Лекция 14

Явление электромагнитной индукции

4.5. Явление электромагнитной индукции. Закон Фарадея и правило Ленца. ЭДС индукции. Электронный механизм возникновения индукционного тока в металлах.

4.6. Примеры применения закона электромагнитной индукции.

4.7. Явление самоиндукции. Индуктивность проводников.

4.8. Пример вычисления индуктивности. Индуктивность соленоида.

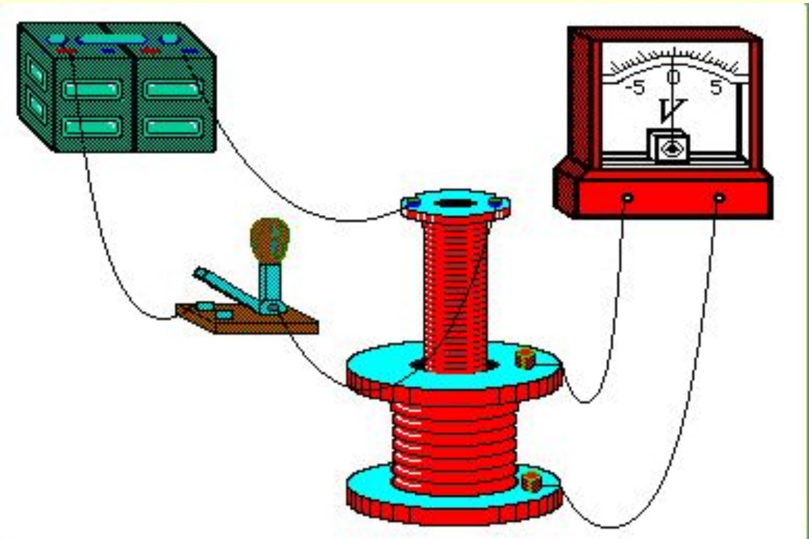
4.9. Переходные процессы в электрических цепях, содержащих индуктивность. Экстратоки замыкания и размыкания.

4.10. Энергия магнитного поля. Плотность энергии.

4.5. Явление электромагнитной индукции. Закон Фарадея и правило Ленца. ЭДС индукции. Электронный механизм возникновения индукционного тока в металлах.

Явление ***электромагнитной индукции*** было открыто в 1831г. Майклом Фарадеем (Faraday M., 1791-1867), установившим, что в любом замкнутом проводящем контуре при изменении *потока магнитной индукции* через поверхность, ограниченную этим контуром, возникает *электрический ток*, названный им ***индукционным***. Величина индукционного тока *не зависит* от способа, которым вызывается изменение потока магнитной индукции Φ_B, но определяется *скоростью ее изменения*, то есть значением $d\Phi_B/dt$. При изменении *знака* $d\Phi_B/dt$ меняется также *направление* индукционного тока.

Э.Х.Ленц (1804-1865) установил *правило*, согласно которому индукционный ток в контуре *всегда направлен* так, что создаваемый им магнитный поток через поверхность, ограниченную контуром, стремится *препятствовать* тому изменению магнитного потока, которое вызвало появление этого тока.



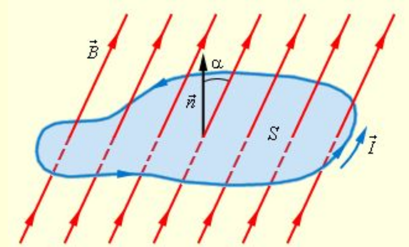
Для создания тока в замкнутой цепи необходимо наличие электродвижущей силы. Явление электромагнитной индукции свидетельствует о том, что при изменении магнитного потока в контуре возникает ***ЭДС индукции*** ε_i , величина и направление которой зависят от скорости изменения этого потока. Проанализировав результаты опытов Фарадея, Максвелл (Maxwell J., 1831-1879) придал ***основному закону электромагнитной индукции*** следующий современный вид:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Знак «-» в этой формуле соответствует ***правилу Ленца*** и означает, что направление ЭДС ε_i и направление скорости изменения потока магнитной индукции $d\Phi_B/dt$ связаны между собой правилом *левого винта*. Подчеркнем, что говоря о «направлении» скалярных величин ε_i и $d\Phi_B/dt$, нужно понимать этот термин в том же смысле, какой вкладывается, например, в понятие направления тока.

Поток индукции магнитного поля через поверхность S, ограниченную контуром проводника определяется выражением:

$$\Phi_B = \iint_S \vec{B} d\vec{S} \quad .$$



<u>Единицей измерения потока магнитной индукции в СИ</u> является *вебер*. 1Вб = Т·м^2. При скорости изменения потока индукции, равной 1Вб/с, в контуре индуцируется ЭДС, равная 1В.

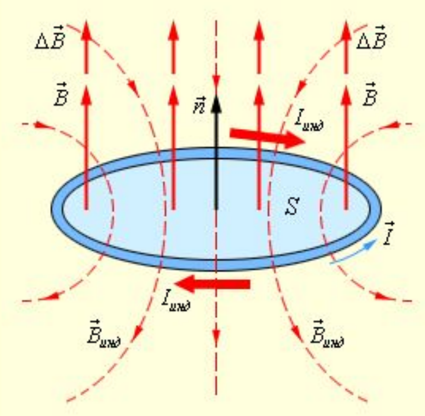
Подставляя выражение для Φ_B в закон Фарадея, будем иметь:

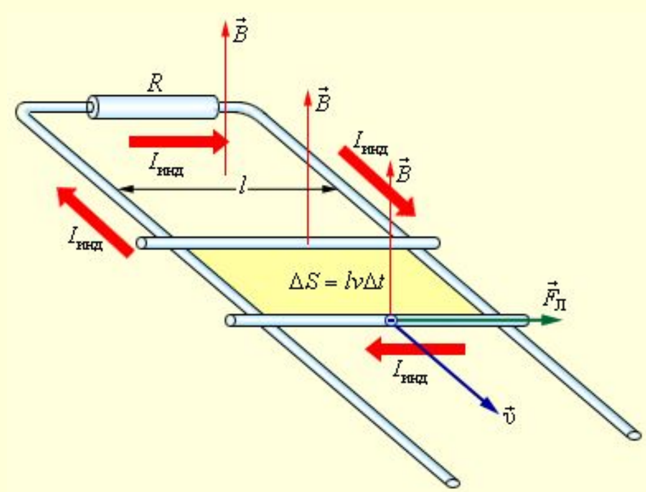
$$\varepsilon_i = -\frac{d}{dt}\iint_S \vec{B}\, d\vec{S} .$$

Отсюда видно, что появление ЭДС индукции и соответственно индукционного тока в проводящем контуре может быть вызвано каждой из *двух* причин: 1) в <u>*неподвижном контуре*</u> – за счет *изменения во времени* индукции магнитного поля; 2) в <u>*движущемся проводнике*</u> – за счет *пересечения силовых линий* магнитного поля..

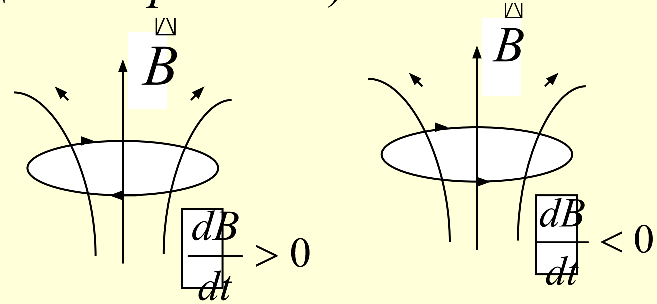
В <u>*первом случае*</u> изменяющееся со временем магнитное поле порождает ***вихревое электрическое поле*** , силовые линии которого *замкнуты* и *сцеплены* с силовыми линиями магнитного поля. Под действием поля носители заряда в проводнике приходят в движение – возникает *индукционный ток*.

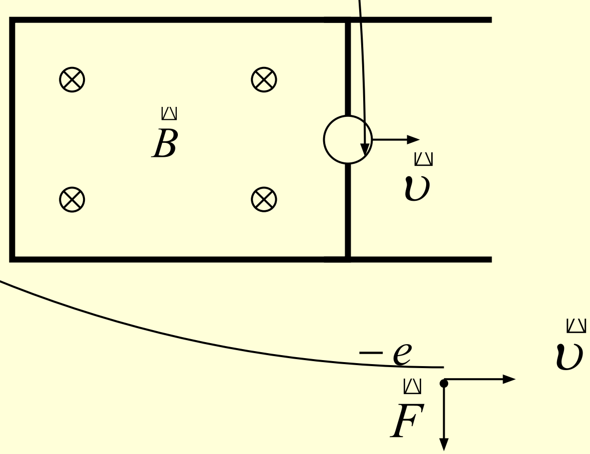
Во <u>*втором случае*</u> находящиеся в проводнике носители заряда движутся вместе с проводником в магнитном поле, при этом на каждый из зарядов действует ***сила Лоренца*** $\vec{F}$, направление которой перпендикулярно векторам $\vec{\upsilon}$ и $\vec{B}$. Под действием этой силы заряды приходят в движение, что и вызывает появление *индукционного тока*.





В металлах носителями тока являются *отрицательно* заряженные электроны. Создаваемый ими ток в проводнике направлен в сторону, *противоположную* движению электронов. Легко видеть, что магнитное поле индукционного тока *внутри* замкнутого контура направлено *против* внешнего поля, что находится в полном соответствии с правилом Ленца. Очевидно, что мы получим *тот же* результат, если носителями тока будут положительные заряды (например, «дырки» в полупроводниках *p* - типа).

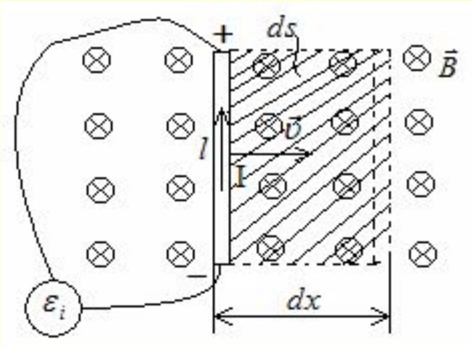




4.6. Примеры применения закона электромагнитной индукции.

Рассмотрим ряд примеров на применение основного закона электромагнитной индукции Фарадея.

1) Движение проводника в однородном магнитном поле

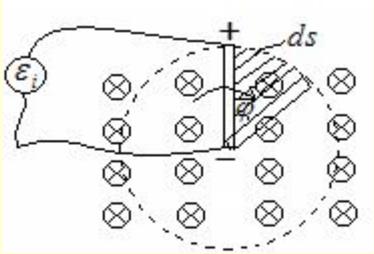


$$d\Phi_B = Bds = Bldx$$

$$|\varepsilon_i| = \frac{d\Phi_B}{dt} = Bl\frac{dx}{dt} = Bl\upsilon$$

$$|\varepsilon_i| = Bl\upsilon$$

2) Вращение проводника в однородном магнитном поле

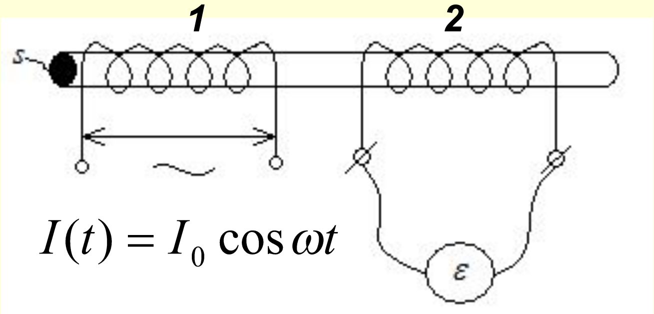


$$ds = \frac{1}{2}lds = \frac{1}{2}l^2 d\varphi$$

$$|\varepsilon_i| = \frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{Bds}{dt} = \frac{Bds}{dt} = \frac{1}{2}Bl^2\omega$$

$$|\varepsilon_i| = \frac{1}{2}Bl^2\omega$$

3) *Трансформатор*



$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_{12}}{dt}$$

$$\Phi_{12} = B_1 S N_2$$

$$B_1 = \mu_0 \mu H_1, H_1 = \frac{N_1}{l} I_1 = n_1 I_1$$

то есть поток индукции магнитного поля, созданного током в первичной обмотке, через витки вторичной обмотки есть:

$$\Phi_{12} = \mu_0 \mu n_1 N_2 S I_1(t) \qquad .$$

Полагая, что сила тока в первичной обмотке изменяется по закону , находим искомую ЭДС, наводимую во вторичной обмотке:

$$\varepsilon = -\mu_0 \mu n_1 N_2 S \frac{dI_1}{dt} = \mu_0 \mu n_1 N_2 S \omega I_0 \sin \omega t$$

.

Амплитудное (максимальное) значение ЭДС равно:

$$\varepsilon_m = \mu_0 \mu n_1 N_2 S \omega I_0 \qquad .$$

4.7. Явление самоиндукции. Индуктивность проводников.

При любом изменении тока в проводнике его собственное магнитное поле также изменяется. Вместе с ним изменяется и поток магнитной индукции, пронизывающий поверхность, охваченную контуром проводника. В результате в этом контуре индуцируется ЭДС. Это явление называется явлением ***самоиндукции.***

В соответствии с законом Био-Савара-Лапласа индукция магнитного поля B пропорциональна силе тока I в проводнике. Отсюда следует, что поток магнитной индукции Φ_B и сила тока I также пропорциональны друг другу:

$$\Phi_B = LI$$

Коэффициент пропорциональности L называют ***индуктивностью*** проводника. За единицу индуктивности в СИ принимают индуктивность такого проводника, у которого при силе тока 1А создается поток магнитной индукции, равный 1Вб. Эту единицу называют *Генри*, Гн.

Индуктивность проводника зависит от его формы и размеров, а также от магнитных свойств окружающей его среды (магнитной проницаемости μ). Заметим при этом, что ***линейная зависимость*** между Φ_B и I *остается справедливой* и в том случае, когда μ *зависит* от напряженности магнитного поля H, а значит, от I (например, ферромагнитная среда). В этом случае индуктивность L также *зависит* от I.

Согласно основному закону электромагнитной индукции, ***ЭДС самоиндукции***, возникающая при изменении силы тока в проводнике, есть:

$$\varepsilon_s = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}(LI) = -\left(L\frac{dI}{dt} + I\frac{dL}{dt}\right).$$

Или, записав $\frac{dL}{dt} = \frac{dL}{dI}\frac{dI}{dt}$, будем иметь:

$$\varepsilon_s = -\left(L + I\frac{dL}{dI}\right)\frac{dI}{dt}.$$

В том случае, когда среда *не является* ферромагнитной *L=const*, тогда:

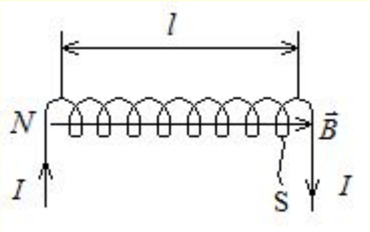
$$\varepsilon_s = -L\frac{dI}{dt}$$

Последняя формула дает возможность определить ***индуктивность*** *L* как *коэффициент пропорциональности* между скоростью изменения силы тока в проводнике и возникающей вследствие этого ЭДС самоиндукции.

4.8. Пример вычисления индуктивности. Индуктивность соленоида.

Согласно основному соотношению, связывающему между собой ток I и поток Φ_B, индуктивность проводника определяется выражением:

$$L = \frac{\Phi_B}{I} = \frac{\iint\limits_S \vec{B} d\vec{S}}{I}$$



Применим эту формулу для расчета индуктивности ***прямого длинного соленоида***. Имеем:

$$B = \mu_0 \mu H = \mu_0 \mu \frac{N}{l} I$$

$$H = nI = \frac{N}{l} I$$

Поток магнитной индукции через один виток катушки $\Phi_1 = \iint\limits_S \vec{B} d\vec{S} = BS, (\vec{B} \perp d\vec{S})$; через все N витков поток равен:

$$\Phi_B = N\Phi_1 = NBS = \mu_0 \mu \frac{N^2}{l} SI \; .$$

Поделив это выражение на I , находим искомую индуктивность соленоида:

$$L = \mu\mu_0 \frac{N^2}{l} S = \mu\mu_0 n^2 V$$

где $n = \frac{N}{l}$ - число витков на единицу длины; $V = SL$ - объем соленоида.

Если магнитная проницаемость μ сердечника зависит от H (силы тока I), что имеет место, когда сердечником соленоида является, например, железный или ферритовый стержень, то L будет *зависеть* от I. Это свойство индуктивности используют, в частности, в различных устройствах релейной защиты электрических цепей при токовых перегрузках.

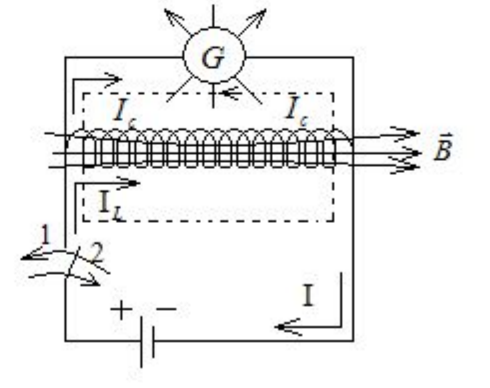
4.9. Переходные процессы в электрических цепях, содержащих индуктивность. Экстратоки замыкания и размыкания.

При всяком изменении силы тока в каком-либо контуре в нем возникает *ЭДС самоиндукции*, которая вызывает появление в этом контуре *дополнительных* токов, называемых ***экстратоками***. По правилу Ленца экстратоки, возникающие в проводниках вследствие самоиндукции, всегда направлены так, чтобы воспрепятствовать изменению тока, текущего в цепи. В схеме опыта, приведенной на рисунке, при замыкании ключа (положение 1) в катушке возникает ***экстраток замыкания***, направление которого *противоположно* нарастающему току батареи. При этом часть экстратока замыкания ответвляется на батарею, а часть на гальванометр, где его направление *совпадает* с направлением тока батареи – гальванометр дает дополнительный отброс *вправо*.

При размыкании ключа (положение 2) магнитный поток в катушке начнет исчезать. В ней возникнет ***экстраток размыкания***, который будет *препятствовать* убыванию магнитного потока, то есть будет направлен в катушке в ту же сторону, что и убывающий ток. При этом экстраток размыкания теперь целиком проходит через гальванометр, где его направление *противоположно* направлению первоначального тока – гальванометр дает отброс *влево*.

1 – замыкание ключа: $I = I_G + I_L$

2 - размыкание ключа: $I_L = I_G$



Установление и исчезновение тока в цепи, содержащей индуктивность, происходит не мгновенно, а *постепенно*. Рассмотрим электрическую цепь, состоящую из источника ЭДС ε, катушки индуктивности L и сопротивления R. При размыкании ключа в образующейся замкнутой цепи помимо ЭДС будет действовать ЭДС ε самоиндукции $\varepsilon_s = -L\dfrac{dI}{dt}$. По второму правилу Кирхгофа можем написать:

$$IR = \varepsilon + \varepsilon_s = \varepsilon - L\frac{dI}{dt}$$

или в виде

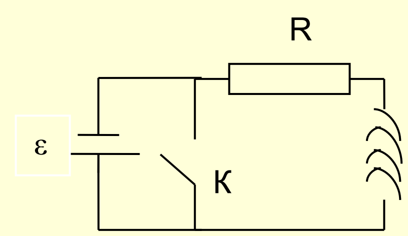
$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L}I = \frac{\varepsilon}{L}.$$

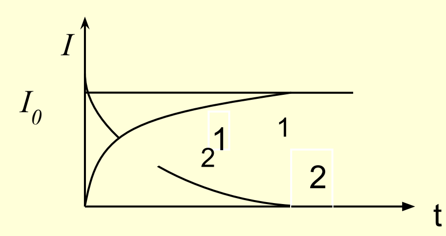
Решением полученного дифференциального уравнения, полагая, что в начальный момент времени t = 0 ток отсутствовал I(0)=0, является функция:

$$I(t) = I_0[1 - \exp(-\frac{R}{L}t)],$$

где $I_0 = \dfrac{\varepsilon}{R}$.

График этой функции приведен на рисунке (кривая 1). Видим, что установление тока в цепи происходит не мгновенно, а с некоторым запаздыванием. Характерное время $\tau = \dfrac{R}{L}$ называется *временем ретардации* (запаздывания, задержки).





При замыкании ключа образуется контур, содержащий только индуктивность L и сопротивление R (источник ЭДС **ε** при этом блокируется). Теперь в цепи действует только ЭДС самоиндукции $\varepsilon_s = -L\frac{dI}{dt}$, и по закону Ома: $IR = -L\frac{dI}{dt}$

или в виде

$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L}I = 0.$$

Решением этого уравнения, считая, что в начальный момент времени $t = 0$ ток имел максимальное значение, равное I_0, является функция:

$$I(t) = I_0 \exp(-\frac{R}{L}t).$$

График ее приведен на рисунке (кривая 2). Видим, что исчезновение тока в цепи происходит не мгновенно, но с запаздыванием.

Характерное время $\tau = \frac{R}{L}$ называется в этом случае *временем релаксации* (восстановления).

4.10. Энергия магнитного поля. Плотность энергии.

В опыте, схема которого приведена на рисунке, после размыкания ключа через гальванометр некоторое время течет убывающий ток. Работа этого тока равна работе сторонних сил, роль которых выполняет ЭДС самоиндукции $\varepsilon_s = -L\dfrac{dI}{dt}$, действующая в контуре. Пусть за время *dt* по цепи переносится заряд *dq*. Работа тока самоиндукции по перемещению этого заряда есть:

$$dA = \varepsilon_s dq = -L\frac{dI}{dt}\cdot Idt = -LIdI.$$

Проинтегрировав это выражение в пределах от *I* до 0, получим полную работу тока:

$$A = -\int_I^0 LIdI = -\left.\frac{LI^2}{2}\right|_I^0 = \frac{LI^2}{2}.$$

Совершение этой работы сопровождается *исчезновением* магнитного поля, которое первоначально существовало в соленоиде и окружающем его пространстве. Остается заключить, что магнитное поле является *носителем* той энергии, за счет которой производится работа тока, идущая на изменение *внутренней энергии* проводников – их нагревание. Таким образом, проводник, имеющий индуктивность *L*, обладает энергией

$$W_B = \frac{LI^2}{2}.$$

Выразим эту энергию через величины, характеризующие само поле. Для этого заменим индуктивность соленоида ее выражением $L = \mu\mu_0 n^2 V$. Далее, замечая, что напряженность магнитного поля соленоида $H = nI$, приходим к формуле:

$$W_B = \frac{1}{2}\mu\mu_0 n^2 V I^2 = \frac{1}{2}\mu\mu_0 H^2 V.$$

Полученному выражению для ***энергии магнитного поля*** можно придать другой вид, если учесть, что $\mu\mu_0 \vec{H} = \vec{B}$:

$$W_B = \frac{1}{2}\mu\mu_0 H^2 V = \frac{1}{2}(\vec{B}\vec{H})V$$

Плотность энергии магнитного поля получим, поделив это выражение на объем V, занятый полем:

$$w_B = \frac{1}{2}\mu_0\mu H^2 = \frac{1}{2}(\vec{B}\vec{H})$$

Если магнитное поле неоднородно, то чтобы найти энергию поля в некотором объеме V, нужно вычислить интеграл:

$$W_B = \int_V w_B dV.$$