Условная вероятность

План

1. Теория
2. Самое начало
3. Про шарики
4. Ещё немного теории
5. Определение условной вероятности
6. Некоторые формулы
7. А теперь немного задачек.
8. Кто подготовил

Самое начало

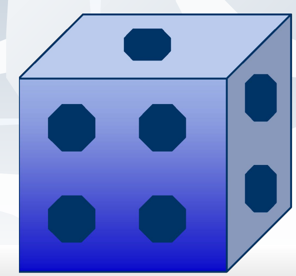
Получение добавочной информации может изменить значение вероятностей тех или иных исходов испытания.

~~1/6~~

1 ~~2~~ 3 ~~4~~ 5 ~~6~~

1/3

Вероятность выпадения числа 5, если выпало нечётное число 1/3. Вероятность выпадения числа 2=0



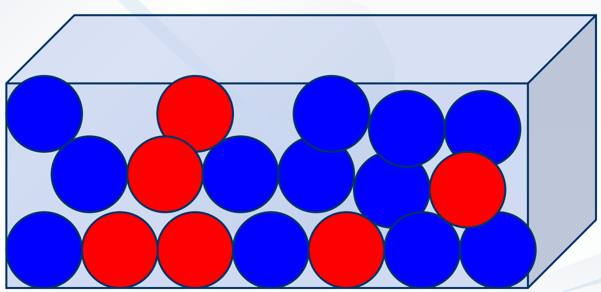
Про шарики

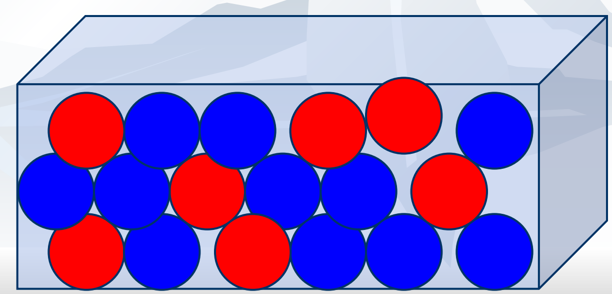
Из ящика в котором a синих и b красных шаров, наугад вынимают последовательно один за другим два шара.

A – «первый шар синий» , B – «второй шар синий».

Понятно, что $P(A)=a/(a+b)$. Какова же вероятность события B?

Если событие A произошло, то среди оставшихся $a+b-1$ шаров только $a-1$ синих, поэтому вероятность того что, что второй шар синий, $(a-1)/(a+b-1)$. Если же A не произошло, то среди оставшихся шаров синих a, поэтому вероятность того, что второй шар синий, $a/(a+b-1)$. Мы столкнулись с ситуацией, когда вероятность события B зависит от того, произошло ли событие A. В таком случае говорим, что событие B зависит от события A, а вероятность появления B условная.





Если известно, что произошло событие X, то вероятность любого исхода, не благоприятствующего этому событию, обращается в нуль, а исхода, благоприятствующего ему, умножается на 1/(P(X))

$$P'_k = P_k/(P(X))$$

Получение некоторой информации о результате испытания означает, что вместо всего множества исходов U надо брать его часть, которую мы обозначим через X. Если исход x не принадлежит X, то его вероятность обращается в нуль. Если же он принадлежит X, то его вероятность увеличивается. При этом ясно, что все вероятности таких исходов увеличиваются в одно и то же число раз, поскольку отношения их вероятностей не меняются при получении новой информации.

Обозначим исходы, благоприятствующие событию X, через $X_1, \ldots, X_k$, а их вероятности — через $p_1 \ldots, p_k$. После получения новой информации эти вероятности станут равными числам

лp_1, ..., лp_k,

а лp+..+лp_k= 1,

т. е. л (p_1+...+p_k) = 1.

Но $p_1 + \ldots + p_k = P(X)$, и потому

Л=1/(P(X))

Найдем теперь новую вероятность некоторого события А. Ему благоприятствуют исходы двух видов — благоприятствующие X и не благоприятствующие X. Как мы видели выше, если произошло событие X, то вероятности исходов первого вида умножаются на 1/(P(X)) а исходы второго типа получают нулевую вероятность. Но исходы первого вида составляют события $A \cap X$. Таким образом, мы доказали следующее утверждение: Если известно, что произошло событие X, то вероятность любого события А принимает новое значение:

$$P(A \cap X)/P(X)$$

Определение условной вероятности

Определение. Число, выражающее вероятность события A при условии, что произошло событие X, называется *условной вероятностью* события A относительно события X и обозначается $P\ (A|X)$.

Некоторые формулы

$P(A|X) = P(A \cap X)/P(X)$ (1)

Из формулы вытекает равенство

$$\mathbf{P(A \cap X) = P(X)P(A|X)} \quad (2)$$

называемое формулой умножения.

Меняя ролями A и X, получаем, что верно и равенство

$P(A \cap X) = P(A)\,P(X|A)$.

Сравним формулу (2) с формулой $P(A \cap X) = P(X)\,P(A)$, верной для независимых событий. Видим, что для таких событий верно равенство $P(A|X) = P(A)$. Оно означает, что для независимых событий наступление одного из них не влияет на вероятность другого.

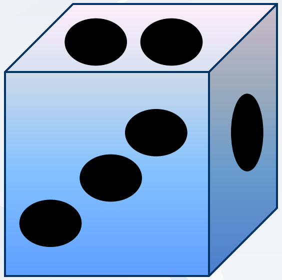
Из колоды в 32 карты наугад одну за другой вынимают две карты. Найти вероятность того, что а) вынуты два валета;
б)вынуты две карты пиковой масти;в)вынуты валет и дама.

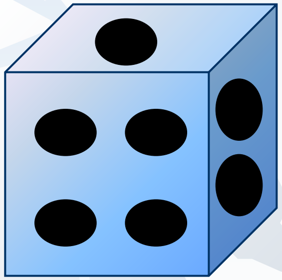
Обозначим события:
A — первая карта — валет»,
B — «вторая карта — валет»,
C — «первая карта пиковой масти»,
D — «вторая карта пиковой масти»,
E — «вторая карта — дама».
Нам следует найти $P(A \cap B)$ $P(C \cap D)$ и $P(A \cap E)$.
По формуле
$P(A \cap B)=P(B|A)*P(A)$
$P(C \cap D)=P(D|C)*P(C)$
$P(A \cap E)=P(E|A)*P(A)$
$P(B|A)=3/31$ $P(A)=1/8$ тогда $P(A \cap B)=3/248$
$P(D|C)=7/31$ $P(C)=1/4$ тогда $P(C \cap D)=7/124$
$P(E|A)=4/31$ $P(A)=1/8$ тогда $P(A \cap E)=1/62$

валет
пики
король
дама
пики
6
бубни

Брошены 2 игральные кости . Найти вероятность того, что на первой кости выпало два очка при условии, что сумма очков, выпавших на двух костях, меньше 6

Пусть
A = {на первой кости выпало 2 очка},
B — {сумма очков, выпавших на двух костях, меньше 6}.
Событие B состоит из 10 элементарных событий:
B = {(1,1), (1,2), (2,1), (1,3), (3,1), (1,4), (4,1), (2,2), (2,3), (3,2)}.
Событие A, определяемое условием B (это значит, что исходы, благоприятствующие событию A, отбираются среди исходов, составляющих событие B), состоит из трех элементарных исходов опыта:
(2, 1), (2, 2), (2,3).
Поэтому искомая вероятность равна
P(A|B) = 3/10





Из стандартного набора домино (28) берётся наудачу одна кость. Какова вероятность того, что эта кость будет дублем, если известно, что сумма очков на ней – чётное число

Домино

Пусть

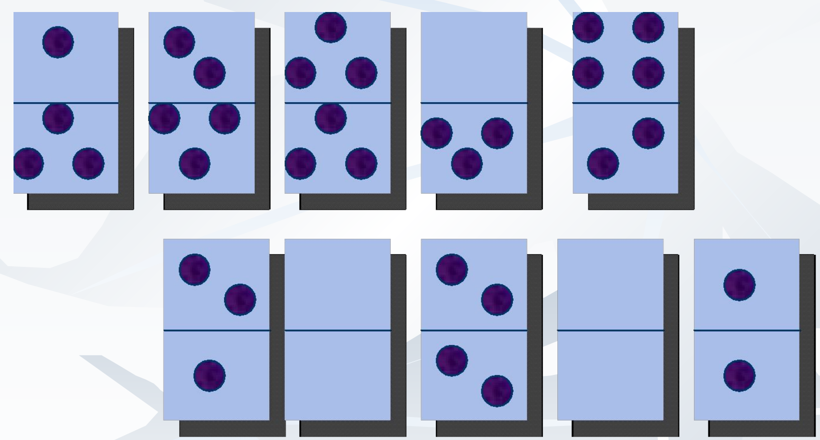
А = {кость будет дублем},

В — {сумма очков на ней чётное число}.

Посчитаем сколько всего костей с чётной суммой очков на ней.

0+0=0, 0+1=1, 1+1=2 и т.д.

В итоге получаем что таких костей 16. А дублей всего 7. Отсюда находим, что Р (А|В)=7/16



Кто подготовил

Воробьёва Анна

10 г класс