

Компьютерная графика. Лекция 7

# Трёхмерное моделирование поверхностей

# Моделирование поверхностей

Результатом решения задачи *моделирования* является множество вершин, однозначно определяющих набор геометрических объектов.

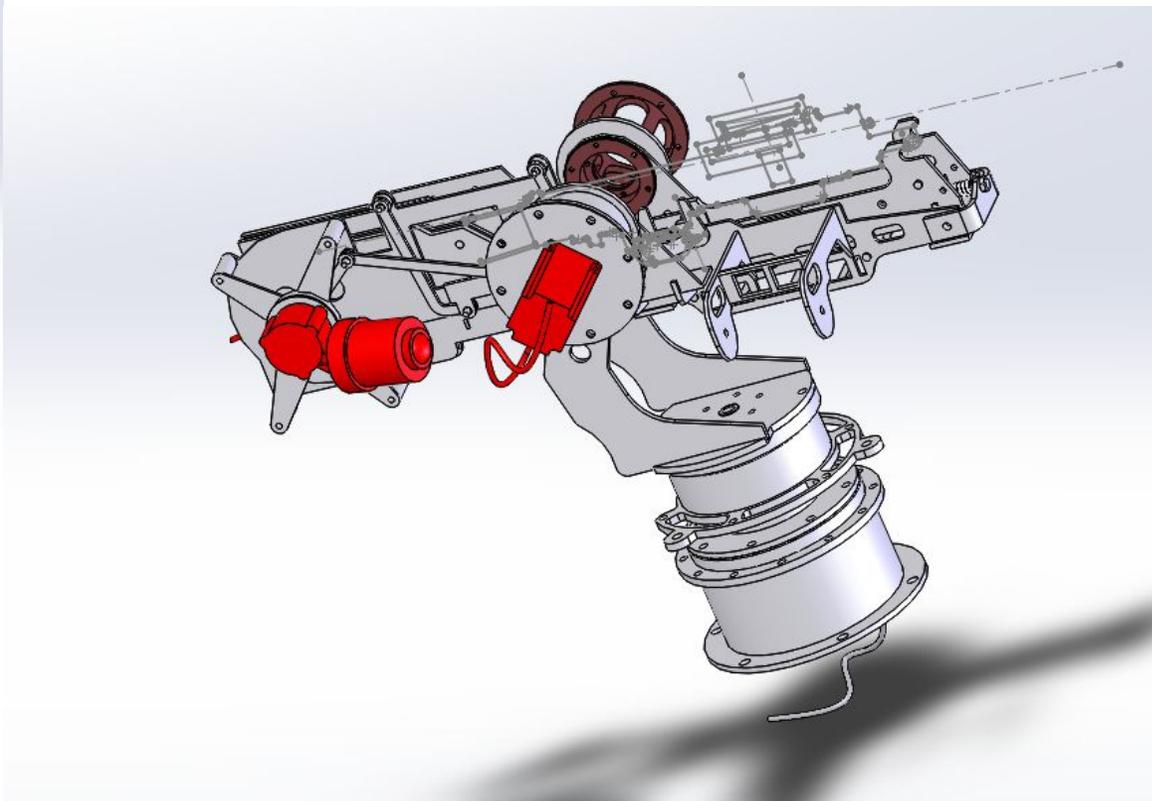
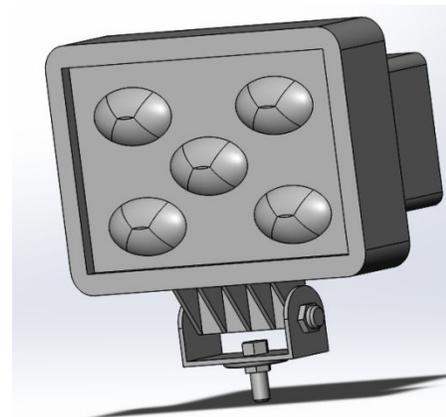
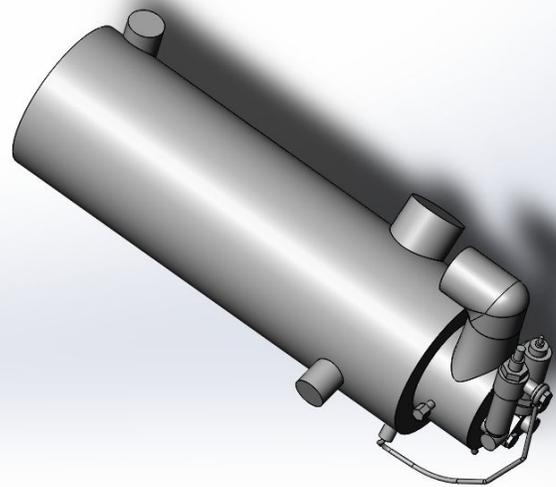
3ds Max



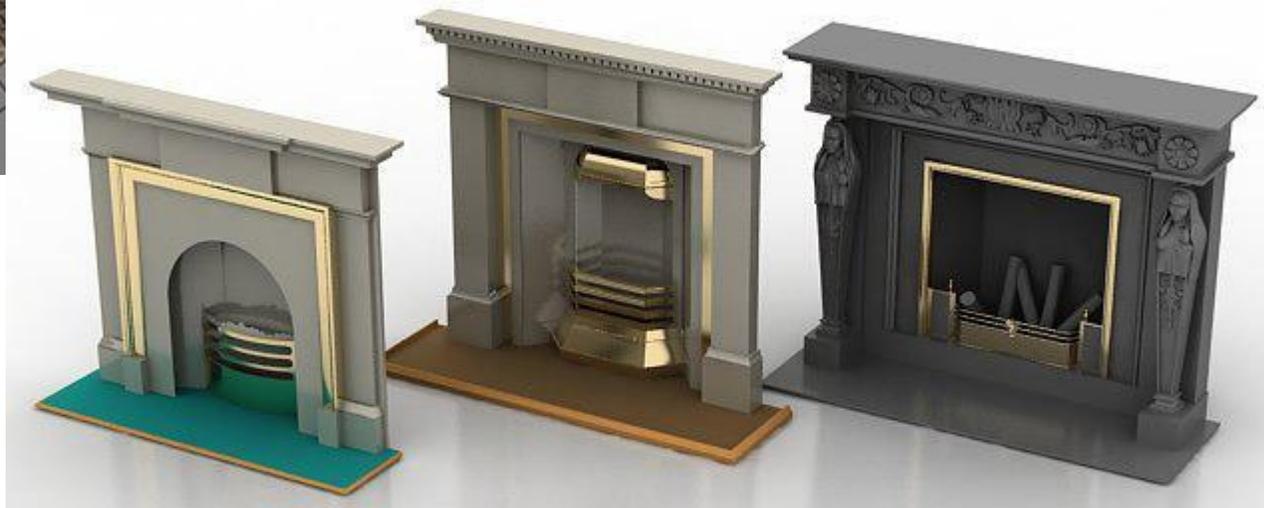
SolidWorks



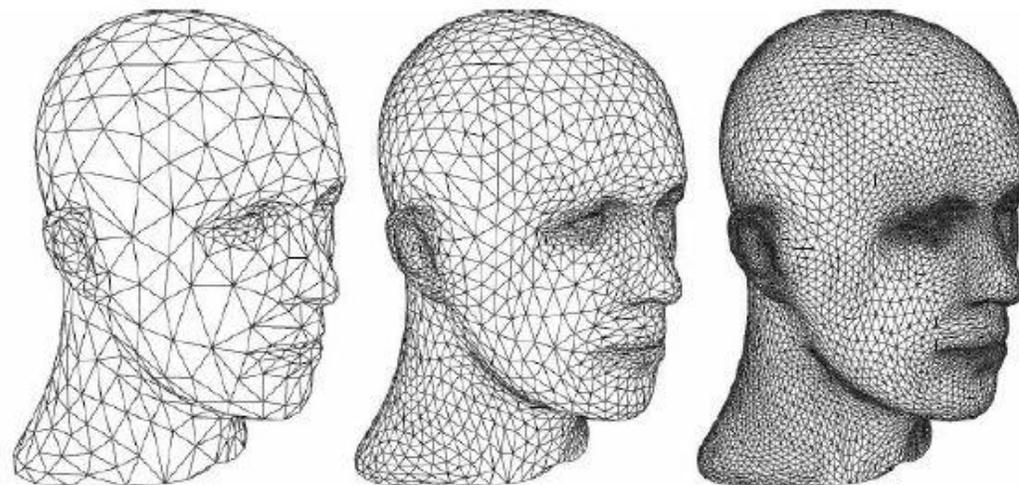
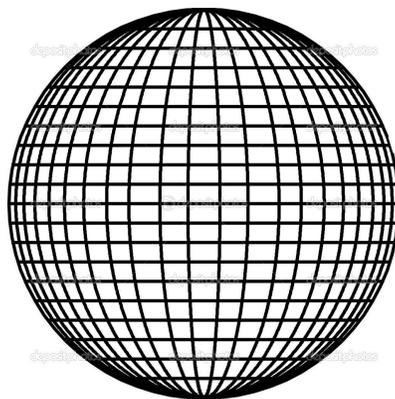
Solid Works



# 3d Max



# Поверхности



# Математические знания, необходимые для изучения геометрических моделей

- Векторная алгебра
- Матричные операции
- Формы математического представления кривых и поверхностей
- Дифференциальная геометрия кривых и поверхностей
- Аппроксимация и интерполяция кривых и поверхностей
- Сведения из элементарной геометрии на плоскости и в пространстве

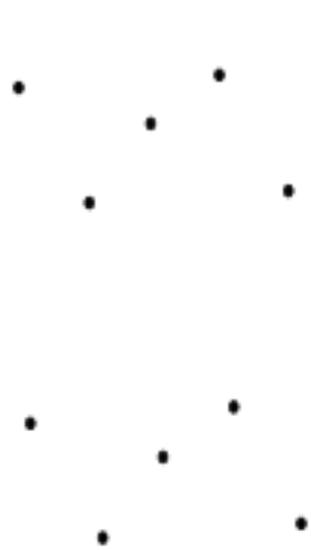
# Классификация по способу формирования

- По способу формирования
  - Жестко-размерное моделирование или с явным заданием геометрии – задание оболочки
- Параметрическая модель
- Кинематическая модель (lofting, sweep, Extrude, revolve, протянутая, заметающая)
- Модель конструктивной геометрии (использование базовых элементов формы и булевых операций над ними – пересечение, вычитание, объединение)
- Гибридная модель

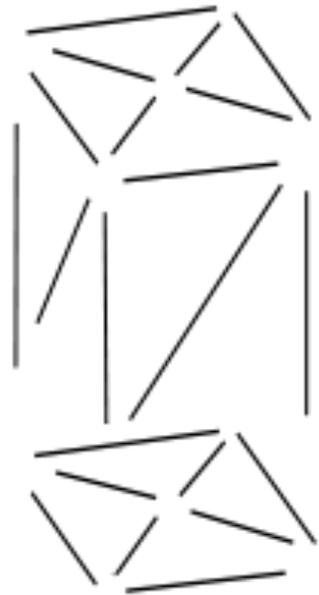
# Основные способы построения поверхностных моделей

- Аналитические поверхности
  - Плоскости- полигональные сетки
  - Квадратичные поверхности – конические сечения
- Поверхности, построенные по точкам
  - Полигональные сетки
  - Билинейная поверхность
  - Линейная и бикубическая поверхность Кунса
  - Поверхность Безье
  - В-сплайновые поверхности
  - NURBS поверхности
  - Треугольные поверхности
- Поверхности, построенные по кинематическому принципу
  - Поверхность вращения
  - Поверхность соединения
  - Заметающая поверхность
  - Сложные sweep и lofting поверхности

# Полигональные сетки



Вершины



Ребра



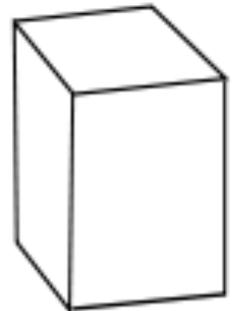
Грани



Полигоны



Поверхности



# Список граней

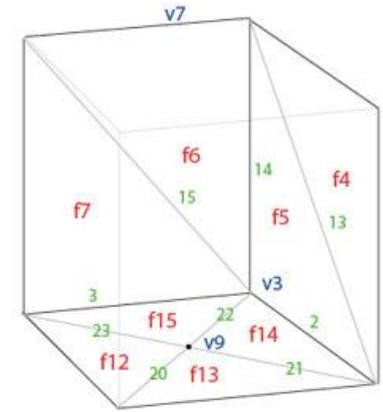
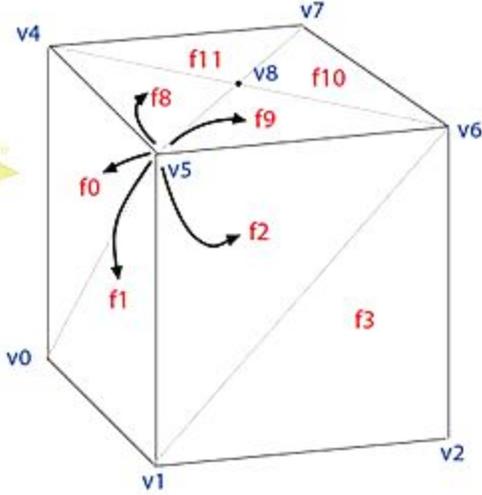
Список граней

f0	v0 v4 v5
f1	v0 v5 v1
f2	v1 v5 v6
f3	v1 v6 v2
f4	v2 v6 v7
f5	v2 v7 v3
f6	v3 v7 v4
f7	v3 v4 v0
f8	v8 v5 v4
f9	v8 v6 v5
f10	v8 v7 v6
f11	v8 v4 v7
f12	v9 v5 v4
f13	v9 v6 v5
f14	v9 v7 v6
f15	v9 v4 v7

Список вершин

v0	0,0,0	f0 f1 f12 f15 f7
v1	1,0,0	f2 f3 f13 f12 f1
v2	1,1,0	f4 f5 f14 f13 f3
v3	0,1,0	f6 f7 f15 f14 f5
v4	0,0,1	f6 f7 f0 f8 f11
v5	1,0,1	f0 f1 f2 f9 f8
v6	1,1,1	f2 f3 f4 f10 f9
v7	0,1,1	f4 f5 f6 f11 f10
v8	.5,.5,0	f8 f9 f10 f11
v9	.5,.5,1	f12 f13 f14 f15

example →



## "Крылатое" представление

Список граней

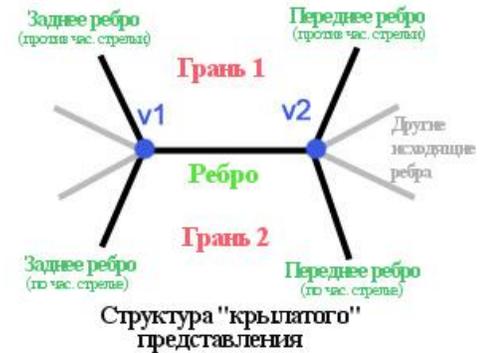
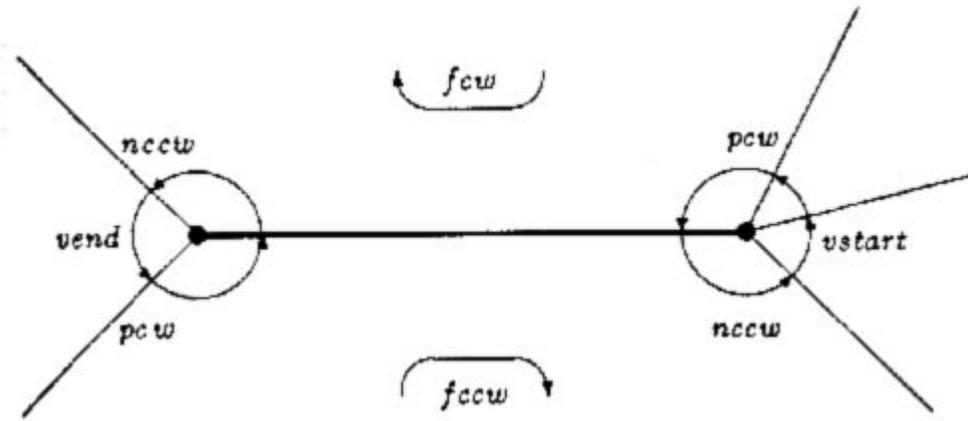
f0	4 8 9
f1	0 10 9
f2	5 10 11
f3	1 12 11
f4	6 12 13
f5	2 14 13
f6	7 14 15
f7	3 8 15
f8	4 16 19
f9	5 17 16
f10	6 18 17
f11	7 19 18
f12	0 23 20
f13	1 20 21
f14	2 21 22
f15	3 22 23

Список ребер

e0	v0 v1	f1 f12	9 23 10 20
e1	v1 v2	f3 f13	11 20 12 21
e2	v2 v3	f5 f14	13 21 14 22
e3	v3 v0	f7 f15	15 22 8 23
e4	v4 v5	f0 f8	19 8 16 9
e5	v5 v6	f2 f9	16 10 17 11
e6	v6 v7	f4 f10	17 12 18 13
e7	v7 v4	f6 f11	18 14 19 15
e8	v0 v4	f7 f0	3 9 7 4
e9	v0 v5	f0 f1	8 0 4 10
e10	v1 v5	f1 f2	0 11 9 5
e11	v1 v6	f2 f3	10 1 5 12
e12	v2 v6	f3 f4	1 13 11 6
e13	v2 v7	f4 f5	12 2 6 14
e14	v3 v7	f5 f6	2 15 13 7
e15	v3 v4	f6 f7	14 3 7 15
e16	v5 v8	f8 f9	4 5 19 17
e17	v6 v8	f9 f10	5 6 16 18
e18	v7 v8	f10 f11	6 7 17 19
e19	v4 v8	f11 f8	7 4 18 16
e20	v1 v9	f12 f13	0 1 23 21
e21	v2 v9	f13 f14	1 2 20 22
e22	v3 v9	f14 f15	2 3 21 23
e23	v0 v9	f15 f12	3 0 22 20

Список вершин

v0	0,0,0	8 9 0 23 3
v1	1,0,0	10 11 1 20 0
v2	1,1,0	12 13 2 21 1
v3	0,1,0	14 15 3 22 2
v4	0,0,1	8 15 7 19 4
v5	1,0,1	10 9 4 16 5
v6	1,1,1	12 11 5 17 6
v7	0,1,1	14 13 6 18 7
v8	.5,.5,0	16 17 18 19
v9	.5,.5,1	20 21 22 23



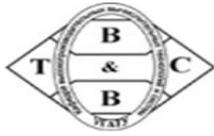
# Свойства сеток

- Монолитность
  - Совокупность грани сетки включает в себе некоторое пространство
- Связность
  - Между любыми двумя вершинами сетки существует непрерывный путь вдоль ребер полигонов
- Простота
  - Сетка является монолитной и не содержит отверстий
- Плоскостность
  - Каждая грань сетки является **плоским** полигоном
- Выпуклость
  - Отрезок прямой, соединяющий любые две внутренние точки объекта целиком лежит внутри него

## Лицевые и нелицевые стороны граней

Каждая плоская грань (полигон) имеет две стороны:

- **лицевую** (видна извне объекта)
- **нелицевую** (видна изнутри объекта)
- В один момент времени с заданной точки видна только одна сторона грани
  - ❖ снаружи монолитного объекта видны только лицевые грани



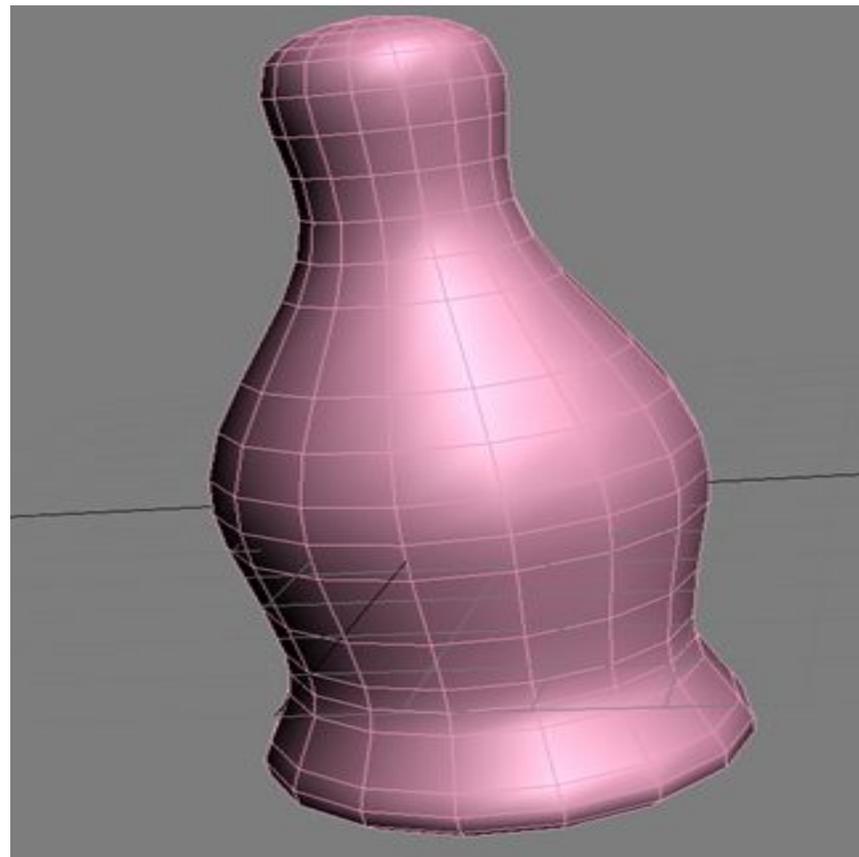
## Моделирование поверхностей вращения

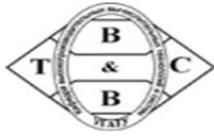
Поверхность вращения образуется посредством вращательной развертки с заметанием профильной кривой  $C$  вокруг некоторой оси

- Тор
- Пешка
- Сфера
- Купол церкви
- Рюмки, тарелки
- Колба лампы накаливания



## Создание поверхности вращения





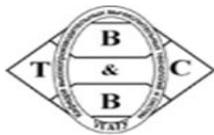
## Поверхности на базе функций двух переменных

Некоторые поверхности однозначны в одном измерении, поэтому могут быть явно выражены функции двух независимых переменных

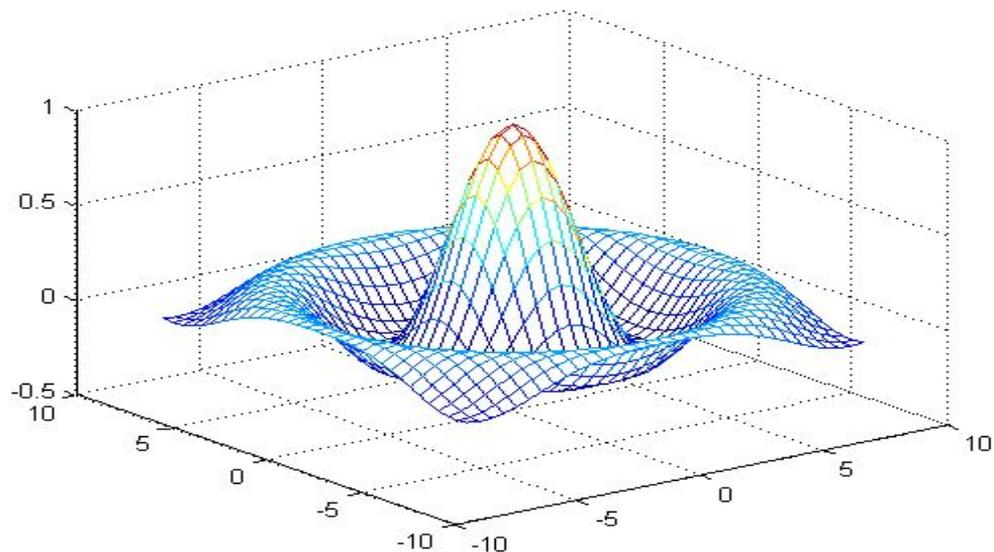
Такие функции еще называют полем высот и задают в виде формулы следующего типа:

$$- y=f(x, z)$$

Для визуализации таких поверхностей обычно вычисляют значение  $y$  в узлах равномерной сетки вдоль осей  $x$  и  $z$ , а затем рисуют последовательность ячеек полученной сетки



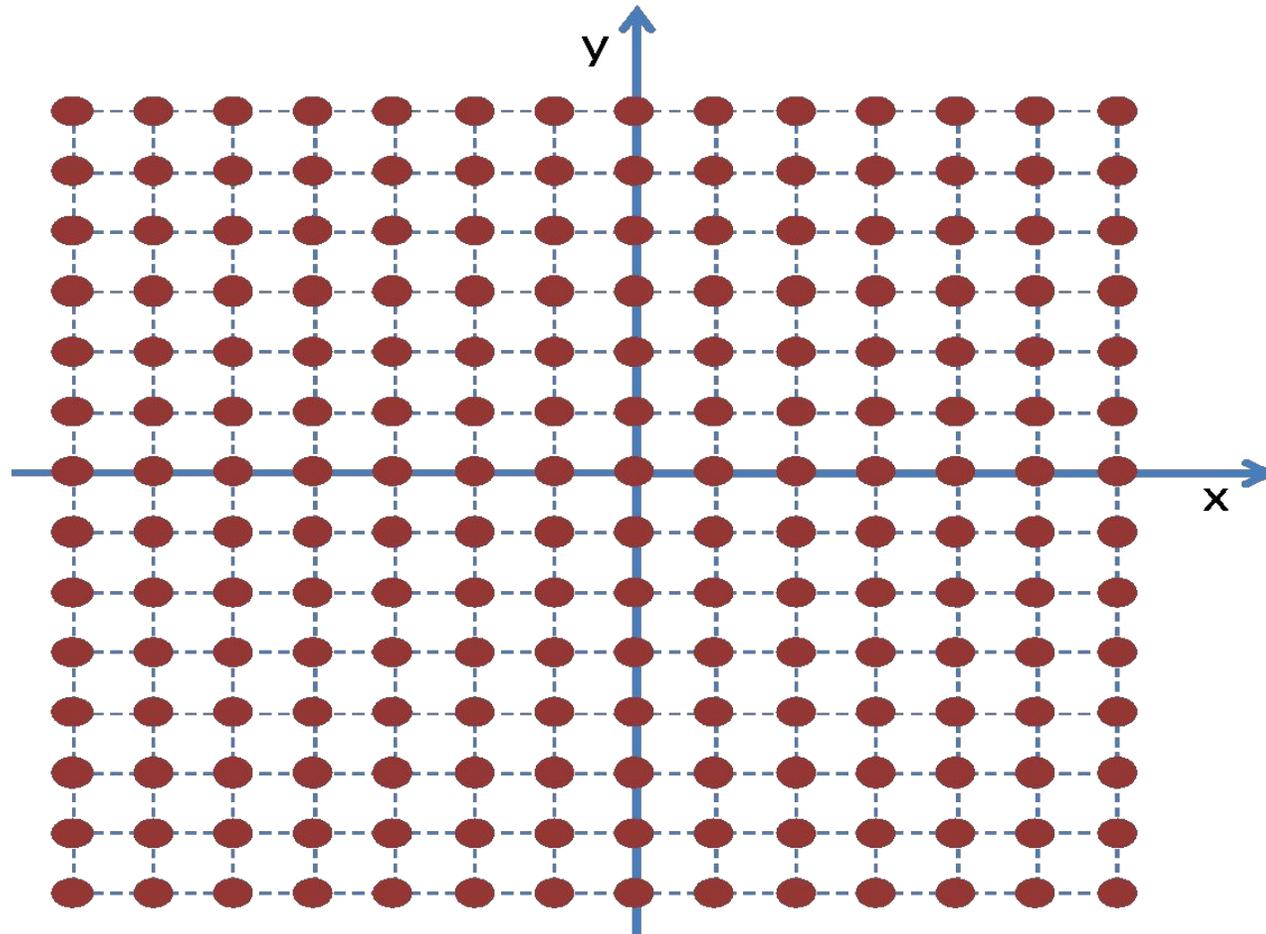
## Пример поверхности заданной, функцией sinc с круговой симметрией

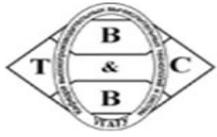


$$y = \frac{\sin(\sqrt{x^2 + z^2})}{\sqrt{x^2 + z^2}}$$

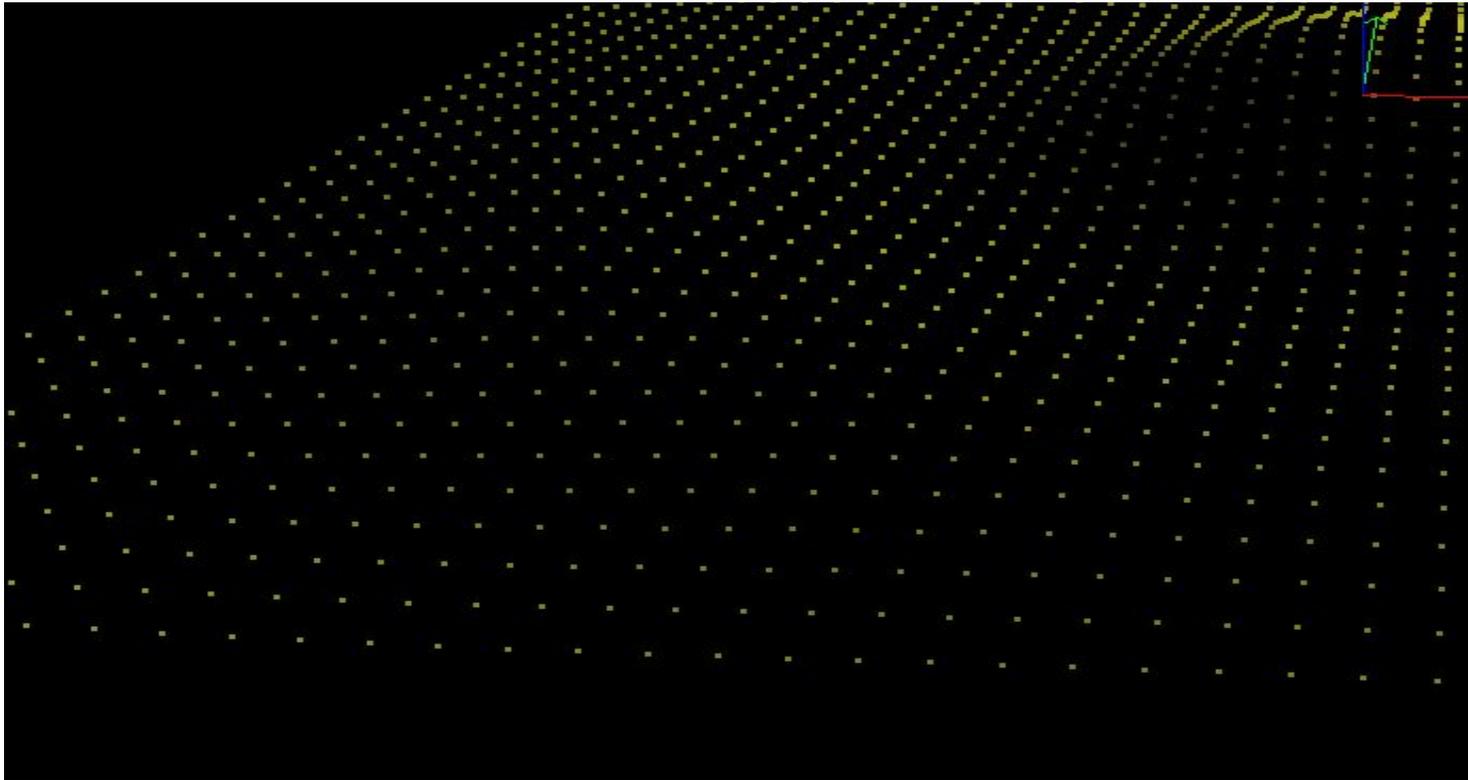


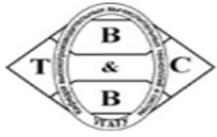
# Равномерно разбиваем отображаемую область функции вдоль осей $x$ и $y$



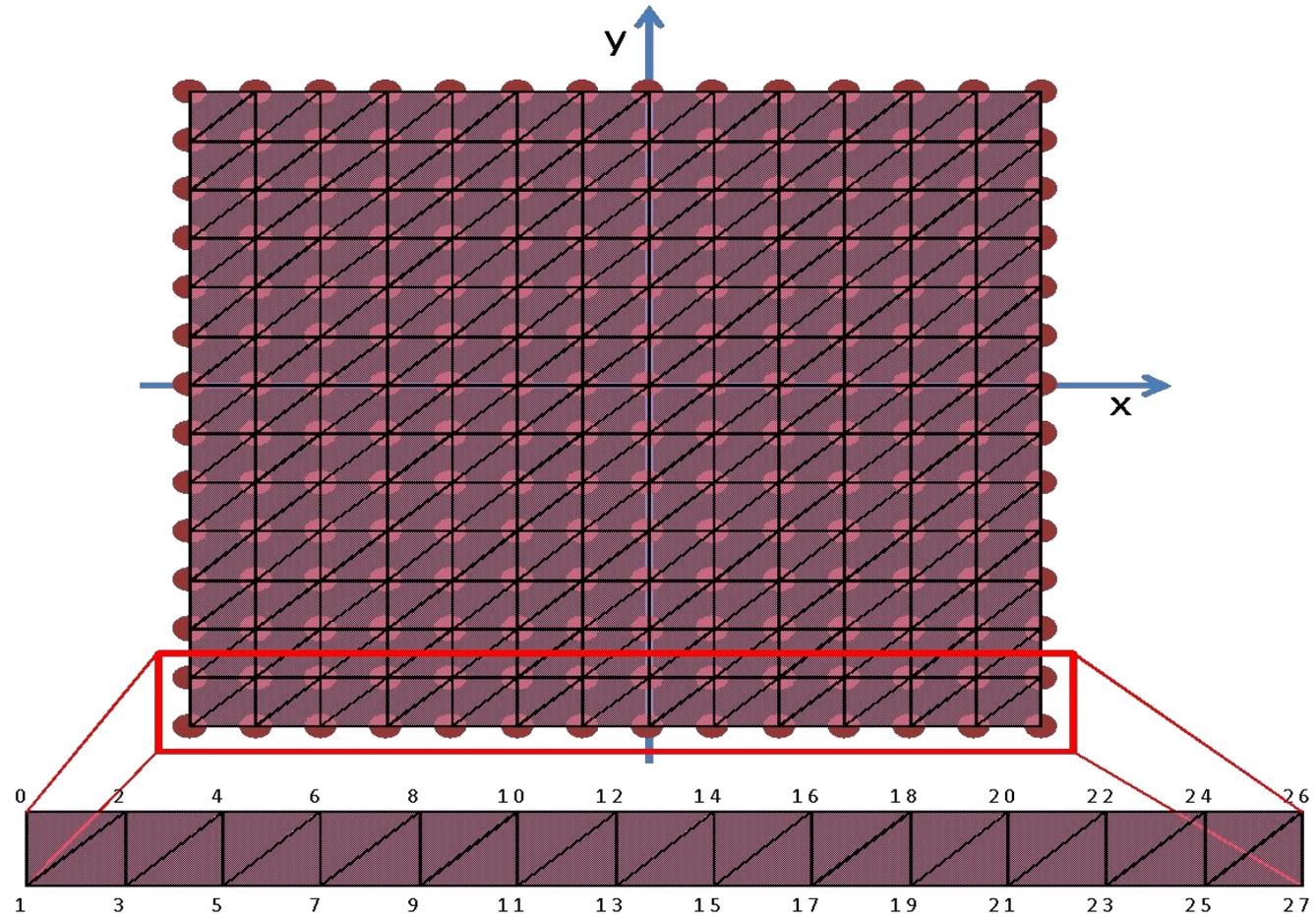


## Вычисляем значение координаты $z$ и нормалей в узлах сетки



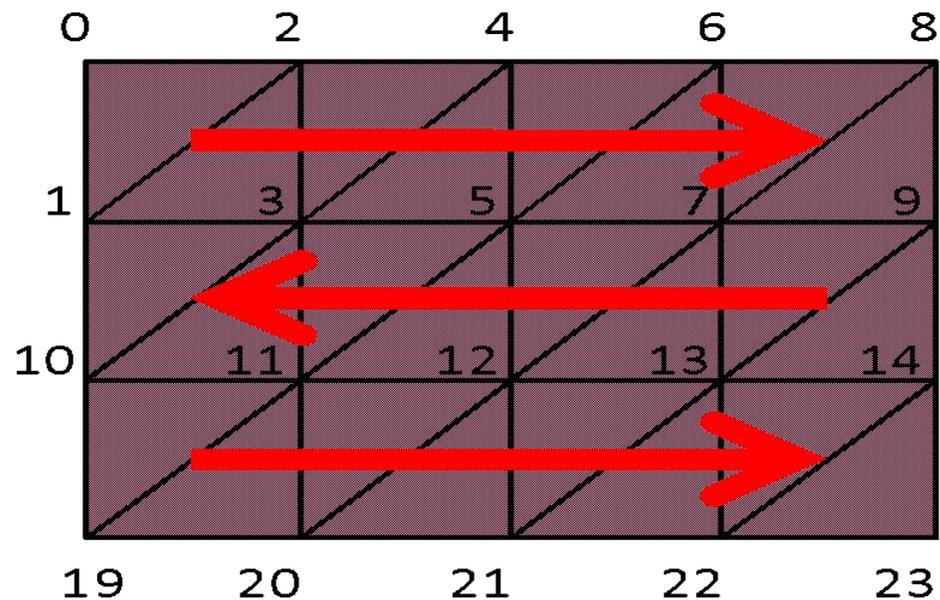


# Рисуем сетку с помощью лент из треугольников





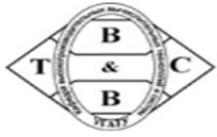
## Или даже с помощью одной ленты



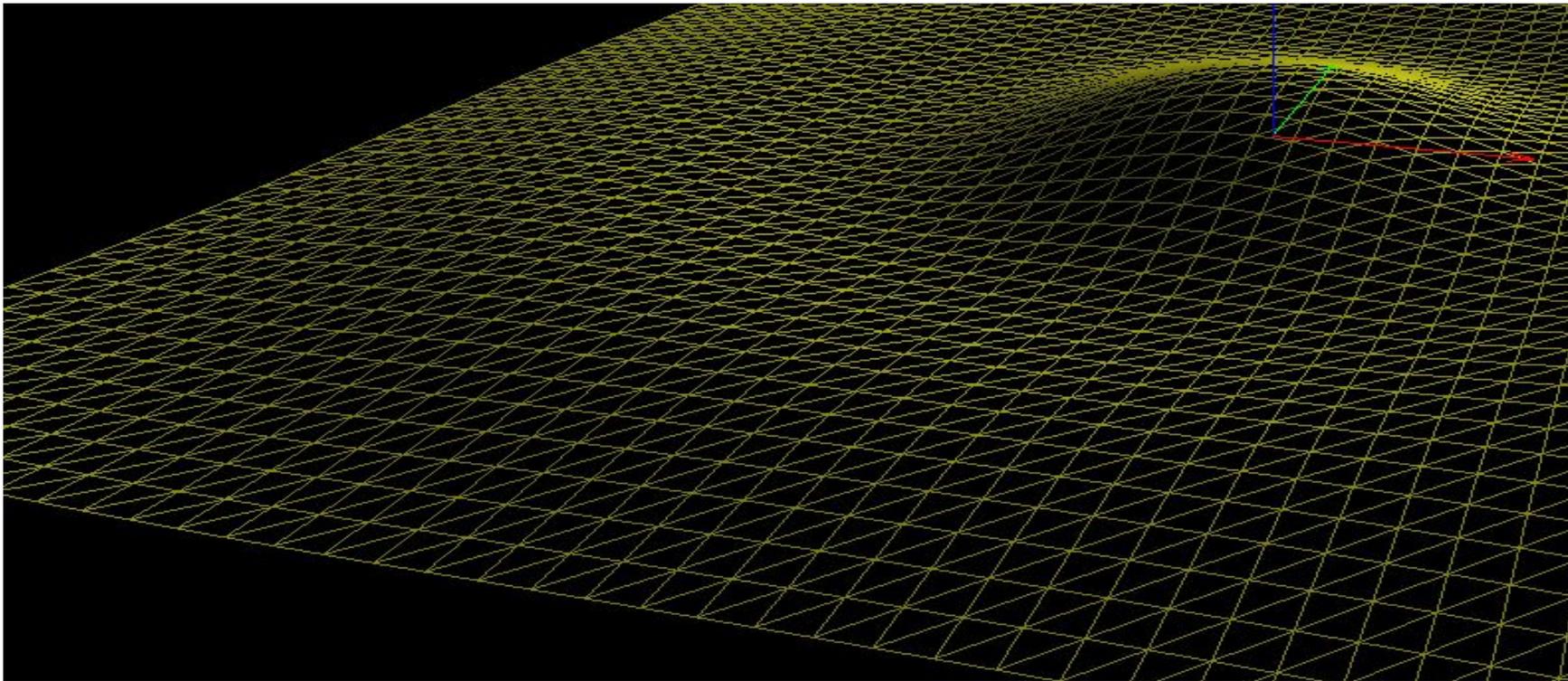
0-1-2-3-4-5-6-7-8-9-(9-14)-

14-9-13-7-12-5-11-3-10-1-(10-10)-

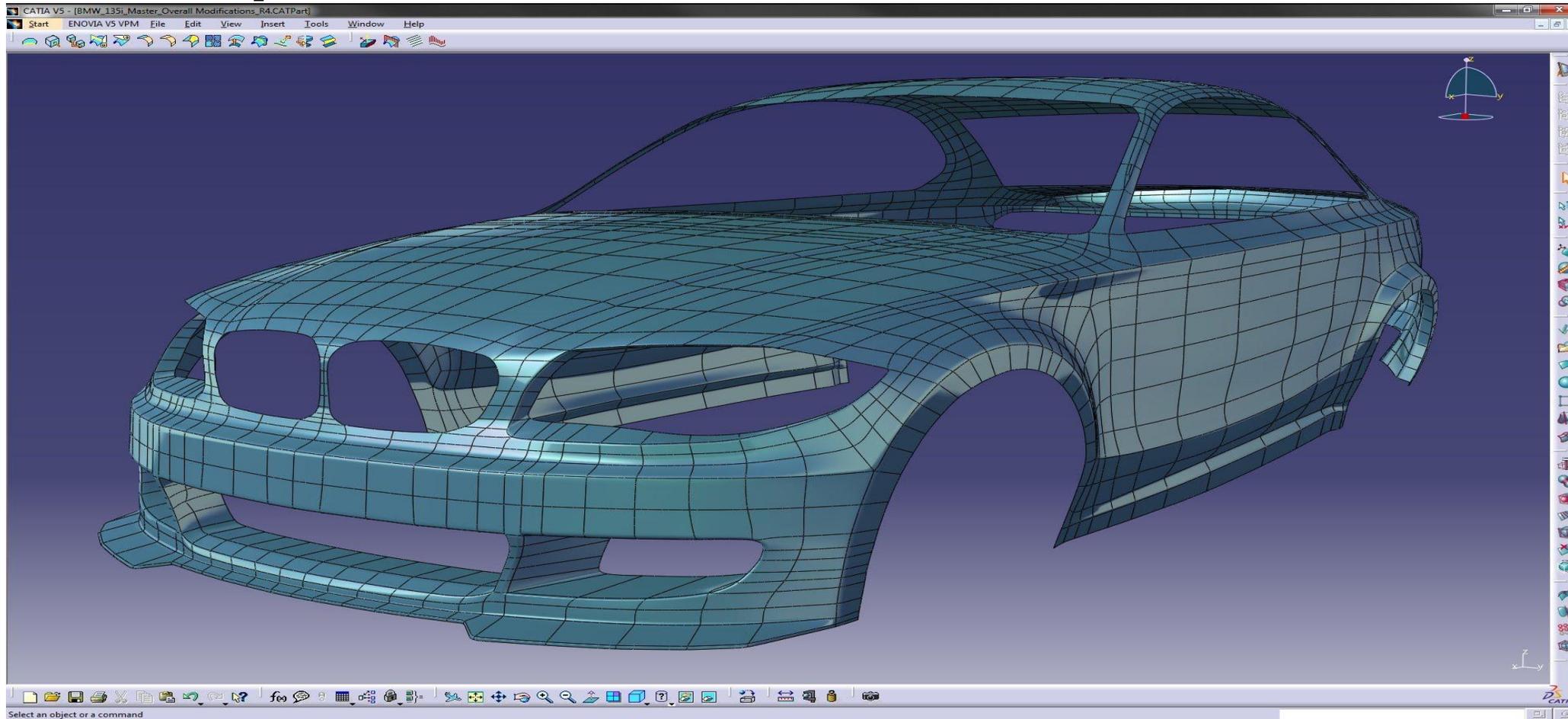
10-19-11-20-12-21-13-22-14-23-...



# Результат



# Пример создания поверхности с помощью полигональной сетки

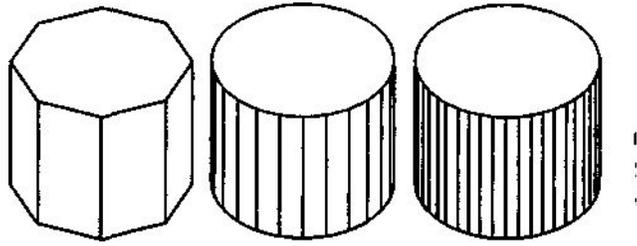


# Твердотельная модель

При моделировании твердых тел используются топологические объекты, несущие в себе топологическую и геометрическую информацию:

- *Грань;*
- *Ребро;*
- *Вершина;*
- *Цикл;*
- *Оболочка*

*Основы твердого тела – его оболочка, которая строится на основе поверхностей*

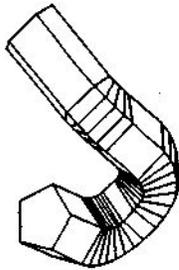


а

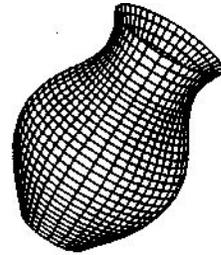
б

в

**Рис. 1.2.** Отображение на экране монитора цилиндра с различными коэффициентами точности многогранного представления: грубая (а), средняя (б) и высокая (в) полигонизация



**Рис. 1.3.** Кинематическое тело



**Рис. 1.4.** Тело вращения

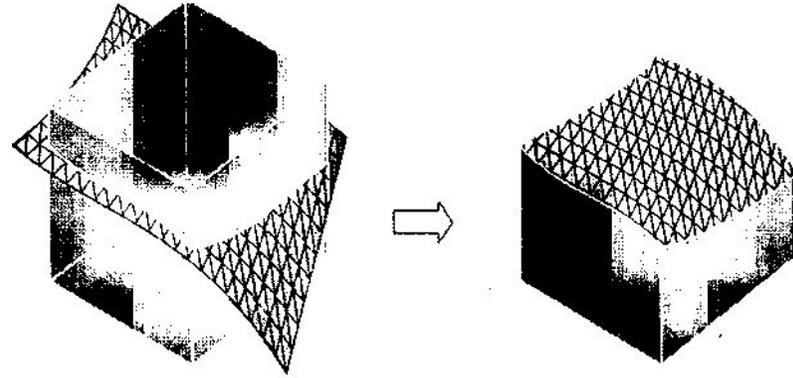
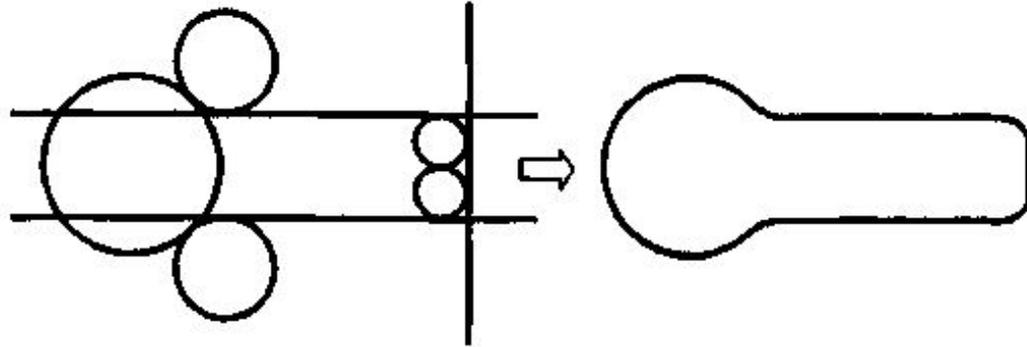
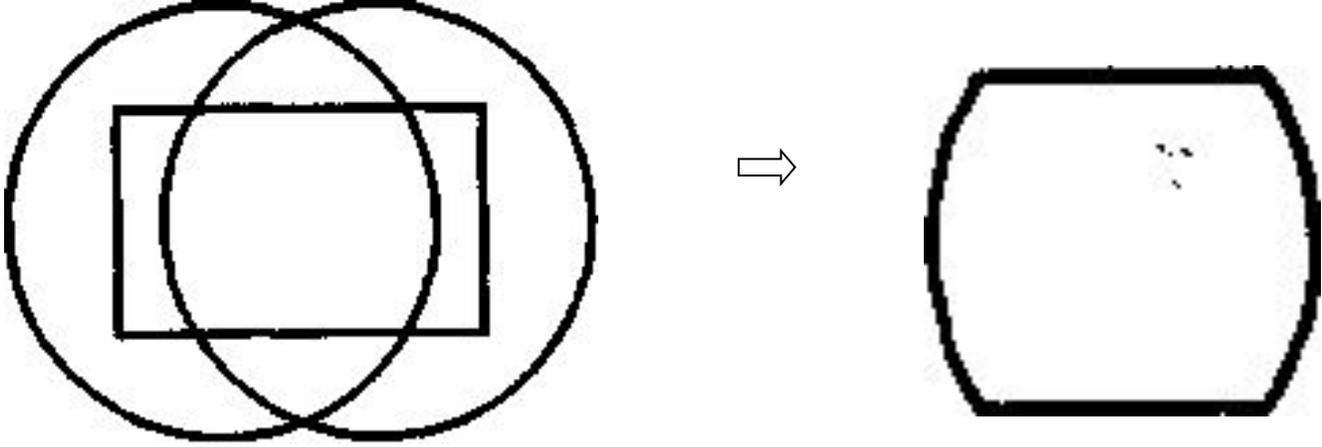
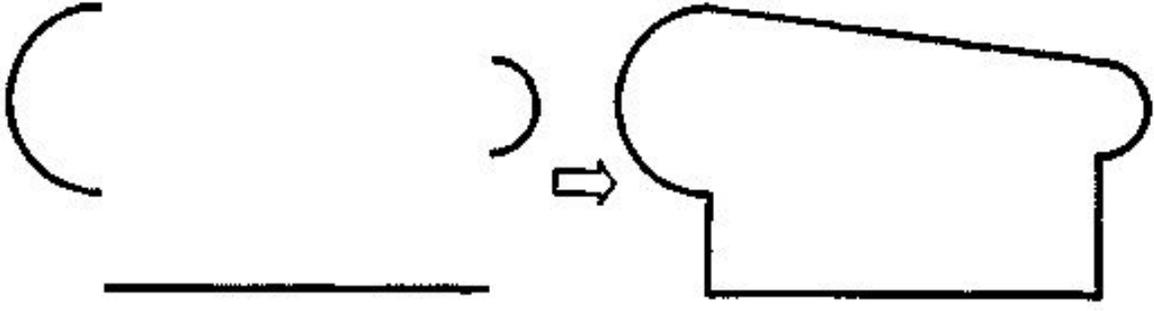
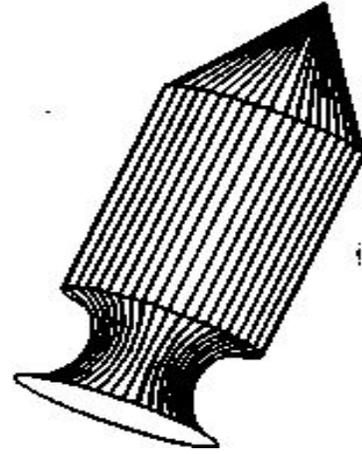


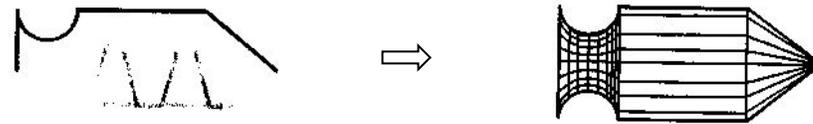
Рис. 1.5. Результат вычитания из куба объема в виде части пространства, ограниченного поверхностью



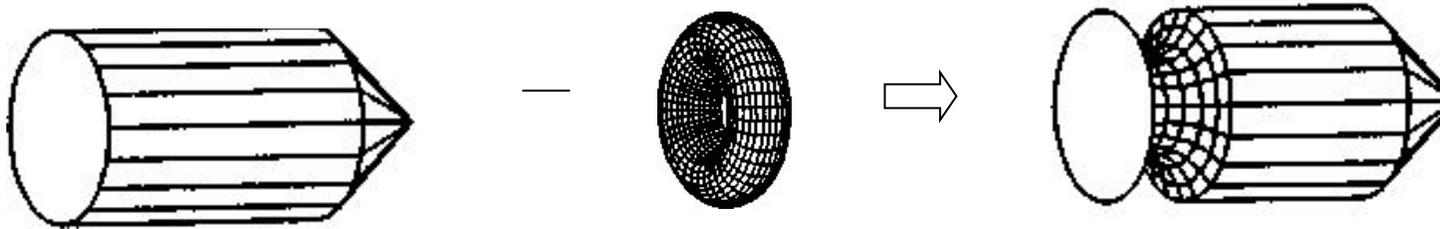




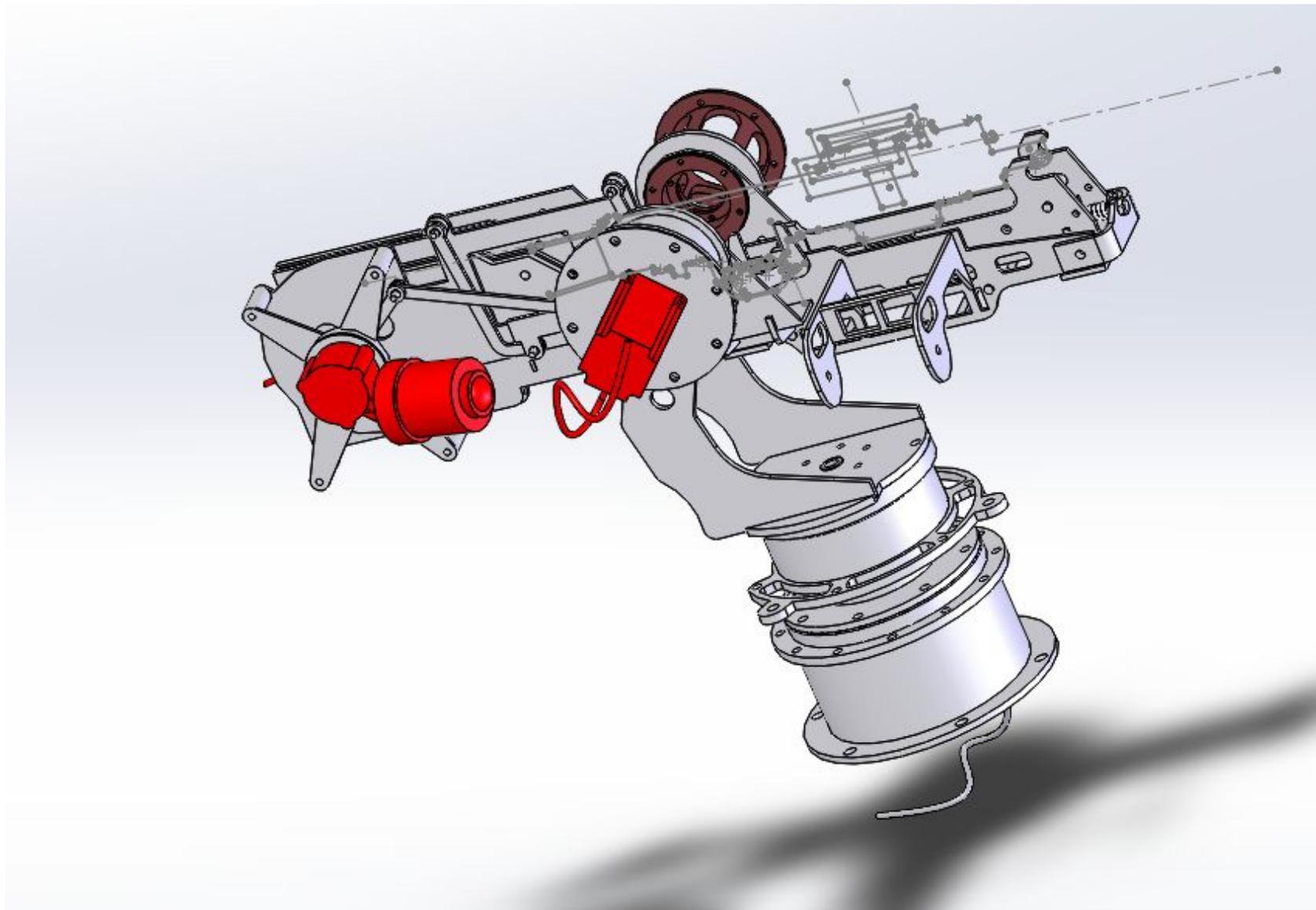
**Рис. 1.10.** Внешний вид модели детали, которую необходимо настроить



**Рис. 1.11.** Формообразующий контур и тело вращения

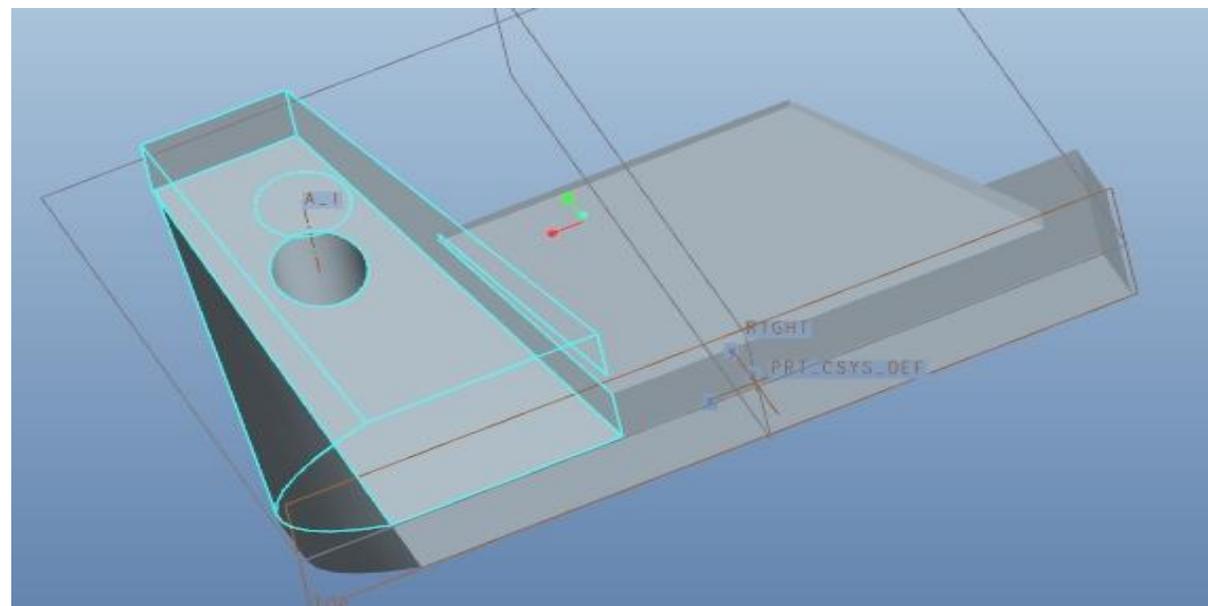
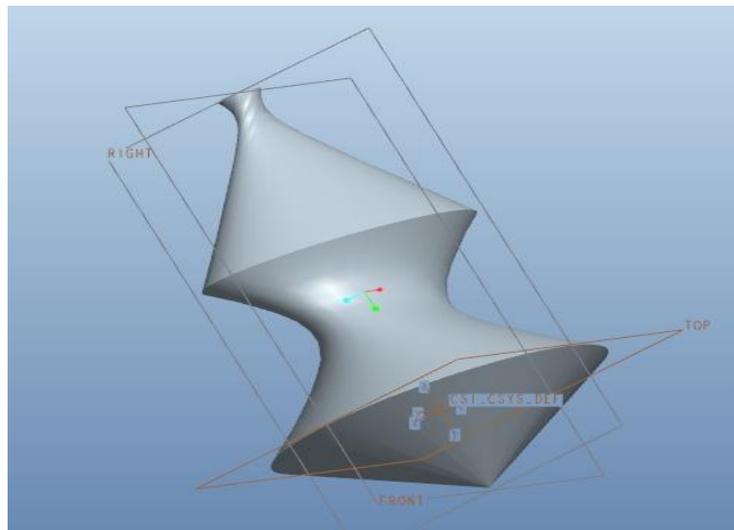


# Создание сборки из отдельных деталей

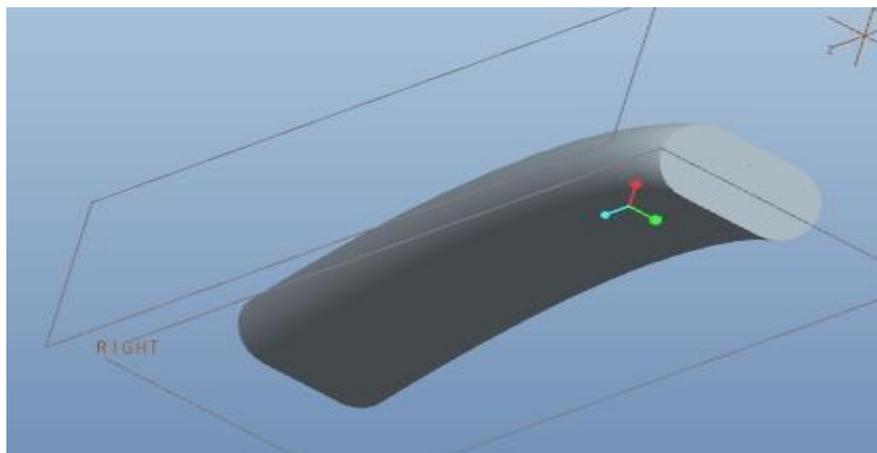
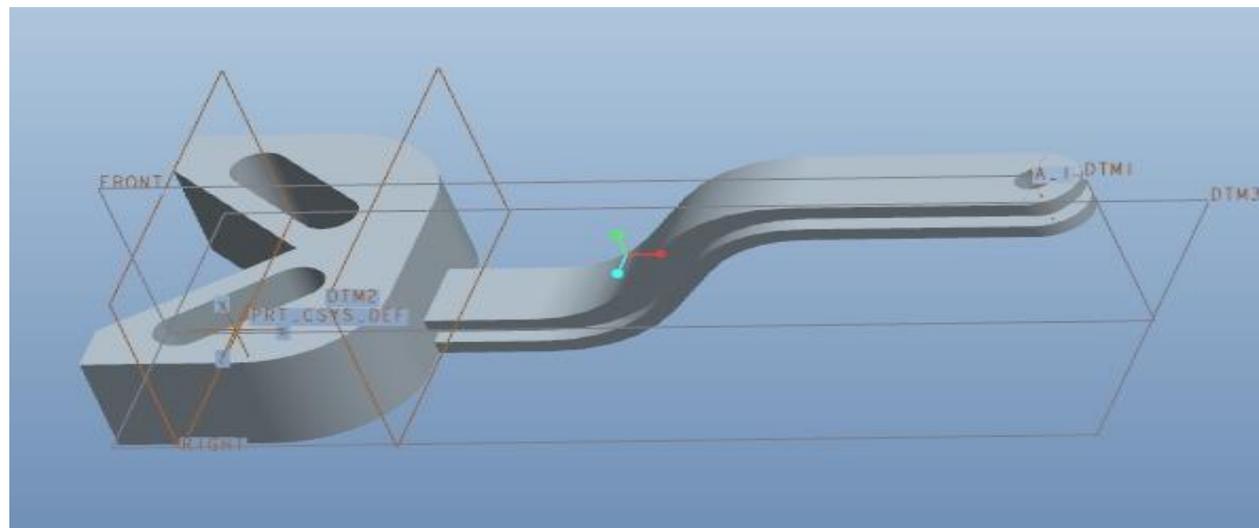
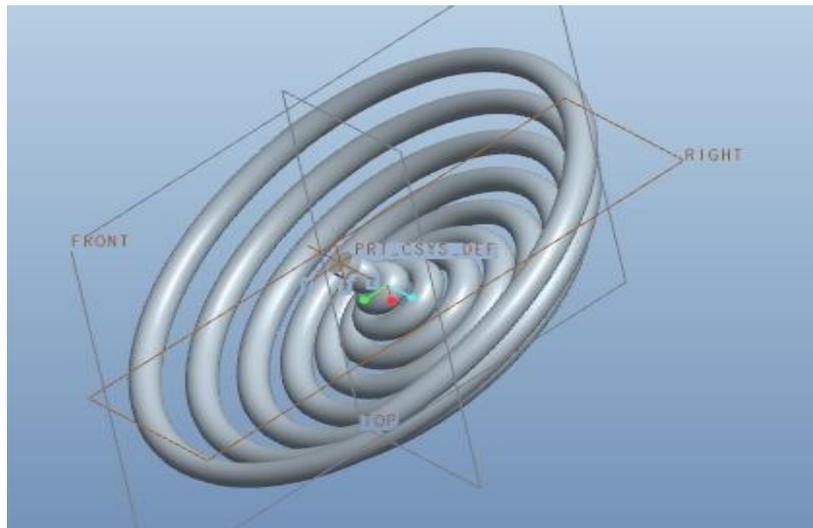


# Примеры твердых тел, построенных по кинематическому принципу

1. Смешивание профилей по определенному закону  
(квадратичный, кубический и т.д.)



## 2. Перемещение профиля вдоль кривой



### ***3. Смешивание профилей при перемещении вдоль кривой***

