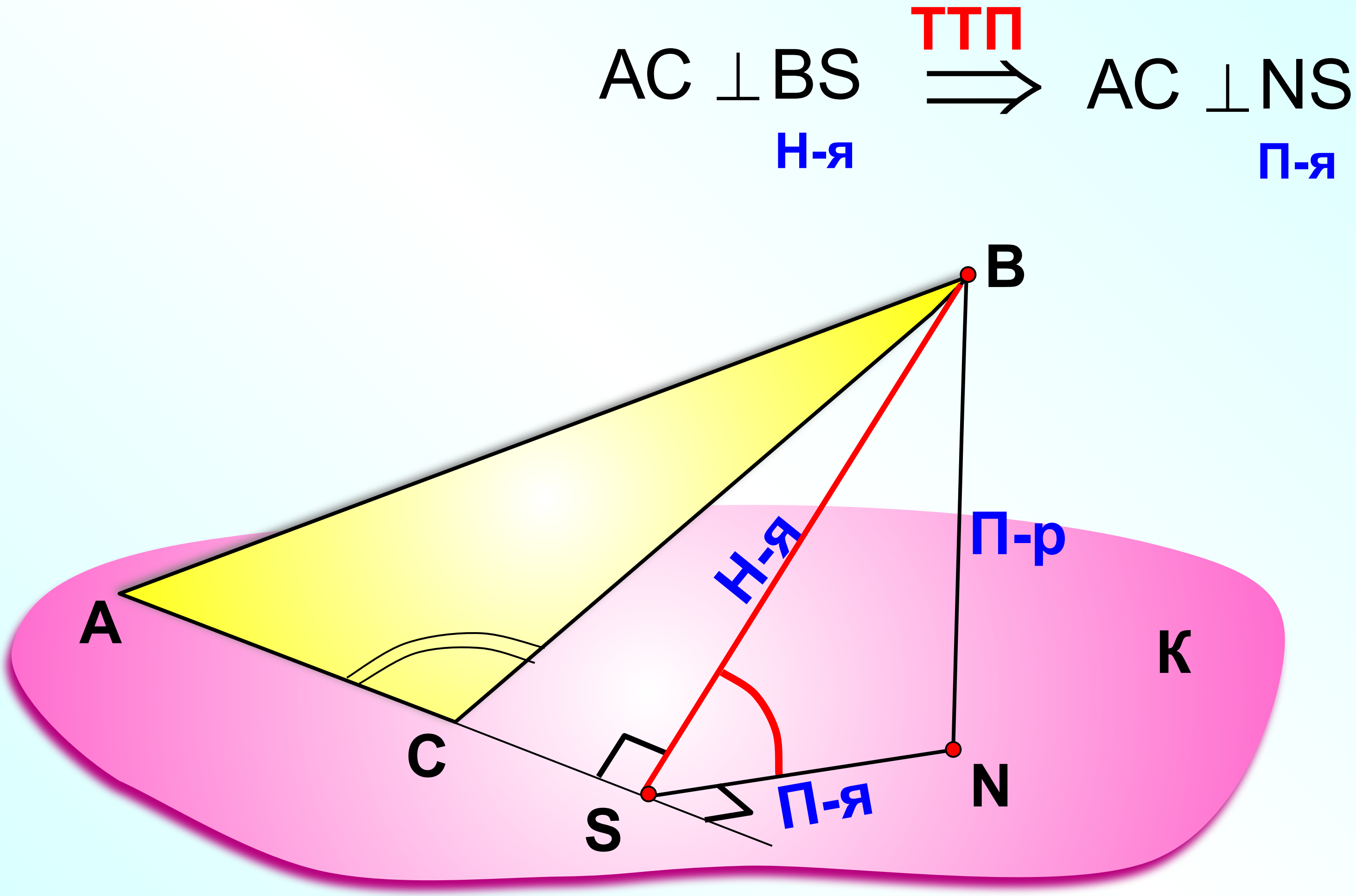
2. Доказать, что MN II A_1C_1, где M и N – середины ребер куба.



Найдите площадь сечения, проходящего через точки A, B и C_1



Построить линейный угол двугранного угла BACK.
Треугольник ABC – тупоугольный.

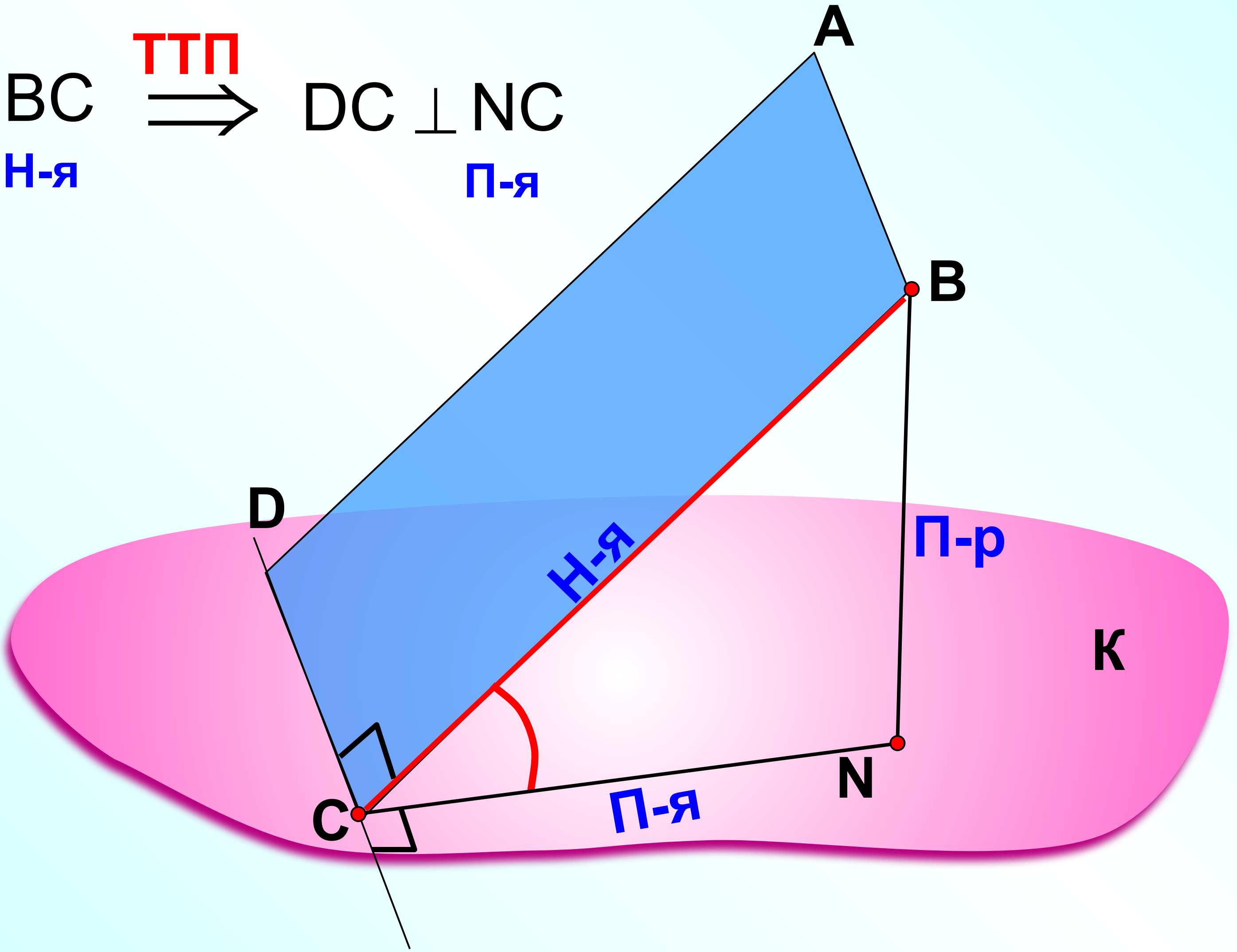


Угол BSN – линейный угол двугранного угла BACK

Построить линейный угол двугранного угла BDCK.
ABCD – прямоугольник.

$$DC \perp BC \xrightarrow{\text{ТТП}} DC \perp NC$$

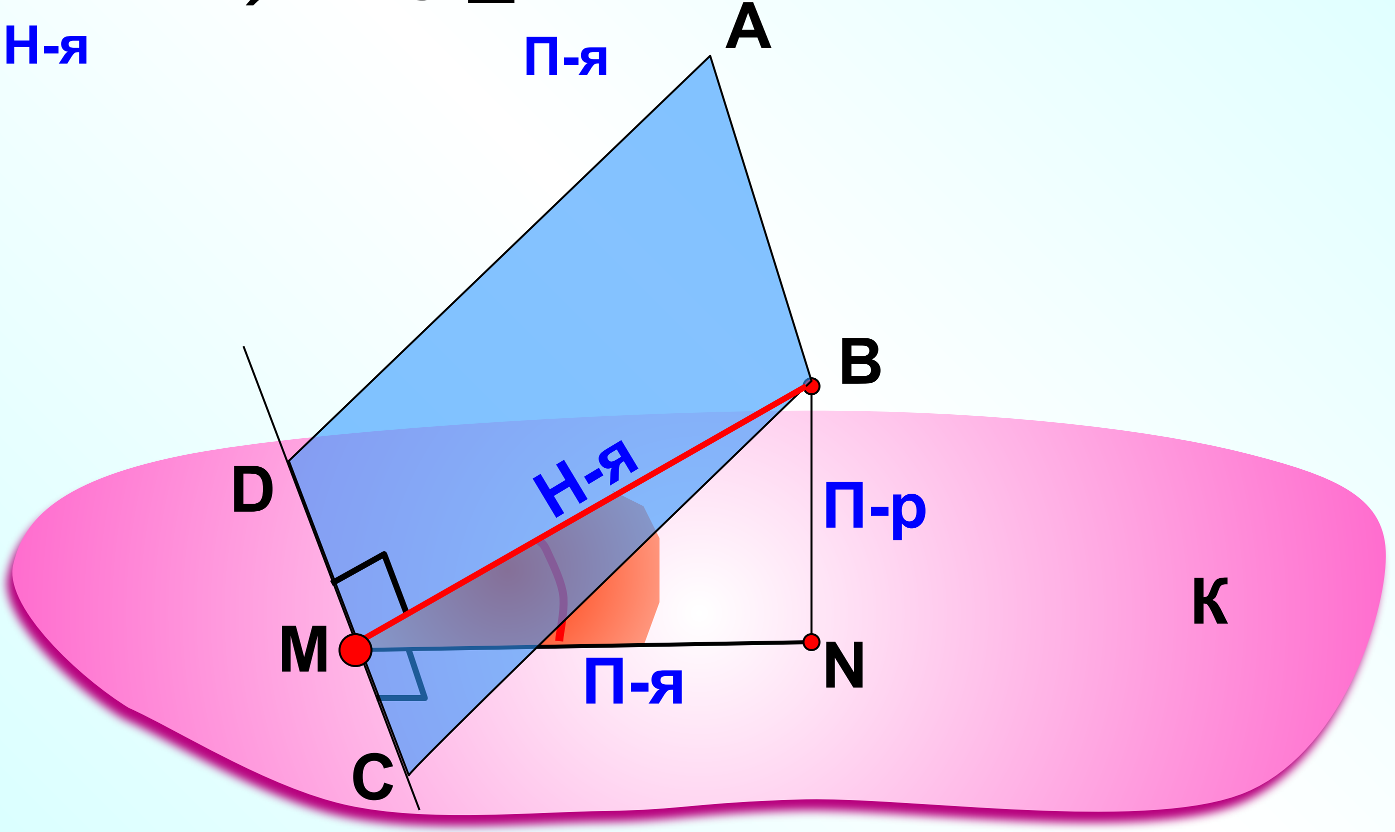
Н-я П-я



Угол BCN – линейный угол двугранного угла BDCK

Построить линейный угол двугранного угла BDCK.
ABCD – параллелограмм, угол C острый.

$$\underset{\text{Н-я}}{DC \perp BM} \overset{\text{ТТП}}{\Longrightarrow} \underset{\text{П-я}}{DC \perp NM}$$

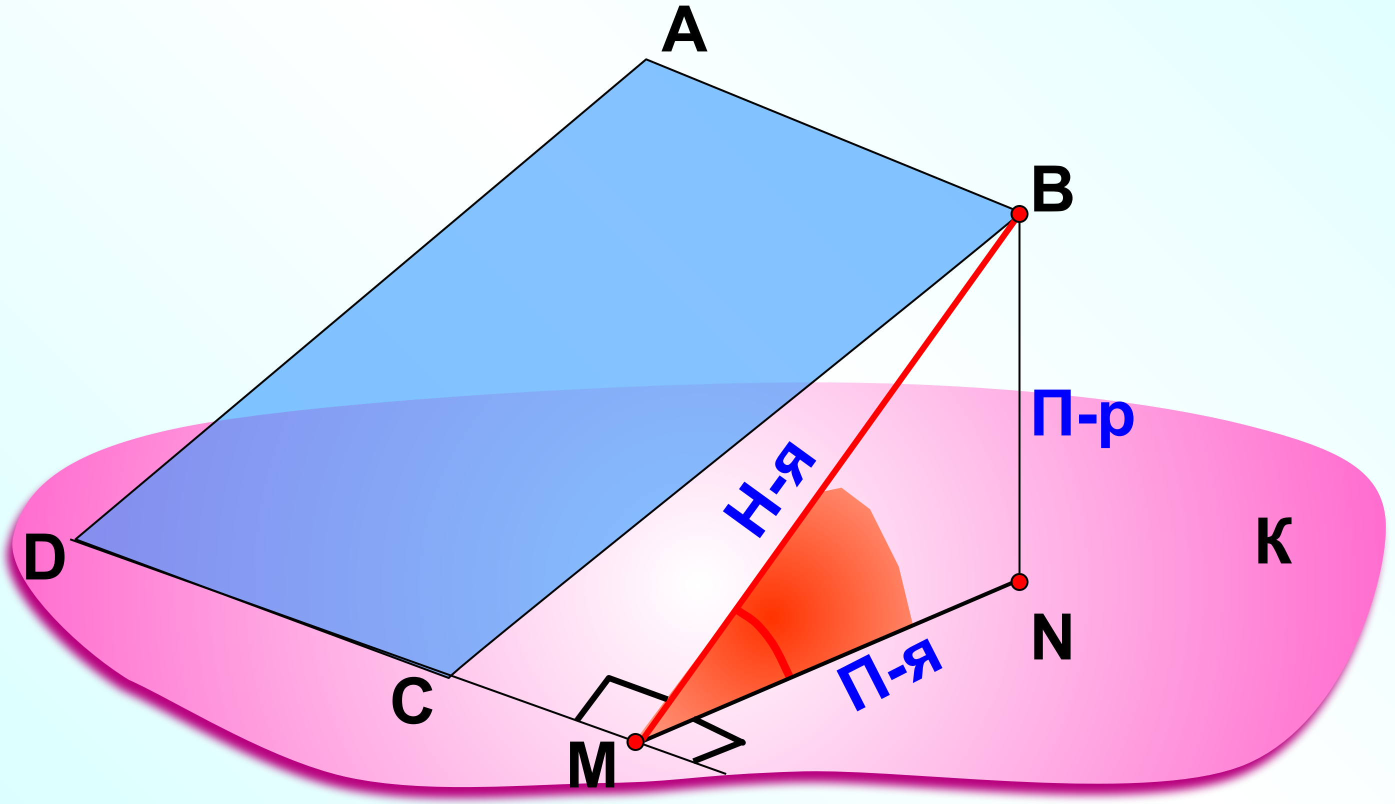


Угол BMN – линейный угол двугранного угла BDCK

Построить линейный угол двугранного угла BDCK.
ABCD – параллелограмм, угол С тупой.

$$DC \perp BM \xrightarrow{\text{ТТП}} DC \perp NM$$

Н-я П-я

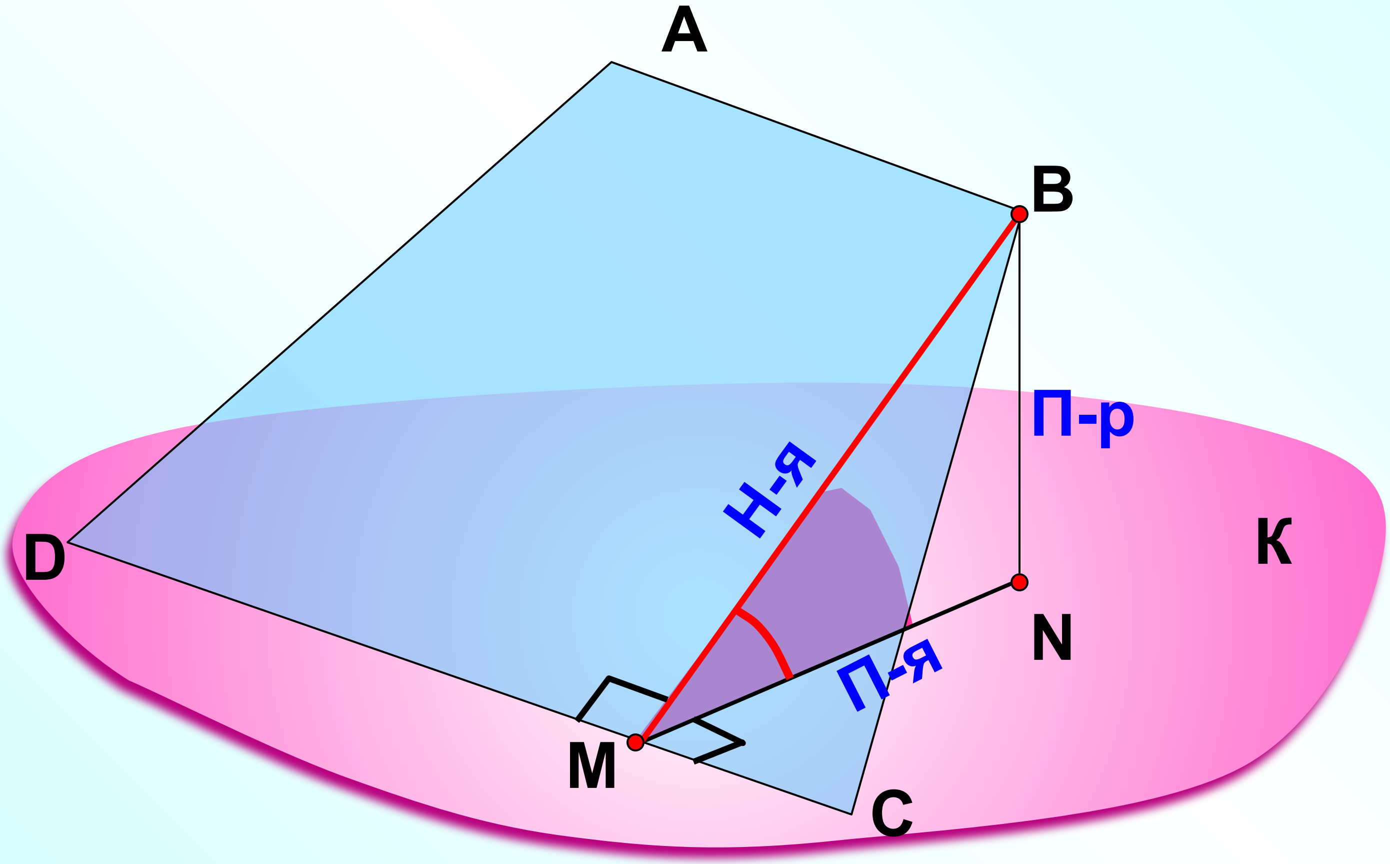


Угол BMN – линейный угол двугранного угла BDCK

Построить линейный угол двугранного угла BDCK.
ABCD – трапеция, угол C острый.

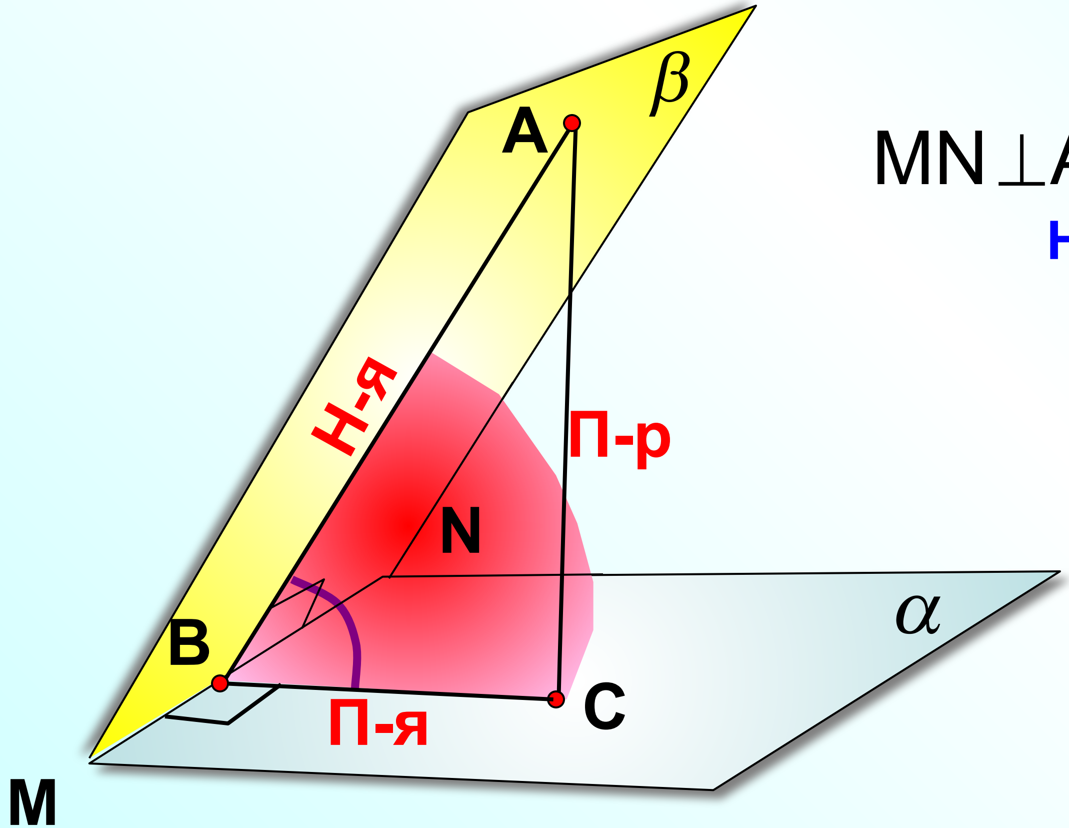
$$DC \perp BM \overset{\text{ТТП}}{\Longrightarrow} DC \perp NM$$

Н-я П-я



Угол BMN – линейный угол двугранного угла BDCK

№ 166. Неперпендикулярные плоскости α и β пересекаются по прямой MN. В плоскости β из точки A проведен перпендикуляр AB к прямой MN и из той же точки A проведен перпендикуляр AC к плоскости α. Докажите, что угол ABC – линейный угол двугранного угла AMNC.

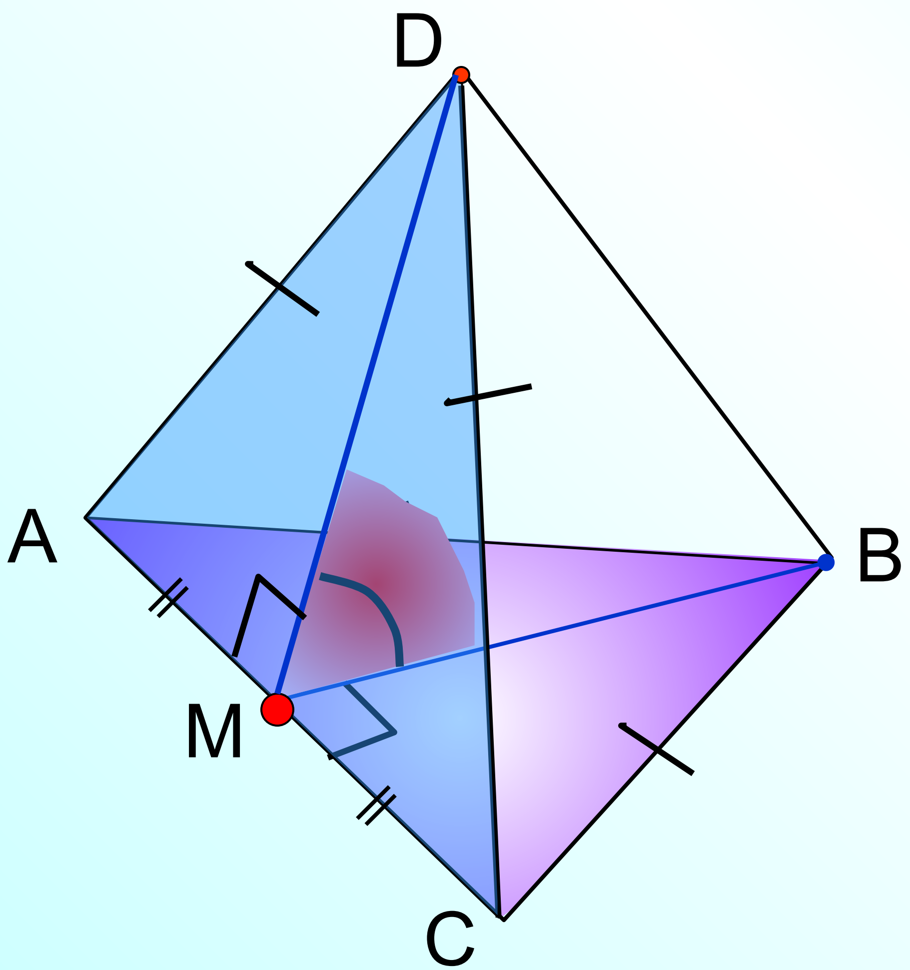


$$MN \perp AB \xRightarrow{\text{ТТП}} MN \perp BC$$

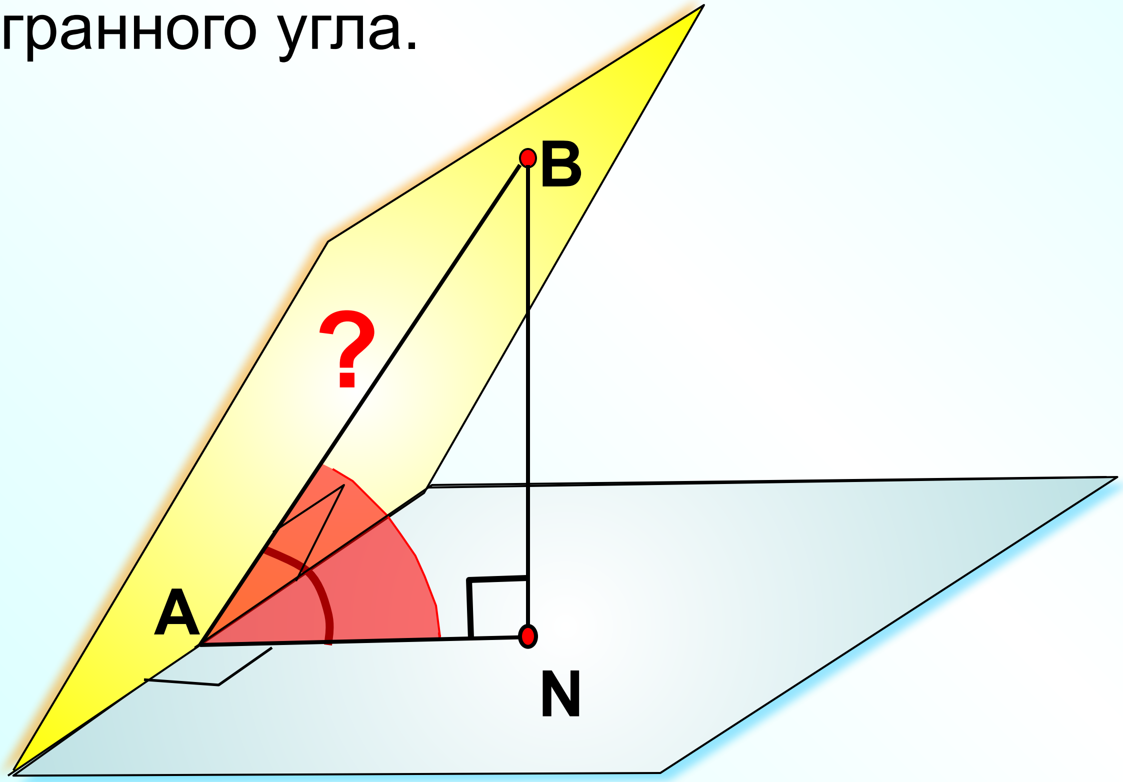
Н-я　　　　　П-я

Угол ABC – линейный угол двугранного угла AMNC

№ 167. В тетраэдре DABC все ребра равны, точка M – середина ребра AC. Докажите, что угол DMB – линейный угол двугранного угла BACD.



№ 168. Двугранный угол равен φ. На одной грани этого угла лежит точка, удаленная на расстояние d от плоскости другой грани. Найдите расстояние от этой точки до ребра двугранного угла.



№ 169. Даны два двугранных угла, у которых одна грань общая, а две другие грани являются различными полуплоскостями одной плоскости. Докажите, что сумма этих двугранных углов равна 180^0.