«Перпендикулярность прямых и плоскостей»

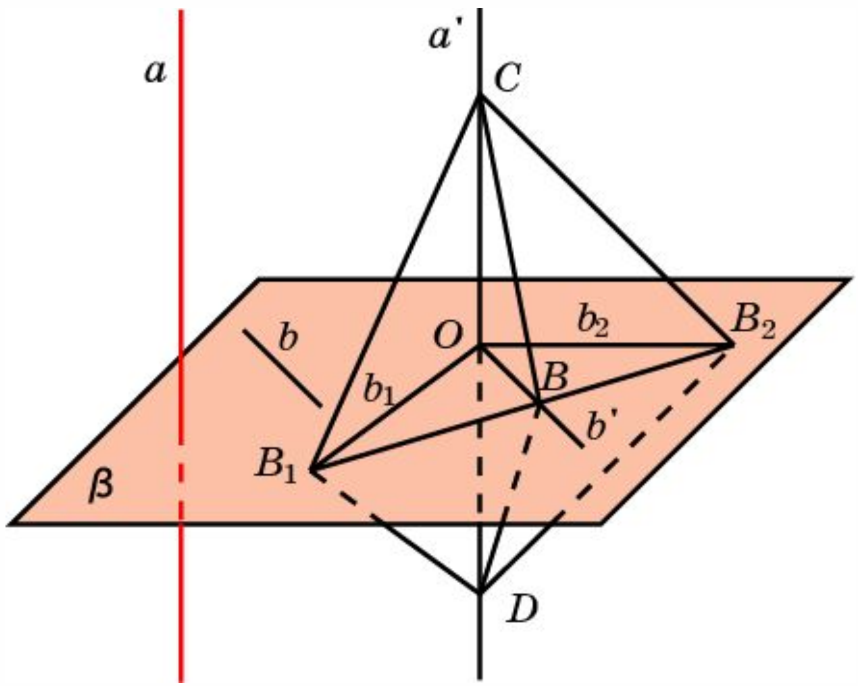
План:

- ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ
- ПЕРПЕНДИКУЛЯР И НАКЛОННАЯ
- ТЕОРЕМА О ТРЕХ ПЕРПЕНДИКУЛЯРАХ
- ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ
- ДВУГРАННЫЙ УГОЛ
- РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

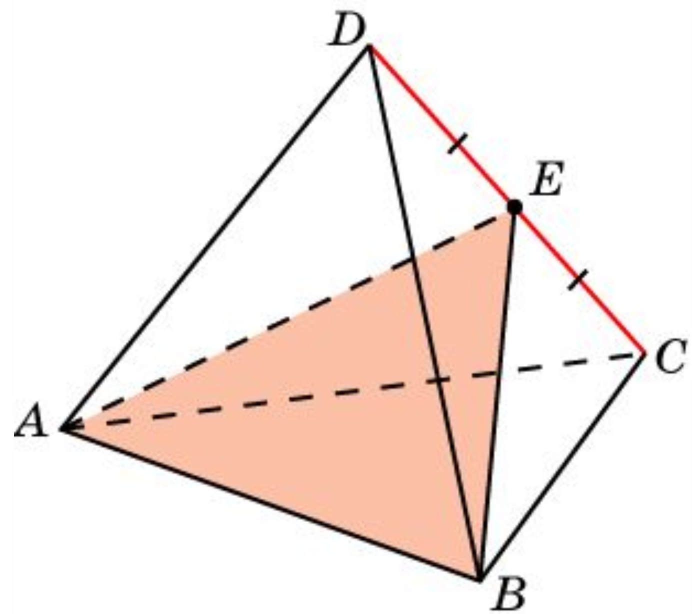
Прямая называется перпендикулярной плоскости, если она перпендикулярна любой прямой, лежащей в этой плоскости.

Теорема. (Признак перпендикулярности прямой и плоскости.) Если прямая перпендикулярна двум пересекающимся прямым плоскости, то она перпендикулярна и самой плоскости.



Упражнение 1

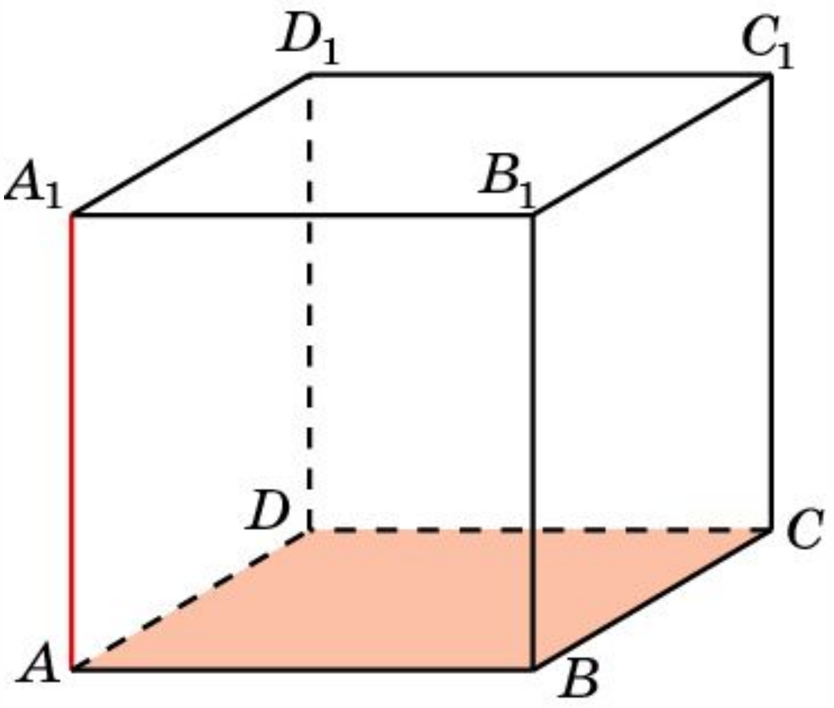
Докажите, что плоскость, проходящая через ребро AB правильного тетраэдра $ABCD$ и точку E – середину ребра CD, перпендикулярна ребру CD.



Доказательство: Прямая CD перпендикулярна прямым AE и BE. Следовательно, она перпендикулярна плоскости ABE.

Упражнение 2

Докажите, что прямая AA_1, проходящая через вершины куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ перпендикулярна плоскости ABC.

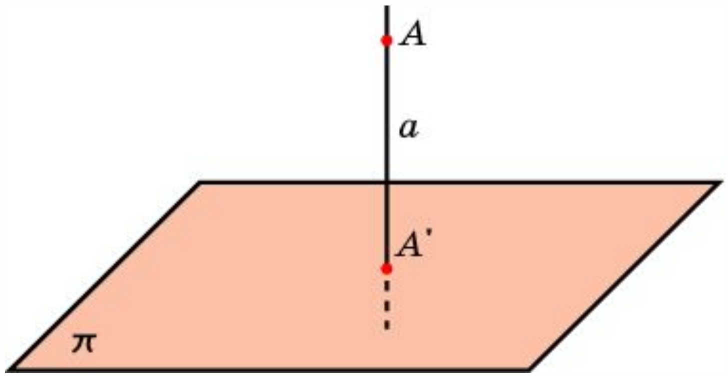


Доказательство. Прямая AA_1 перпендикулярна прямым AB и AD. Следовательно, она перпендикулярна плоскости ABC.

ПЕРПЕНДИКУЛЯР И НАКЛОННАЯ

Пусть дана плоскость π и точка *A* пространства. Через точку *A* проведем прямую *a*, перпендикулярную плоскости π. Точку пересечения прямой *a* с плоскостью π обозначим *A'*. Она называется ортогональной проекцией точки *A* на плоскость π.

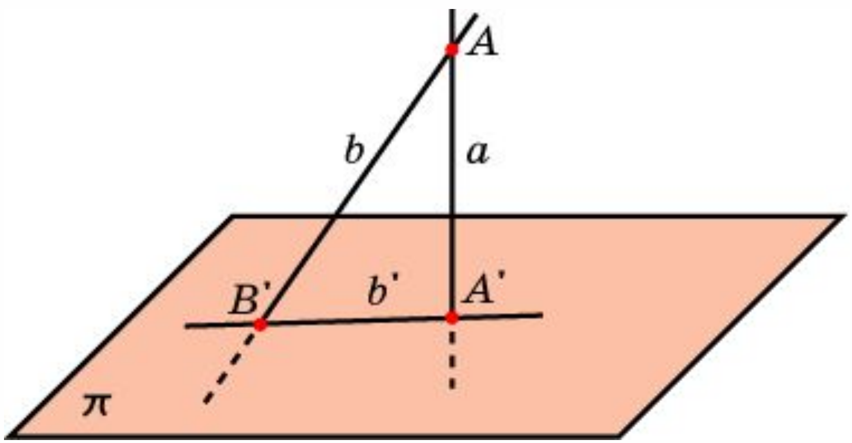
Отрезок *AA'* называется **перпендикуляром**, опущенным из точки *A* на плоскость π.



ПЕРПЕНДИКУЛЯР И НАКЛОННАЯ

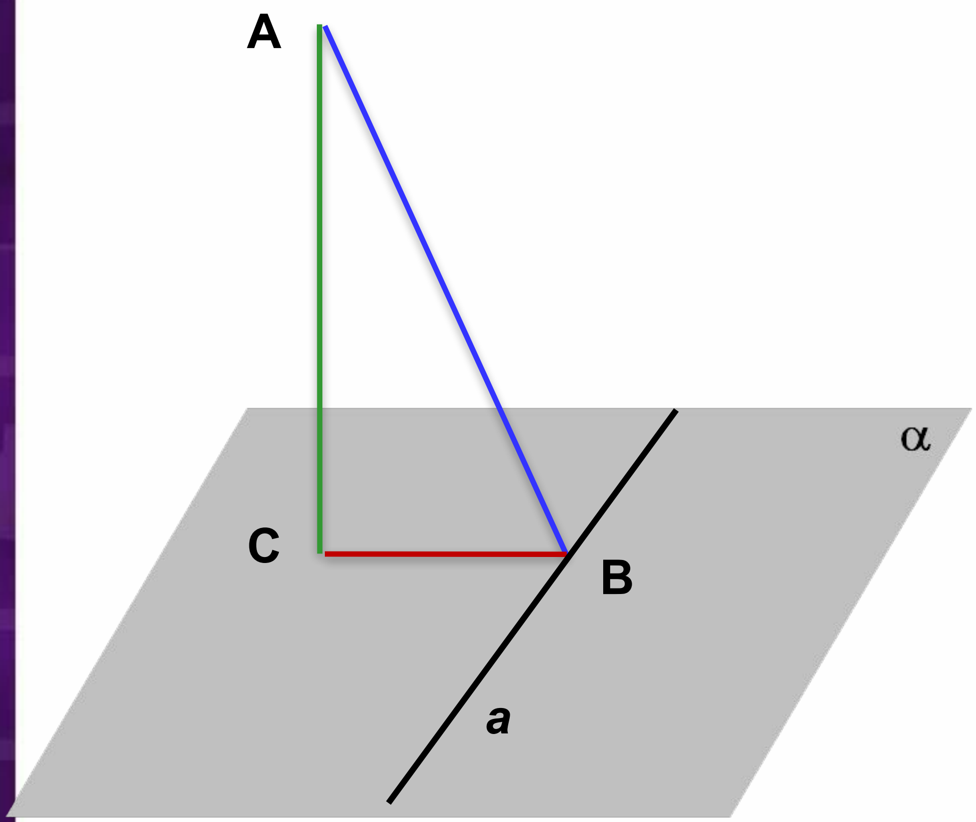
Наклонной к плоскости называется прямая, пересекающая эту плоскость и не перпендикулярная ей. Наклонной называют также отрезок, соединяющий точку, не принадлежащую плоскости, с точкой плоскости, и не являющийся перпендикуляром.

Соответствие, при котором точке *A* пространства сопоставляется ортогональная проекция *A'*, называется ортогональным проектированием на плоскость π.



ТЕОРЕМА О ТРЕХ ПЕРПЕНДИКУЛЯРАХ

Если прямая, проведенная на плоскости через основание наклонной перпендикулярна её проекции, то она перпендикулярна и к самой наклонной



Дано:

α

AC ⊥ α; C ∈ α

AB - наклонная

BC - проекция

a **⊂ α**

a **⊥ BC**

Доказать:

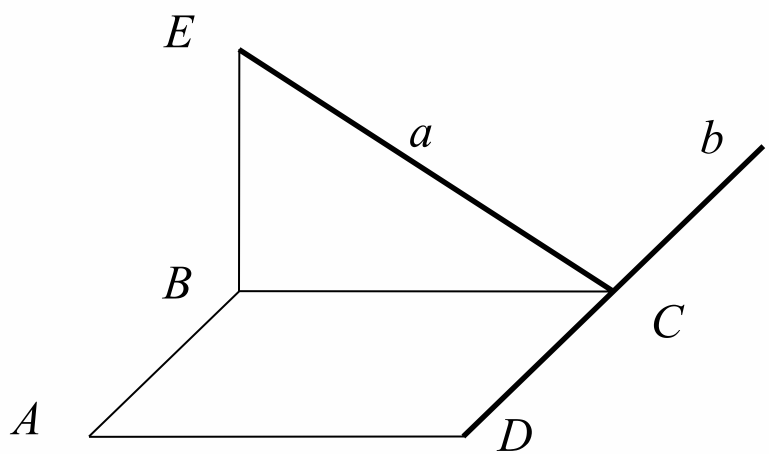
a **⊥ AB**

Упражнение 3

Установить взаимное положение прямых *а* и *в* по готовым чертежам

Задача1. ABCD – квадрат

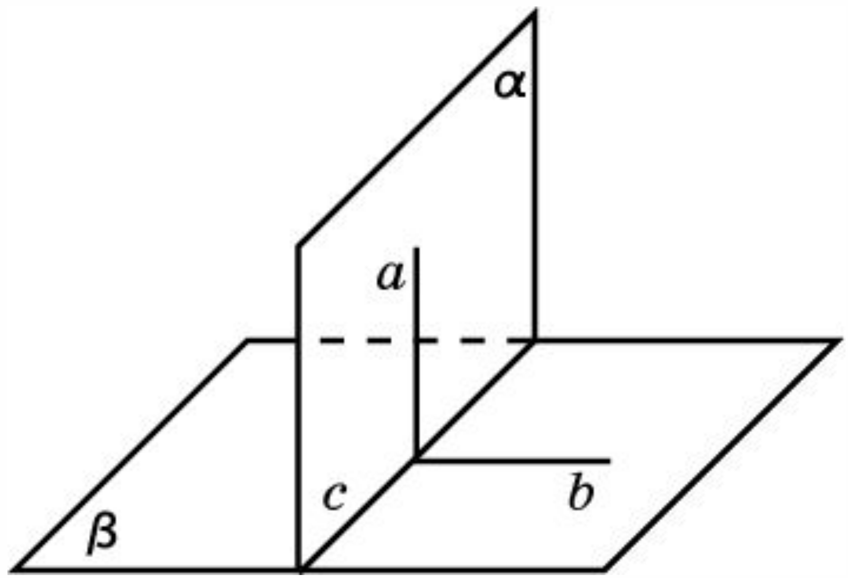
BE ⊥ ABCD



ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ

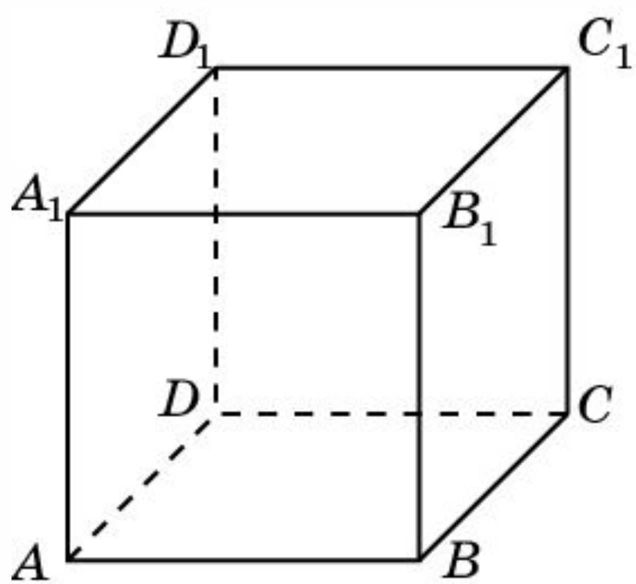
Две плоскости называются перпендикулярными, если угол между ними прямой.

Теорема. (Признак перпендикулярности двух плоскостей.) Если плоскость проходит через прямую, перпендикулярную другой плоскости, то эти плоскости перпендикулярны.



Упражнение 4

В кубе $A…D_1$ укажите плоскости, проходящие через вершины куба, перпендикулярные плоскости: а) ABC; б) BCD_1.



Ответ: а) ABB_1, BCC_1, CDD_1, ADD_1, ACC_1, BDD_1;

б) ABB_1, CDD_1, AB_1C_1.

ДВУГРАННЫЙ УГОЛ

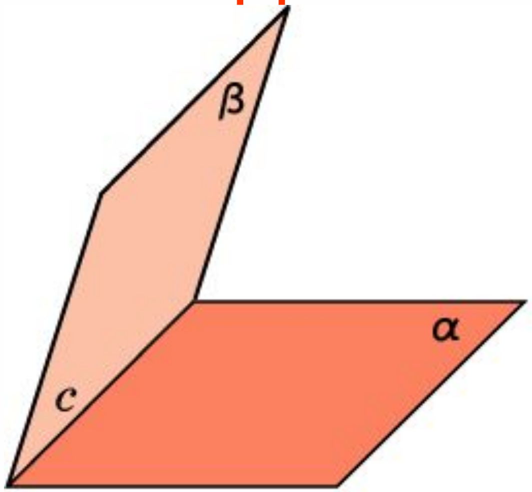


Рис. 1

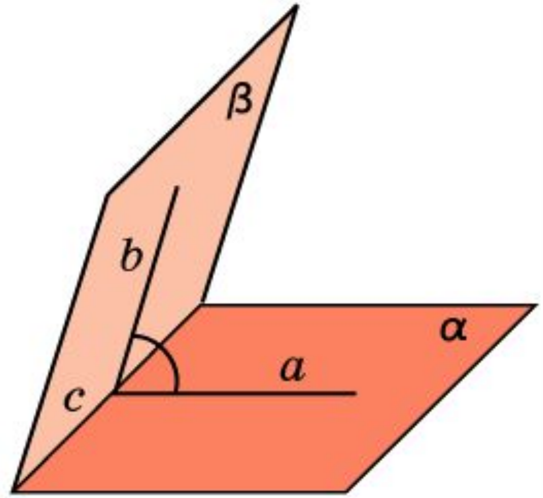


Рис. 2

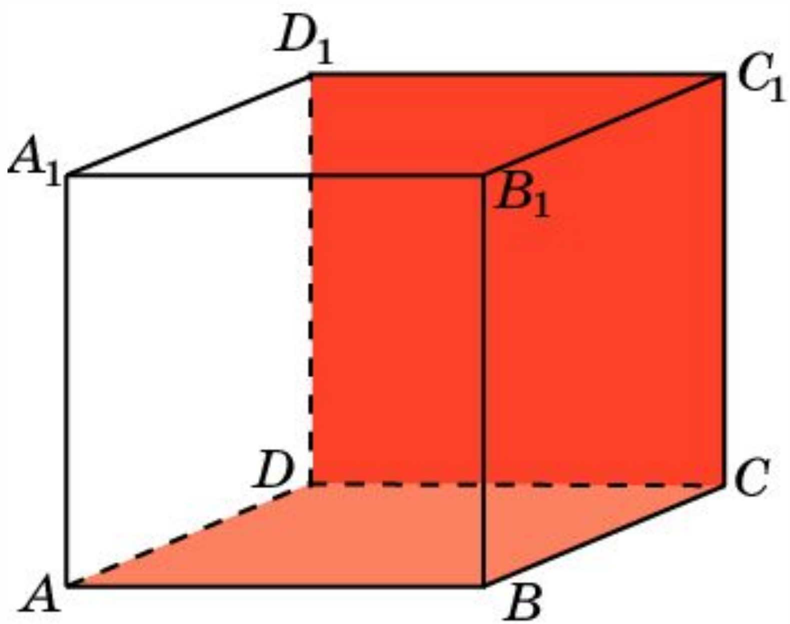
Двугранным углом называется фигура (рис. 1), образованная двумя полуплоскостями, с общей ограничивающей их прямой, и частью пространства, ограниченной этими полуплоскостями. Полуплоскости называются гранями двугранного угла, а их общая граничная прямая – ребром двугранного угла.

Линейным углом двугранного угла называется угол, полученный в результате пересечения данного двугранного угла и какой-нибудь плоскости, перпендикулярной его ребру (рис. 2).

Величиной двугранного угла называется величина его линейного угла.

Упражнение 5

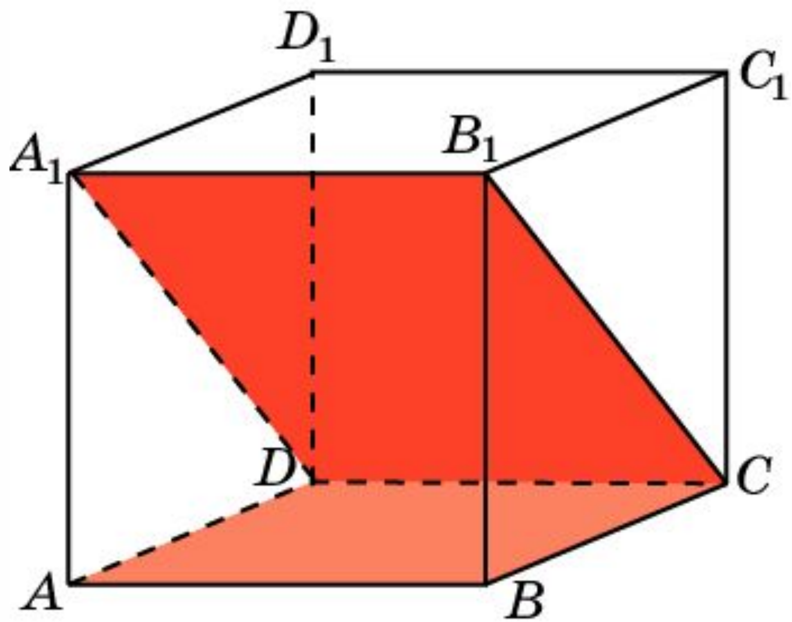
В кубе $A \ldots D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и CDD_1.



Ответ: 90°.

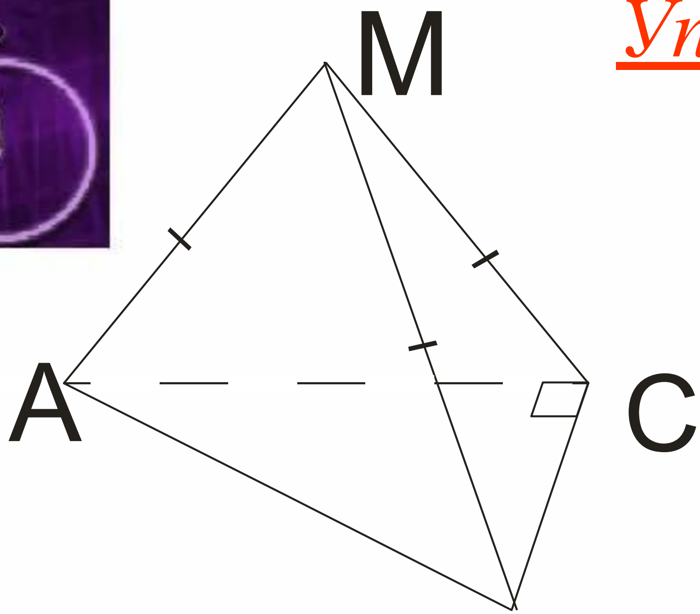
Упражнение 6

В кубе $A \ldots D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и CDA_1.



Ответ: 45°.

Упражнение 7

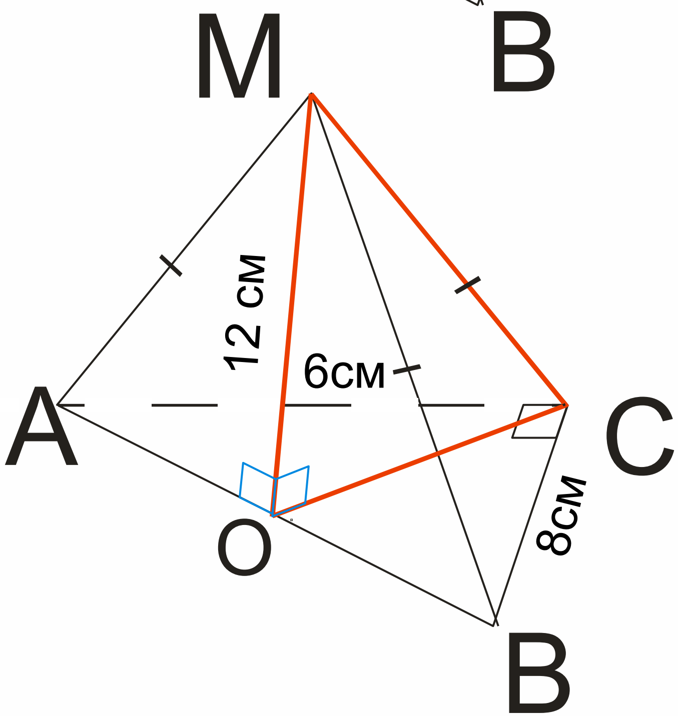


$Дано: \Delta ABC, где \angle C = 90°, M \notin (ABC)$

$AM = MC = MB, \ AC = 6см, \ BC = 8см$

$MO – расстояние \ от \ точки \ M \ до \ (ABC)$

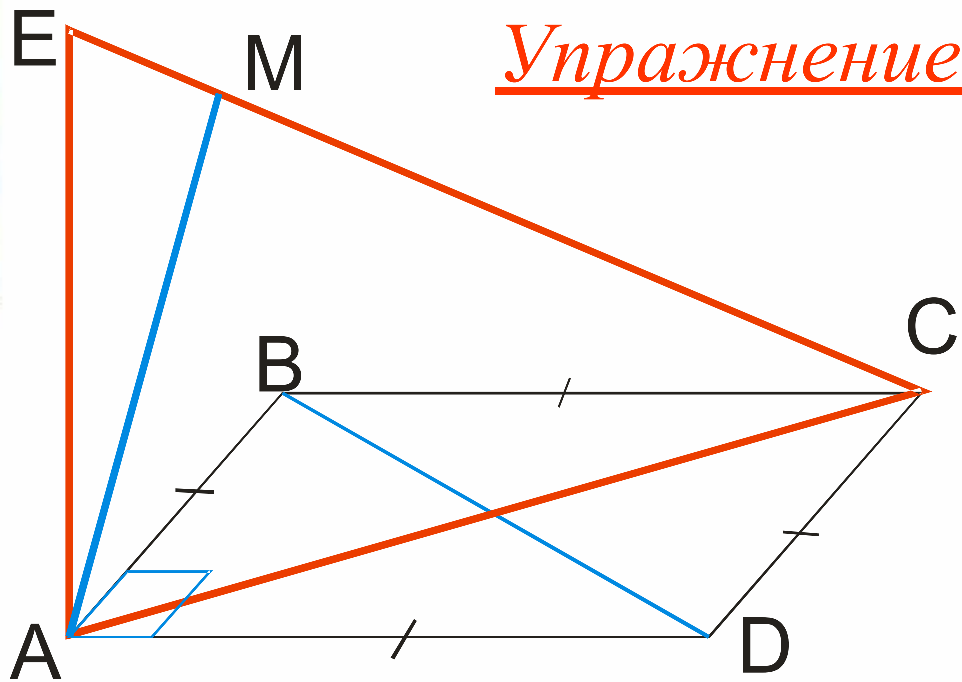
$MO = 12см.$



$Найти: \ расстояние \ от \ точки$

$M \ до \ вершины \ B$

Упражнение 8



$ABCD$ – *квадрат*

$AE \perp (ABC)$

$M \in EC$

Найти угол между рямыми BD и AM

Решение:

$AC \perp BD$ *по свойству диагоналей квадрата.*

$$\left.\begin{matrix} AE \perp (ABC) - \text{по усл.} \\ BD \subset (ABC) \end{matrix}\right\} \Rightarrow AE \perp BD \ (\text{по опр.})$$

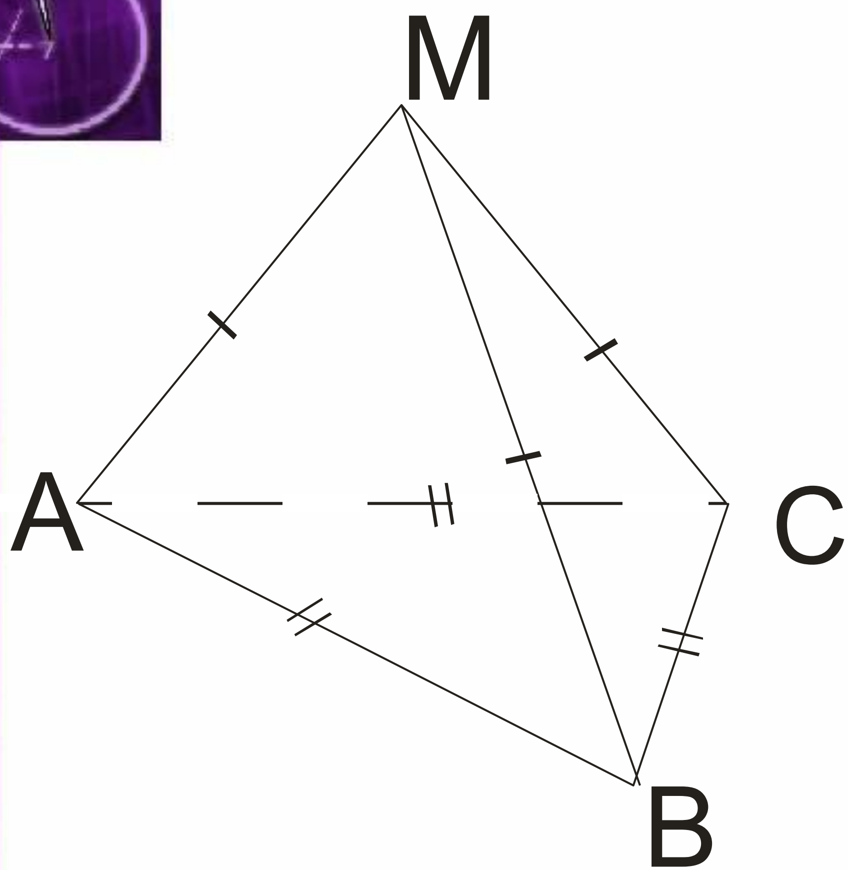
$AC \cap AE$ *и лежат в одной плоскости*

следовательно по признаку перпендикулярности

прямой и плоскости, $\left.\begin{matrix} BD \perp (AEC) \\ AM \subset (AEC) \end{matrix}\right\} \Rightarrow BD \perp AM,$

а значит, угол между BD *и* AM *равен* $90°$.

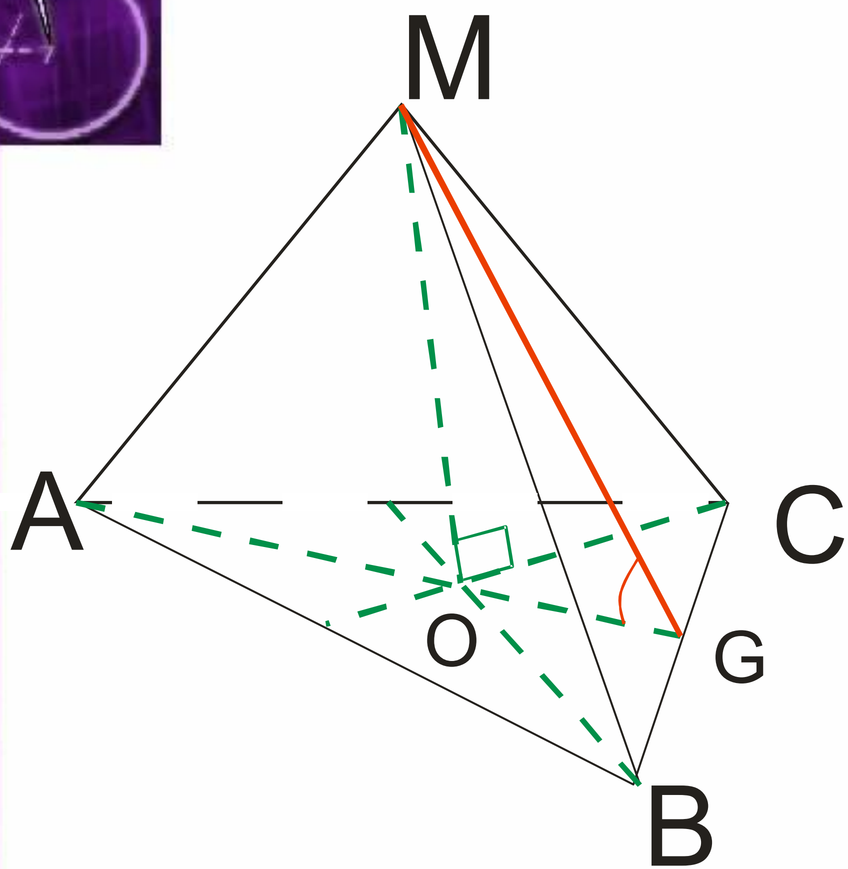
Упражнение 9



Точка M равноудалена от всех вершин правильного треугольника ABC, сторона которого равна 4 см. Расстояние от точки M до плоскости ABC равно 2 см.

1) Докажите, что(AMO)$\perp$(BMC), где O – основание перпендикуляра, опущенного из точки M на плоскость ABC.
2) Найдите угол между (BMC) и (ABC)
3) Найдите угол между прямой MC и плоскостью ABC.

Упражнение 10



$Дано: \Delta ABC - правильный$

$M \notin (ABC), AM = CM = BM$

$AB = 4см, MO - расстояние$

$от точки\ M\ до\ (ABC),$

$MO = 2см.$

$Доказать:$

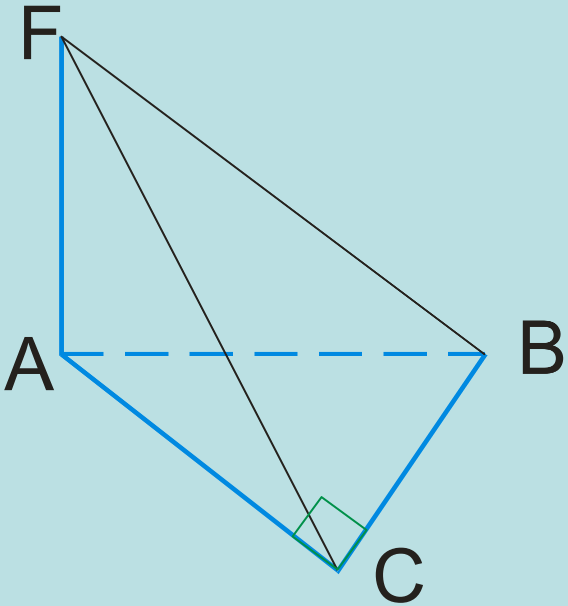
$1. (AMO) \perp (BMC)$

$2. Найти\ угол\ между$

$(BMC)\ и\ (ABC)$

$3. Найти\ угол\ между$

$MC\ и\ (ABC)$

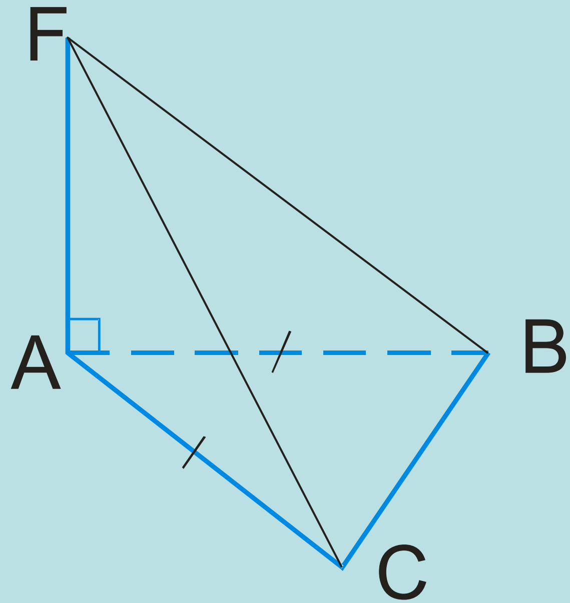


Дано: $AF \perp (ABC)$

ΔABC – *прямоугольный*

$\angle C = 90°$

Найти: *угол между* (ABC) *и* (FCB)

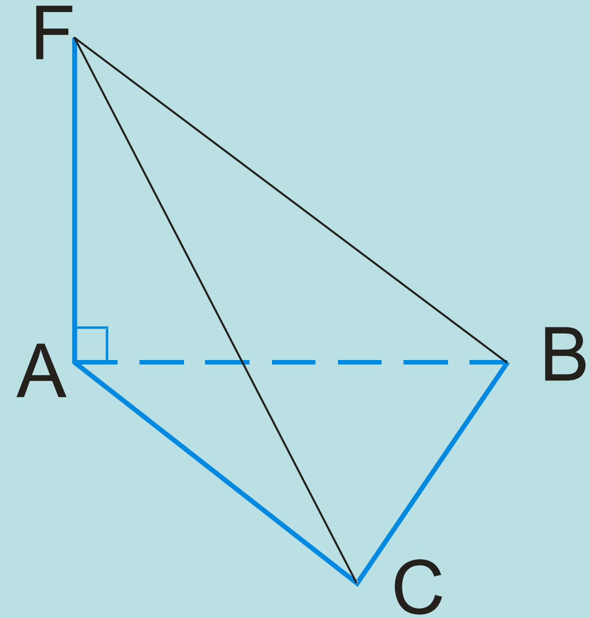


Дано: $AF \perp (ABC)$

ΔABC – *равнобедренный*

$AB = AC$

Найти: *угол между* (ABC) *и* (FCB)



Дано: $AF \perp (ABC)$

ΔABC – *тупоугольный*

$\angle C$ – *тупой*

Найти: *угол между* (ABC) *и* (FCB)